

МОН УКРАЇНИ
ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВЕТЕРИНАРНОЇ
МЕДИЦИНИ ТА БІОТЕХНОЛОГІЙ ІМЕНІ С.З. ГЖИЦЬКОГО

Коструба А.М. Федишин Я.І. Саварин В.І. Вихрист О.М.

ФІЗИКА,
ФІЗИЧНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ
РЕЧОВИНИ ТА БІОЛОГІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

Навчальний посібник

Видавництво «Новий Світ-2000»
Львів
2021

УДК 53(075)

Рекомендовано до друку Вченою радою Львівського національного університету ветеринарної медицини та біотехнологій імені С.З. Гжицького.

Протокол № 9 від 31 травня 2020р.

Укладачі: Коструба А.М. Федишин Я.І. Саварин В.І. Вихрист О.М.

Рецензенти: д.ф.-м.н., проф., директор Науково-технічного і навчального центру Львівського національного університету ім. І. Франка **Капустяник В.Б.;**

д.ф.-м.н., проф., завідувач кафедри загальної фізики Львівського національного університету ім. І. Франка **Стадник В.Й.;**

д.т.н., проф., завідувач кафедри загально-технічних дисциплін Львівського національного університету ветеринарної медицини та біотехнологій імені С.З. Гжицького **Ціж Б.Р.**

Відповідальний за випуск: проф. Коструба А.М.

Фізика, фізичні методи дослідження речовини та біологічних об'єктів: Навчальний посібник. Укладачі Коструба А.М, Федишин Я.І., Саварин В.І., Вихрист О.М. - Львів: видавництво «Новий Світ-2000», 2021.- 304 с.

ISBN 978-966-418-300-7

Навчальний посібник підготовлений на кафедрі фізики і математики Львівського національного університету ветеринарної медицини та біотехнологій імені С.З. Гжицького. Метою посібника є формування у майбутніх спеціалістів системи знань з курсу загальної фізики, а також ознайомлення з основними методами дослідження фізичних і технологічних властивостей різноманітних матеріалів та біологічних об'єктів.

Даний посібник може бути рекомендований для студентів вищих навчальних закладів природничих та технологічних спеціальностей денної і заочної форм навчання.

ISBN 978-966-418-300-7

© Коструба А.М., Федишин Я.І., Саварин В.І., Вихрист О.М., 2021

© Видавництво «Новий Світ-2000», ФОП Піча С.В., 2021

Передмова

Навчальний посібник “Фізика, фізичні методи дослідження речовини та біологічних об’єктів” призначається для студентів технологічних і медичних спеціальностей.

Цей курс є загальноосвітньою природничою дисципліною, що забезпечує свідоме опанування спеціальних і прикладних наук, які вивчаються студентами зазначених спеціальностей.

Головною метою посібника є надання студентам знань і уявлень про навколишній матеріальний світ і уміння використовувати його закони у процесі вивчення інших дисциплін навчального циклу та у практичній діяльності.

Створення новітніх технологічних процесів, інформаційних систем значною мірою визначається властивостями матеріалів, які при цьому використовуються. Тому вивчення методів дослідження властивостей матеріалів відіграє важливу роль у підготовці фахівців-технологів, які повинні знати принципи роботи різноманітних пристроїв призначених для дослідження фізичних властивостей матеріалів, харчових продуктів, біологічних об’єктів тощо.

З основними методами дослідження фізичних і технологічних властивостей матеріалів студенти ознайомлюються у процесі вивчення відповідних розділів курсу, виконання лабораторних робіт і під час самостійної підготовки до практичних занять і лабораторних робіт.

Курс “Фізика, фізичні методи дослідження речовини та біологічних об’єктів” складається з таких розділів:

- ▣ механіка і молекулярна фізика;
- ▣ електрика і магнетизм;
- ▣ оптика і атомна фізика;
- ▣ фізичні методи дослідження властивостей матеріалів.

Посібник базується на традиційному порядку викладання курсу, що дозволяє систематизувати і значно розширити знання, набуті з фізики у середній школі.

Через обмеження часу, що відводиться для вивчення цього курсу, деякі положення і закони фізики, справедливості яких доводиться в курсах теоретичної фізики, наводяться у вигляді кінцевих теорем і формул. Автори звертають увагу студентів на прикладне застосування законів і положень фізики. Наприкінці кожного розділу наводяться перелік контрольних запитань і приклади розв’язування задач.

Вступ

Фізика – це наука, що вивчає найпростіші і разом з тим найбільш загальні явища природи, властивості матерії і закони її руху. Закони фізики як науки про природу є основою всього природознавства і є універсальними.

Фізика є експериментальною наукою: її закони базуються на фактах, встановлених дослідним шляхом. Закони фізики являють собою кількісні відношення між фізичними величинами. Математичні методи широко застосовуються у фізиці для обробки експериментальних результатів, встановлення нових закономірностей і передбачення нових, попередньо невідомих явищ. Математичне формулювання законів фізики надає їм більш досконалу форму. Тобто мовою фізики є математика.

Чим складніше фізичне явище, тим більш досконалим повинен бути математичний апарат, необхідний для опису цього явища. Так, рух планет навколо Сонця з великою точністю описується законами Ньютона, тоді як для опису руху електронів в атомах необхідно застосувати математичний апарат квантової механіки.

Дослідною перевіркою наслідків відомих законів і пошуком нових фізичних фактів займається *експериментальна фізика*, а узагальненням відомих фактів і передбаченням на цій основі нових явищ – *теоретична фізика*.

Фізика є основою всіх природничих наук, таких як хімія, біологія, астрономія, геологія тощо. На відміну від фізики, інші природничі науки вивчають більш складні форми руху матерії. Так, наприклад, біологія вивчає процеси життєдіяльності організмів, хімія – процеси і умови утворення і розпаду молекул тощо.

Всі складні форми руху матерії завжди включають в себе більш прості форми руху, але не зводяться до них. Досліджуючи найбільш загальні форми руху матерії, фізика створює основу для вивчення різноманітних конкретних явищ і закономірностей, що є предметом вивчення інших наук. Так, теоретичною основою хімії є квантова механіка, яка найточніше пояснює природу хімічного зв'язку, а отже, і будову молекул.

Фізичні закони дозволяють передбачити перебіг подій у конкретних умовах руху матерії. Перевірка цих передбачень дає можливість встановити межі застосування того чи іншого закону і оцінити справедливість такого передбачення, а також точність вимірювання фізичних величин.

Фізика відіграє вирішальну роль у розвитку техніки. Відкриття нових фізичних явищ призводять до створення принципово нових приладів, машин, матеріалів і технологій, що визначають науково-технічний прогрес. Так, досягнення фізики стали основою виникнення нових галузей техніки, таких як радіо і телебачення, атомна енергетика, лазерна і комп'ютерна технології, створення нових матеріалів.

Прогрес техніки, у свою чергу, стимулює подальший розвиток фізики, забезпечує створення нових приладів і методів дослідження фізичних об'єктів. Без сучасних фізичних методів дослідження неможливо вивчити будову матеріалів. Так, відкриття рентгенівського випромінювання дозволило створити нові методи аналізу будови кристалів, виявляти неоднорідності у структурі матеріалів.

На основі методів рентгеноструктурного аналізу була розшифрована структура ДНК, досліджена будова низки важливих білків і ферментів, розшифрована структура багатьох генів. Дуже плідним для встановлення структури молекул став метод ядерного магнітного резонансу.

Широкого застосування у різних галузях науки і виробництва набув метод спектрального аналізу в оптичному діапазоні. Цим методом встановлюють хімічний склад сплавів у процесі плавлення, хімічний склад зірок, аналізують хімічний склад речовин і його зміни у технологічних процесах і у процесі експлуатації.

Все ширше застосовуються у різних галузях науки і техніки лазери. Розробляються нові методи зберігання і передачі інформації. Поширюються комп'ютерні технології.

Практика показує, що найвагоміші наукові досягнення в наш час відбуваються на межі декількох дисциплін. Тому особлива увага в посібнику приділена сучасним досягненням фізичної науки і технології та їх практичному використанню для дослідження властивостей матеріалів, продукції харчової промисловості, живих організмів та систем.

Розділ 1. Основні положення

1.1. Основні поняття і визначення у фізиці

Фізика – це наука про найзагальніші властивості матерії і закони її руху. Під терміном *матерія* у фізиці розуміють об'єктивну реальність, яка існує незалежно від свідомості людини і проявляється через дію на наші органи відчуття або на інші матеріальні об'єкти.

Дію матерії на інші матеріальні об'єкти вимірюють за допомогою приладів, або розраховують. Матерія багатогранна за своїми проявами і невичерпна. Властивості матерії, простору і часу взаємопов'язані і залежать від руху системи, в якій знаходиться спостерігач. В єдиному матеріальному світі можна умовно виділити три структурні рівні, які відрізняються між собою за розмірами структурних елементів і переважаючими силами взаємодії. Ці області такі:

- **мікросвіт** з розмірами його елементів до 10^{-8} м (елементарні частинки, атоми, молекули); переважаючими видами взаємодії у цій області є слабка, сильна і електромагнітна;
- **макросвіт** з розмірами структурних елементів ($10^{-8} \dots 10^{21}$) м; переважаючими видами взаємодії у цій області є електромагнітна і гравітаційна;
- **мегасвіт** з розмірами, більшими за 10^{21} м (галактика, метagalaktiki); переважаючою взаємодією, що визначає поведінку всієї системи, є гравітаційна взаємодія.

Чіткої межі між цими структурними областями Всесвіту не існує. Фізичні закони, що виконуються в одній структурній області, можуть не діяти в іншій або діяти в усіх областях. Дія законів, що є головними у одній області, може бути знехтуваною в іншій. Так, наприклад, гравітаційна взаємодія, що визначає поведінку масивних тіл (планет, зірок), може бути знехтуваною, без погіршення точності результатів, при переході до взаємодії атомів, молекул тощо.

В той же час електромагнітною взаємодією (яка визначає будову атомів, молекул, більшості матеріальних об'єктів) нехтують, коли розглядається рух планет, зірок.

Матерія існує у двох видах: *речовина* (антиречовина) і *поле*.

Речовина – це вид матерії, що має масу спокою (елементарні частинки, атоми, молекули і тіла, що складаються з них).

Поле (фізичне) – це окремий вид матерії, який не має маси спокою, але завдяки якому матеріальні об'єкти взаємодіють між собою. Під полем розуміють простір, в якому проявляється дія тих чи інших сил, або розподіл фізичних величин (наприклад, температури, густини тощо).

Існують два типи полів: векторні і скалярні.

Скалярне поле задається функцією розташування $f(x, y, z)$, яка зв'язує з кожною точкою простору певне значення скалярної величини, наприклад, температури, густини, концентрації тощо.

Векторне поле задається функцією $F(x, y, z)$, яка кожній точці простору приписує певне значення векторної величини (вектора). Прикладом векторного поля є гравітаційне поле Землі, в якому вектор прискорення \vec{g} приписується кожній точці простору.

Поле і речовина неподільно зв'язані між собою. Кожна частинка речовини є носієм того чи іншого поля. Так, електрон і протон є носіями електричного поля, тіло з масою m – гравітаційного. Через поле відбувається взаємодія між різними матеріальними об'єктами. При певних умовах речовина може перетворитись у відповідний вид поля (анігіляція електрона і позитрона), або поле – створювати речовину (утворення пари електрон-позитрон в полі ядра атома). Фізичне поле - це розподілена енергія відповідного виду (гравітаційна, електрична, електромагнітна). Енергія пов'язана з рухом, взаємним положенням і масою матеріальної частинки.

1.2. Види фізичної взаємодії

Сучасній науці відомі чотири види фізичної взаємодії: гравітаційна, електромагнітна, сильна, слабка.

Гравітаційна взаємодія пов'язана з масою речовини і є найслабшою з усіх видів взаємодії. Вона проявляється на будь-якій відстані і зв'язує в єдине ціле всі частинки Землі, планет, зірок і є головною взаємодією, що визначає будову планетарних систем, галактик, Всесвіту.

Електромагнітна взаємодія – це взаємодія між електрично зарядженими частинками. Вона утримує електрони в атомі, зв'язує атоми в молекули і кристали; відіграє вирішальну роль у хімічних біологічних процесах.

Сильна (ядерна) взаємодія зв'язує нуклони у ядрах усіх елементів і є короткодійною. Ця взаємодія проявляється на відстанях $\approx 10^{-15}$ м.

Слабка взаємодія проявляється між елементарними частинками (електронами, нейтрино, мюонами) і між лептонами у процесі радіоактивного розпаду.

Відносні інтенсивності різних видів взаємодії наведені в таблиці 1.1 за умови, що інтенсивність гравітаційної взаємодії приймається рівною одиниці. Мірою фізичної взаємодії є **сила**.

Таблиця 1.1

<i>Вид взаємодії</i>	<i>Відносне значення інтенсивності</i>
Гравітаційна	1
Слабка	10^{27}
Електромагнітна	10^{38}
Сильна (ядерна)	10^{40}

1.3. Фізичний рух

Всі тіла, що оточують нас, – від зірок і планет до найдрібніших частинок (молекул, атомів і їх складових) – перебувають у стані неперервного руху. Змінюються їх положення у просторі, швидкість, енергія тощо.

Під терміном *рух* у фізиці розуміють зміну стану тіла (системи тіл) або їх взаємного розташування. Існує багато видів рухів: тепловий, електричний та інші.

Найпростішою формою руху тіла є зміна взаємного положення тіла у просторі відносно інших фізичних об'єктів. Цей вид руху називається *механічним*. Розділ фізики, що вивчає закони механічного руху, називається *механікою*. Механічний рух є *відносним*, тобто для математичного опису руху тіл необхідно визначити, відносно якого тіла здійснюється цей рух у просторі і часі. Це тіло називається тілом відліку. Тому для опису механічного руху необхідно застосувати систему відліку. *Системою відліку* переміщення тіла називається тіло відліку зі зв'язаною з ним *системою координат* і годинником для відліку часу.

Системи відліку поділяються на *інерційні* і *неінерційні*. Вибір системи відліку залежить від мети дослідження. *Інерційною* системою відліку називається система відліку, що рухається рівномірно і прямолінійно (відносно зірок). Система відліку, що рухається рівномірно і прямолінійно відносно іншої інерційної системи відліку, теж є інерційною. Реально таких систем не існує, але в багатьох випадках системи відліку, що зв'язані з Землею чи Сонцем, з великою точністю можна вважати інерційними. В інерційних системах відліку виконуються закони Ньютона.

Неінерційною називається система відліку, яка рухається нерівномірно або непрямолінійно. У неінерційних системах відліку закони Ньютона не виконуються і виникають сили інерції.

Закони механічного руху визначають будову планетарних систем та галактик і є основою дії більшості механізмів і машин, створених людиною. З механічним рухом пов'язана дія всіх транспортних систем, течія річок, повітряних мас тощо. Поряд з тим він є складовою частиною більш складних немеханічних процесів. Так, теплові явища пов'язані з неупорядкованим рухом атомів і молекул, електричний струм – з напрямленим рухом заряджених частинок. Таких прикладів можна навести багато.

1.4. Ідеалізація і абстракція у фізиці

Реальні фізичні процеси – це явища, обумовлені взаємодією численних факторів, що впливають на ці процеси по-різному. Одні явища можуть домінувати у процесі, що відбувається, інші – мають другорядне значення. Не завжди можна врахувати дію всіх чинників, що обумовлюють перебіг тих чи інших процесів. Тому при вивченні фізичних процесів, явищ, визначенні параметрів фізичної системи завжди застосовують еле-

менти ідеалізації, абстрагуючись від реальних умов і значень фізичних величин. Суть абстракції полягає у нехтуванні несуттєвими (в умовах даної задачі) другорядними зв'язками, параметрами і взаємодіями. Так, при визначенні швидкості руху літаків, супутників, планет їх розміри не впливають на величину швидкості, форму траєкторії тощо.

Подібних прикладів можна навести багато. Найчастіше застосовують два види ідеалізації: використання *ідеальних фізичних об'єктів* та *ідеальних фізичних процесів*.

До таких абстракцій можна віднести такі поняття як *матеріальна точка, абсолютно тверде тіло, ідеальний газ, ідеальна рідина* тощо.

Матеріальна точка – тіло певної маси, розмірами якого в умовах даної задачі можна знехтувати.

Абсолютно тверде тіло – тіло, яке в умовах даної задачі не деформується під дією сили.

Ідеальний газ – газ, молекули якого можна вважати матеріальними точками, що не взаємодіють між собою (тобто вони знаходяться одна від одної на віддаль, що набагато перевищує їх власні розміри, і взаємодія між ними відсутня).

Ідеальна рідина – рідина, взаємодією між молекулами якої в умовах даної задачі можна знехтувати.

Прикладом ідеальних можуть бути процеси, що відбуваються в ідеальному газі: *ізохорний, ізобарний, ізотермічний, адіабатичний*.

Можна навести також інші приклади ідеалізованих величин і процесів, які будемо розглядати під час вивчення відповідних розділів курсу.

1.5. Фізичні величини і одиниці їх вимірювання

Фізика як наука про природу значною мірою є експериментальною наукою. Властивості фізичних об'єктів і параметри процесів, які можна виміряти безпосередньо або розрахувати, називаються фізичними величинами. *Фізична величина* – це властивість, спільна в якісному відношенні для багатьох фізичних об'єктів, станів або процесів, та індивідуальна в кількісному відношенні для кожного з них. Фізичні закони, що зв'язують між собою ці величини, мають вигляд математичних рівнянь.

При *вимірюванні* фізичної величини її *значення* порівнюють з *одиноцею вимірювання* цієї величини.

Одиниця вимірювання – фізична величина певного розміру, прийнята для кількісного відображення однорідних з нею величин. Значення цієї величини приймають рівним одиниці. *Розмір фізичної величини* – кількісний вміст в об'єкті вимірювання тієї властивості, яку відображає дана фізична величина. Розмір визначає фізичну величину кількісно.

Значенням фізичної величини називається оцінка фізичної величини за допомогою деякого числа прийнятих для неї одиниць вимірювання.

Розрізняють *істинне і дійсне* значення фізичної величини. *Істинне значення* фізичної величини є те значення, яке визначене при ідеальному методі вимірювання. Істинне значення фізичної величини експериментально встановити неможливо. *Дійсне значення* фізичної величини – це експериментально встановлене значення, яке настільки наближається до істинного, що для даної мети може бути використаним замість нього.

Процес знаходження дійсних значень фізичних величин дослідним шляхом називається *вимірюванням*. Розмір фізичної величини дорівнює добутку її числового значення і одиниці вимірювання.

Фізичні величини зв'язані між собою математичними співвідношеннями. Можна виділити лише декілька незалежних величин, які не зв'язані між собою жодним чином. Їх називають *основними фізичними величинами*. Ці величини, загалом, можна вибрати довільним чином. Сукупність основних фізичних одиниць утворює *систему одиниць*.

Всі інші величини називаються *похідними* величинами. Вони визначаються співвідношеннями, в які входять основні та інші похідні фізичні величини або їх комбінації.

У різних народів в різні часи існували свої “національні” системи одиниць, які часто не співпадали між собою, що утруднювало економічні зв'язки, затримувало розвиток науки і техніки. Тому в 1960 році була укладена міжнародна угода про вибір основних фізичних величин. Ці величини і похідні від них створюють основу міжнародної системи одиниць СІ (Système International d'Unites).

В основу системи СІ покладено сім основних одиниць, дві додаткові (*радіан і стерадіан*) і 111 похідних. Існують точні визначення цих величин. Необхідно зауважити, що на практиці вони реалізуються з кінцевою точністю і у зв'язку з удосконаленням методів вимірювання ці визначення змінюються. Основні фізичні величини і одиниці їх вимірювання в системі СІ наведені в таблиці 1.2.

Таблиця 1.2

<i>Фізична величина</i>	<i>Позначення</i>	<i>Одиниця виміру</i>	<i>Позначення</i>
Довжина	<i>l</i>	<i>метр</i>	<i>м</i>
Маса	<i>m</i>	<i>кілограм</i>	<i>кг</i>
Час	<i>t</i>	<i>секунда</i>	<i>с</i>
Сила струму	<i>I</i>	<i>ампер</i>	<i>A</i>
Температура	<i>T</i>	<i>кельвін</i>	<i>K</i>
Кількість речовини	<i>n</i>	<i>моль</i>	<i>моль</i>
Сила світла	<i>I_v</i>	<i>кандела</i>	<i>кд</i>

Розмірність фізичної величини – вираз, що відображає її зв'язок з основними величинами відповідної системи величин. Розмірності похідних одиниць визначаються за відомими співвідношеннями між фізичними величинами і мають, як правило, специфічні назви. Величина розмірності важлива для перевірки правильності співвідношень між фізичними величинами. Скорочені назви похідних одиниць, що названі на честь видатних вчених, пишуться з великої букви. Так, наприклад, одиниця вимірювання сили (*ньютон*) визначається зі співвідношення:

$$[F] = [m] \cdot [a] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н}.$$

Похідні одиниці системи СІ, що мають специфічні назви, також можуть бути використаними для утворення інших похідних одиниць.

Розділ 2. Основи класичної механіки

2.1. Класифікація підрозділів механіки

Механіка – це розділ фізики, в якому вивчається найпростіша форма руху матерії: рух матеріальних тіл у просторі і часі по відношенню до інших тіл, з якими пов'язана система відліку. Поняття системи відліку є фундаментальним поняттям у фізиці. Рух тіл у просторі і часі можна описати тільки тоді, коли вибрана певна система відліку. Простір і час є одними з найважливіших фізичних об'єктів. Щоб вивчити властивості простору і часу, необхідно спостерігати рух тіл, які існують в просторі і часі. Вивчаючи характер руху тіл, ми пізнаємо властивості простору і часу. Реальні рухи тіл досить складні і зумовлені різними чинниками. Механічний рух тіл можна розглядати з різних позицій. Можна вивчати закономірності зміни положення тіла у просторі з плином часу або причини зміни параметрів цього руху.

Якщо рух тіл здійснюється зі швидкістю, що значно менша за швидкість світла, то, як показує досвід, лінійні розміри і проміжки часу залишаються незмінними при переході з однієї системи відліку до іншої. Механіку, що вивчає рух тіл в таких умовах, називають ньютонівською.

При швидкостях, що наближаються до швидкості світла у вакуумі, лінійні розміри і проміжки часу залежать від вибору системи відліку і у різних системах відліку вони будуть різними. Механіку, що базується на цих уявленнях, називають релятивістською.

Механіка як розділ фізики поділяється на такі підрозділи: кінематику; динаміку; статику.

Кінематика – розділ механіки, що вивчає закономірності механічного руху тіл без врахування сил, що викликали цей рух у просторі і часі. Розрізняють класичну і релятивістську кінематику.

Динаміка – розділ механіки, що вивчає закони руху тіл з врахуванням сил і причин, що зумовили цей рух. Розрізняють динаміку тіл, що рухаються з невеликими швидкостями, і релятивістську динаміку. Закони динаміки пояснюють всі особливості механічного руху тіл.

Статика – розділ механіки, що вивчає умови рівноваги тіл під дією сил. На законах статички базуються такі науки, як будівельна механіка, опір матеріалів і ряд інших.

2.2. Кінематика

2.2.1. Способи опису руху точки

Положення точки у просторі задається радіус-вектором \vec{r} , що проводиться від початку системи відліку до точки M (рис. 2.1), або у прямокутній системі координат координатами x, y, z , що представляються проекціями радіус-вектора \vec{r} на відповідні осі. При русі точки її радіус-вектор, координати і шлях (s), пройдений точкою, змінюються і є функціями часу:

$$\vec{r} = \vec{r}(t); x = x(t); y = y(t); z = z(t); s = s(t). \quad (2.1)$$

Рівняння (2.1) називаються кінематичними рівняннями руху точки, заданими у векторній, координатній і так званій, природній формах. В кінематиці рух тіла характеризується траєкторією, шляхом, переміщенням.

Траєкторією називається умовна лінія, яка з'єднає послідовні положення тіла у просторі. У залежності від виду траєкторії рух поділяють на поступальний, криволінійний, коливальний.

При **поступальному** русі тіла будь-яка пряма лінія, що сполучає дві точки тіла, залишається паралельною сама до себе. Найпростішим видом поступального руху є **прямолінійний** рух. Траєкторія такого руху – пряма лінія.

Криволінійним називається такий рух, при якому траєкторія точки (чи тіла) є крива лінія. Найпростішим видом криволінійного руху є рух точки по колу. Прикладом такого руху є рух точки твердого тіла при його обертанні навколо нерухомої осі.

Шляхом називається довжина траєкторії. Довжина траєкторії позначається буквою S .

Переміщенням називається вектор $\Delta\vec{r}$, що сполучає початкове і кінцеве положення точки (рис. 2.1).

Рух матеріальної точки вздовж траєкторії характеризується швидкістю, прискоренням, шляхом.

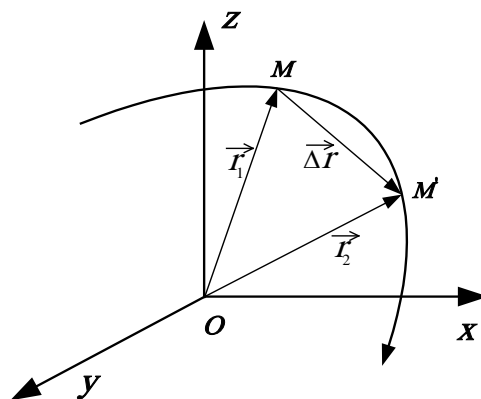


Рисунок 2.1

2.2.2. Швидкість

Переміщення тіла у просторі відбувається у часі, тому для характеристики руху матеріальної точки вводять поняття швидкості руху. Швидкістю руху тіла називається фізична величина, що визначається відношенням переміщення $\Delta \vec{r}$ до часу, протягом якого воно здійснюється.

Величина $\vec{v}_{сер} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ називається **середньою швидкістю** тіла за проміжок часу Δt . За одиницю швидкості в системі СІ приймається 1 м/с.

Середня швидкість не повністю відображає стан руху тіла в довільний момент часу, тому вводять поняття **миттєвої швидкості** як похідної вектора переміщення по часу:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (2.2)$$

При прямолінійному русі вектори швидкості \vec{v} і переміщення $d\vec{r}$ напрямлені вздовж прямолінійної траєкторії, а при криволінійному – вздовж дотичної до траєкторії в даній точці.

При координатному способі опису руху проєкції швидкості точки вздовж координатних осей визначають за формулами:

$$v_x = \frac{dx}{dt}; v_y = \frac{dy}{dt}; v_z = \frac{dz}{dt},$$

де dx, dy, dz – проєкції приростів функцій $x = x(t); y = y(t); z = z(t)$ на відповідні осі. Тоді модуль вектора швидкості буде дорівнювати:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}, \quad (2.3)$$

а напрям вектора швидкості \vec{v} задається направляючими косинусами:

$$\cos \alpha = \frac{v_x}{v}, \cos \beta = \frac{v_y}{v}, \cos \gamma = \frac{v_z}{v}. \quad (2.4)$$

Якщо закон руху тіла задається у природній формі, коли відомі початок відліку і форма траєкторії, то модуль швидкості також визначається як перша похідна від шляху по часу:

$$v = \frac{dS}{dt} = S'(t). \quad (2.5)$$

Швидкості, як і переміщення, є векторними величинами і тому додаються векторно:

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2,$$

де \vec{v}_1 – швидкість тіла у першій системі координат; \vec{v}_2 – швидкість першої системи координат відносно другої. При цьому приймається, що час для всіх координатних систем минає в однаковому темпі.

Швидкість тіл у макросвіті не перевищує значень, що становлять декілька сотень кілометрів за секунду. Так, ракети рухаються зі швидкістю 10-20 км/с. Земля – навколо Сонця зі швидкістю біля 30 км/с. Мікроча-

стинки можуть рухатись зі швидкостями, що наближаються до швидкості світла, яка є найбільшою з усіх можливих швидкостей і дорівнює $3 \cdot 10^8$ м/с у вакуумі.

2.2.3. Прискорення

Рух матеріальної точки може відбуватися з різною швидкістю. При цьому швидкість може змінюватись за напрямом і за величиною. Фізична величина, що характеризує зміну швидкості в часі, називається прискоренням. Розрізняють середнє і миттєве прискорення.

Якщо за час Δt величина миттєвої швидкості змінилась на величину $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, то величина $\vec{a}_{\text{сеп}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ називається **середнім прискоренням**. З визначення випливає, що прискорення, як і швидкість, є векторною величиною. Напрямок вектора прискорення залежить від характеру руху.

Середнє значення прискорення не дає повного уявлення про рух матеріальної точки в довільний момент часу. Для повної характеристики швидкості вводять поняття миттєвого прискорення.

Миттєвим прискоренням називається фізична величина, що визначається як похідна за часом від вектора миттєвої швидкості:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (2.6)$$

У залежності від величини прискорення прямолінійний рух може бути рівномірним, рівнозмінним, нерівнозмінним.

Рівномірним називається рух з постійною швидкістю, тобто $v = \text{const}$, а отже, прискорення $a = 0$.

Рівнозмінним називається рух тіла (точки) з постійним прискоренням $a = \text{const}$. Якщо швидкість матеріальної точки постійно зростає, тобто для будь-яких $t_2 > t_1$, виконується умова $v_2 > v_1$, то такий рух називається **рівноприскореним**. При рівноприскореному русі вектор прискорення \vec{a} співпадає за напрямом з вектором швидкості \vec{v} . Прикладом такого руху є рух тіла при вільному падінні у вакуумі в полі тяжіння Землі.

Якщо модуль швидкості з часом зменшується, тобто для будь-яких $t_2 > t_1$ справедлива нерівність $v_2 < v_1$, то рух називається **рівносповільненим**. При рівносповільненому русі вектори швидкості і прискорення напрямлені у протилежні боки. Прикладом рівносповільненого руху може бути рух тіла, кинутого вертикально вгору (в полі тяжіння Землі).

Нерівнозмінним називається такий рух, при якому вектор прискорення $\vec{a} \neq \text{const}$. Прикладом такого руху може бути рух тіла в середовищі (газах, рідинах), опір якого залежить від швидкості руху.

При прямолінійному рівноприскореному русі залежності шляху і швидкості від часу виражаються такими формулами:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad (2.7)$$

$$v = v_0 + at$$

де s_0 і v_0 – шлях і модуль швидкості тіла в початковий момент часу ($t = 0$). Між шляхом, швидкістю і прискоренням існує зв'язок, що виражається формулою:

$$v^2 - v_0^2 = 2as,$$

де v , v_0 – абсолютні значення швидкості в даний і в початковий моменти часу відповідно, a – прискорення. В системі СІ прискорення вимірюється в метрах за секунду в квадраті ($м/с^2$).

2.2.4. Кінематика криволінійного руху матеріальної точки

Криволінійним називається такий рух точки, траєкторією якого є крива лінія. При русі матеріальної точки по криволінійній траєкторії змінюються не лише модуль, але і напрям вектора швидкості

При рівномірному і нерівномірному криволінійному русі напрям вектора швидкості весь час змінюється. Отже, криволінійний рух завжди прискорений. Прискорення, що характеризує зміну напрямку вектора швидкості, називається **доцентровим**, оскільки воно напрямлене вздовж радіуса до центру кривизни траєкторії. Воно завжди перпендикулярне до вектора швидкості, тому його називають **нормальним**.

При русі по колу радіус кривизни траєкторії дорівнює радіусу кола R . У цьому випадку нормальне прискорення визначається за формулою:

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \quad (2.8)$$

У загальному випадку криволінійного руху точки вектор її прискорення в кожній точці траєкторії напрямлений під деяким кутом до вектора швидкості в цій точці. Тому цей вектор прискорення \vec{a} зручно розкласти на нормальну (доцентрову) і дотичну до траєкторії (тангенціальну) складові (рис. 2.2):

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau. \quad (2.9)$$

Тангенціальне прискорення \vec{a}_τ напрямлене вздовж вектора швидкості або протилежно до нього і характеризує зміну модуля швидкості. Тому абсолютне значення тангенціального прискорення визначається як похідна швидкості по часу

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}. \quad (2.10)$$

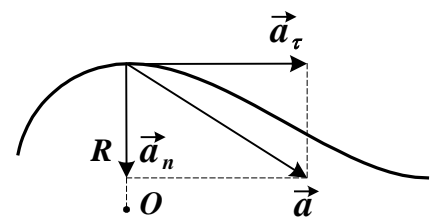


Рисунок 2.2

У скалярній формі повне прискорення у будь-який момент часу для випадку довільного криволінійного руху може бути визначене з рівності:

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}, \quad (2.11)$$

2.2.5. Кінематика обертального руху твердого тіла

Серед усіх можливих видів криволінійного руху найпростішим є рух матеріальної точки по колу. При такому русі модуль вектора швидкості може залишатися постійним і тоді рух точки по колу є *рівномірним*. Якщо модуль вектора швидкості в процесі руху змінюється, такий рух називається *нерівномірним*. Обертальний рух твердого тіла широко поширений у природі і техніці (обертання планет навколо осі, обертання коліс, роторів турбін тощо). При обертанні навколо нерухомої осі траєкторією руху всіх точок тіла є колами різних радіусів. Для опису обертального руху твердого тіла виберемо точку А, що знаходиться на відстані R від осі обертання (рис. 2.3).

Кут $\Delta\varphi$, на який повернулось тіло за час Δt , називається кутом повороту. При обертанні навколо нерухомої осі цей кут змінюється з часом, тобто $\Delta\varphi = f(t)$.

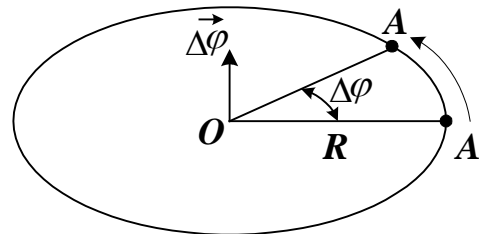


Рисунок 2.3

Обертальний рух матеріальної точки характеризується *кутовою швидкістю* $\vec{\omega}$ і *кутовим прискоренням* $\vec{\beta}$. Для визначення

цих величин задамо вектор $\Delta\vec{\varphi}$, модуль якого дорівнює куту повороту $|\Delta\vec{\varphi}| = \Delta\varphi$, а напрям співпадає з віссю обертання і визначається за правилом правого гвинта. Цей вектор називається *псевдовектором*, оскільки його напрям визначається напрямом обертання точки тіла. *Кутною швидкістю* $\vec{\omega}$ матеріальної точки (і тіла, до якого вона відноситься) називається величина, що чисельно дорівнює похідній від кута повороту тіла $\Delta\varphi$ по часу:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}, \quad (2.12)$$

Кутова швидкість також є псевдовектором. Його напрям співпадає з напрямом вектора $d\vec{\varphi}$. Одиницею кутової швидкості є один радіан за секунду (rad/c). Між абсолютними величинами лінійної і кутової швидкостей існує зв'язок:

$$v = \omega R, \quad (2.13)$$

де R – радіус колової траєкторії, яку описує точка А в процесі руху. Отже, лінійна швидкість точки при рівномірному обертанні пропорційна радіусу траєкторії, по якій рухається точка.

При рівномірному обертанні точки навколо осі час повного обороту Δt називається періодом і позначається літерою T . Період в системі СІ вимірюється в секундах. Число періодів обертання за одну секунду називається частотою обертання ν . Одиниця вимірювання частоти в системі СІ – Герц ($Гц = 1/с$). Між періодом T і частотою ν існує співвідношення:

$$T = \frac{1}{\nu}.$$

В технічних розрахунках частоту обертання ν позначають літерою n і вимірюють в обертах за хвилину.

При рівномірному обертальному русі кут повороту за один період T становить $\Delta\varphi = 2\pi$. Тому модуль кутової швидкості буде дорівнювати:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu.$$

Модуль лінійної швидкості буде рівним:

$$\nu = \omega R = \frac{2\pi}{T} R = 2\pi\nu R,$$

де R – радіус обертання матеріальної точки.

Таблиця 2.1

<i>Поступальний рух</i>	<i>Обертальний рух</i>
$S = \nu_0 t + \frac{at^2}{2} = \frac{\nu^2 - \nu_0^2}{2a}$	$\Delta\varphi = \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2} = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\beta}$
$S = \frac{\nu_0 + \nu}{2} t$	$\Delta\varphi = \frac{\omega_0 + \omega}{2} t$
$\nu = \nu_0 + at = \sqrt{\nu_0^2 + 2aS}$	$\omega = \omega_0 + \beta t = \sqrt{\omega_0^2 + 2\beta\varphi}$
$a = \frac{\nu^2 - \nu_0^2}{2S} = 2\left(\frac{S}{t^2} - \frac{\nu_0}{t}\right)$	$\beta = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varphi} = 2\left(\frac{\Delta\varphi}{t^2} - \frac{\omega_0}{t}\right)$
$t = \sqrt{\frac{2S}{a} + \left(\frac{\nu_0}{a}\right)^2} - \frac{\nu_0}{a}$	$t = \sqrt{\frac{2\Delta\varphi}{\beta} + \left(\frac{\omega_0}{\beta}\right)^2} - \frac{\omega_0}{\beta}$

За умови нерівномірного обертання зміна кутової швидкості у часі характеризується кутовим прискоренням. **Кутовим прискоренням** $\vec{\beta}$ називається фізична величина, що чисельно дорівнює похідній кутової швидкості по часу:

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}. \quad (2.14)$$

Кутове прискорення, як і кутова швидкість, є векторна величина. При зростанні кутової швидкості з часом вектори кутової швидкості і кутового прискорення співпадають за напрямом, а при зменшенні кутової

швидкості вони протилежні. Одиницею вимірювання кутового прискорення (rad/s^2).

Як видно із таблиці 2.1, між рівняннями кінематики для поступального і обертального рухів існує аналогія. Користуючись цими формулами, можна знаходити будь-які кінематичні параметри поступального і обертального рухів.

Запитання для повторення

1. Що вивчає фізика і на які розділи вона поділяється у залежності від маси тіл і швидкості їх руху?
2. Що визначає фізичний термін “матерія” і які види матерії існують?
3. Що визначає фізичний термін “речовина” і термін “поле”?
4. Що визначає фізичний термін “сила” і які існують види фізичних взаємодій?
5. Що вивчають кінематика, динаміка, статика?
6. У яких формах записуються кінематичні рівняння руху матеріальної точки?
7. Що називається механічним рухом? Наведіть приклади механічного руху.
8. Якими параметрами характеризується механічний рух?
9. Що називається системою відліку і які системи відліку існують?
10. Назвіть основні одиниці Міжнародної системи (СІ). Як утворюються похідні одиниці фізичних величин?
11. Які величини називаються векторними, а які – скалярними? Наведіть приклади.
12. Як поділяється механічний рух за видом траєкторії?
13. Що називається законом руху?
14. Що називається швидкістю механічного руху і як визначити швидкість, якщо відомий закон руху?
15. Дайте означення рівномірного і прискореного рухів.
16. Що називається прискоренням і який існує зв'язок між шляхом, швидкістю і прискоренням?
17. Запишіть формули перетворення Галілея для координат і для швидкостей.
18. Сформулюйте принципи відносності Галілея.
19. Що називається матеріальною точкою? У яких умовах застосовується поняття матеріальної точки?
20. Який рух називається криволінійним і якими прискореннями він описується?
21. Запишіть формулу нормального прискорення при обертальному русі твердого тіла навколо нерухомої осі.
22. Який існує зв'язок між лінійною і кутовою швидкостями?

23. У яких одиницях вимірюються кутова швидкість і кутове прискорення?
24. При якому русі тангенціальне прискорення дорівнює нулю, а нормальне – постійна величина?
25. Чому дорівнює похідна від кутової швидкості за часом?
26. Як напрямлений вектор миттєвої швидкості відносно траєкторії?
27. Як зв'язані між собою лінійна і кутова швидкості точок тіла, що обертається?

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Тіло рухається згідно з законом $S = A + Bt + Ct^3$, $A = 3$ м, $B = 2$ м/с, $C = 1$ м/с³. Знайти його миттєві швидкість і прискорення через 2 секунди від початку руху.

Дано:

$$\begin{aligned} S &= A + Bt + Ct^3 \\ A &= 3 \text{ м} \\ B &= 2 \text{ м/с} \\ C &= 1 \text{ м/с}^3 \\ t &= 2 \text{ с} \end{aligned}$$

$$v = ? \quad a = ?$$

Розв'язування:

- 1) Для знаходження швидкості руху тіла визначаємо першу похідну за часом від шляху:

$$v = \frac{dS}{dt} = B + 3Ct^2. \quad (1)$$

- 2) Підставимо у формулу (1) значення величин з умови задачі і отримаємо: $v = 2 + 3 \cdot 1 \cdot 2^2 = 14$ (м/с).

- 3) Миттєве прискорення a визначимо за формулою:

$$a = \frac{dv}{dt} = 6Ct = 6 \cdot 1 \cdot 2 = 12 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Приклад 2. Ротор електродвигуна обертається з постійною частотою $\nu = 1200$ об/хв. Після виключення струму він зупинився, зробивши до зупинки 80 обертів. За який час він зупиниться, якщо обертання було рівносповільненим?

Дано:

$$\begin{aligned} \nu &= 1200 \text{ об/хв.} = 20 \text{ с}^{-1} \\ N &= 80 \text{ обертів} \\ t &= ? \end{aligned}$$

Розв'язування:

- 1) Запишемо рівняння кута повороту при рівносповільненому русі: $\varphi = 2\pi \cdot N = \omega_0 t - \frac{\beta t^2}{2}. \quad (1)$

- 2) При зупинці кутова швидкість стає рівною нулю: $\omega = \omega_0 - \beta t = 0. \quad (2)$

- 3) З рівняння (2) маємо: $\omega_0 = \beta t \Rightarrow \beta = \frac{\omega_0}{t}. \quad (3)$

- 4) Підставимо (3) у рівняння (1) і отримаємо: $2\pi N = \omega_0 t - \frac{\omega_0 t}{2} = \frac{\omega_0 t}{2}. \quad (4)$

$$\text{З формули (4) маємо: } t = \frac{4\pi N}{\omega_0} = \frac{4\pi N}{2\pi\nu} = \frac{2N}{\nu} = \frac{2 \cdot 80}{20} = 8 \text{ (с)}.$$

Розділ 3. Динаміка поступального і обертального рухів

3.1. Основні поняття і визначення

Динамікою називається розділ механіки, в якому вивчаються закони руху тіл під дією прикладених до них сил. Розрізняють динаміку поступального, обертального і коливального рухів, хоча принципів відмінностей в динаміці цих рухів не існує.

Досвід свідчить про те, що всі тіла і їх складові частини тим чи іншим способом взаємодіють між собою. Мірою фізичної взаємодії є сила. **Силою** називається міра механічної дії одного тіла на інше, в результаті якої тіло прискорюється або деформується. Можливе одночасне прискорення і деформування тіла.

Сила – векторна величина. Вона характеризується модулем, напрямом і точкою прикладення. Існують сили, розподілені по об'єму тіла, які пропорційні масам окремих частинок тіла, і зосереджені сили, які прикладені до певної точки тіла вздовж якоїсь лінії чи поверхні.

Прикладом розподілених сил є сили тяжіння, прикладом зосереджених сил – сила натягу стержня, струни тощо. Фізична природа сил у механіці не розглядається. Сили, що діють на дане тіло зі сторони інших тіл, називаються **зовнішніми**. Прикладом таких сил може бути сила, що стискує або розтягує стержень. Сили, що діють між частинками одного й того ж тіла, називаються **внутрішніми**. Прикладом внутрішніх сил є сили пружності.

Сила – величина **векторна**, тому окремі сили можна додавати, віднімати і розкладати на складові частини за правилами додавання і віднімання векторів. Силу можна переносити вздовж лінії її дії. За одиницю сили в системі СІ приймається 1 *ньютон* – $1\text{ Н} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$.

Силова взаємодія виникає також у силових полях. **Силове поле** – це частина простору, в кожній точці якого на розміщену там матеріальну частинку діє сила, величина і напрям якої залежать лише від координат частинки (матеріальної точки) або від координат і часу.

У першому випадку поле називається **стаціонарним**, у другому – **нестационарним**. Силове поле, у якому робота по переміщенню матеріальної частинки не залежить від траєкторії руху, а визначається тільки початковим і кінцевим положеннями тіла, називається **потенціальним**. Потенціальними полями є гравітаційні і електростатичні поля.

3.2. Закон всесвітнього тяжіння

Сили тяжіння були відомі людям дуже давно. Уже в XVII столітті більшість вчених переконалась у справедливості геліоцентричної будови сонячної системи, запропонованої Коперніком.

Закони руху планет навколо Сонця були встановлені німецьким вченим Йоганом Кеплером, який скористався для цього точними спостереженнями положення планет на небосхилі, встановленими датським вченим Тихо Браге.

Закони Кеплера формулюються наступним чином:

- траєкторії, за якими рухаються планети, є еліпсами, в одному з фокусів яких знаходиться Сонце;
- радіус-вектор планети за рівні проміжки часу описує однакові площі;
- для всіх планет відношення квадрата періоду обертання T до кубу великої півосі еліптичної орбіти R – величина стала:

$$\frac{T^2}{R^3} = const.$$

Для пояснення цих законів необхідно було знати сили, що визначають рух планет, але Кеплеру вони були невідомі. Ця задача була розв'язана І. Ньютоном. Ньютон встановив, що сили взаємодії між тілами зумовлені їх взаємним притяганням і визначаються за формулою:

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2},$$

де m_1 і m_2 – маси тіл, що взаємодіють між собою; R – віддаль між центрами мас; γ – гравітаційна стала.

Значення гравітаційної сталої було експериментально встановлено в 1798 р. англійським вченим Г. Кавендишем. Згідно з сучасними дослідженнями $\gamma = 6,6719 \cdot 10^{-11} (Н \cdot м^2) / кг^2$. Гравітаційна стала чисельно дорівнює силі, з якою притягуються два тіла з масами $m_1 = m_2 = 1 кг$, що знаходяться у вакуумі на віддалі $R = 1 м$.

Закон всесвітнього тяжіння для випадку притягання тіла масою m до поверхні Землі записується у вигляді: $F = \gamma \frac{M_3 \cdot m}{(R_3 + h)^2}$,

де M_3 – маса Землі; R_3 – радіус Землі; h – висота положення тіла над поверхнею Землі, на якій знаходиться тіло. При невеликих значеннях h ця формула може бути записаною у вигляді:

$$F = \gamma \frac{M_3 \cdot m}{R_3^2}. \quad (3.1)$$

Пропорційність сил тяжіння до добутку мас робить їх величезними для небесних тіл і дуже малими для атомів, елементарних частинок, молекул. Якщо у формулі (3.1) величину сили F виразити через масу і прискорення, то матимемо:

$$m \cdot a = \gamma \frac{M_3}{R_3^2} \cdot m.$$

Звідси прискорення a , яке у цьому випадку називається прискоренням вільного падіння і позначається літерою g , буде рівним

$$g = \gamma \frac{M_3}{R_3^2}. \quad (3.2)$$

Значення g для земної кулі на рівні моря становить $9,81 \text{ м/с}^2$. На полюсі (через деформованість земної кулі) значення g більше, ніж на екваторі. Сила притягання напрямлена до центру маси. Через нерівномірність розподілу мас у земній корі напрям сили тяжіння не завжди співпадає з радіусом Землі. Це явище використовують у гравітаційній розвідці корисних копалин (переважно руд різноманітних металів).

Вимірюючи прискорення земного тяжіння g , можна визначити масу Землі. З формули (3.2) *маса Землі*:

$$M_3 = \frac{g \cdot R_3^2}{\gamma} = \frac{9,81 \cdot 6,37^2 \cdot 10^{12}}{6,67 \cdot 10^{-11}} \approx 5,97 \cdot 10^{24} (\text{кг}).$$

Середня густина Землі буде рівною

$$\rho_{\text{сер}} = \frac{M_3}{V_3} = \frac{3M_3}{4\pi R_3^3} = \frac{3 \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{4 \cdot 3,14 \cdot 6,37^3 \cdot 10^{18}} \approx 5,5 \cdot 10^3 (\text{кг/м}^3)$$

Відомо, що середня густина кам'яних порід, з яких складається земна кора, значно менша від цієї величини, тому приходимо до висновку, що ядро Землі складається, в основному, з металів (заліза, нікелю, міді тощо).

3.3. Основні закони динаміки

Повсякденний досвід свідчить, що тіла починають рухатись, якщо на них діє деяка сила. Якщо дія сили на тіло, що рухається, припиняється, то тіло через деякий час зупиняється. Тому грецький вчений Арістотель (384-322 рік до н. е.) висунув припущення, що причиною руху тіл є дія сили. Це положення існувало в науці майже дві тисячі років. Уявлення Арістотеля про рух тіл і його причини були спростовані італійським вченим Г. Галілеєм (1564 – 1642), який в результаті дослідів встановив, що причиною припинення руху тіла є його взаємодія з іншими тілами.

Шлях кульки, що скотилась з похилої площини, по горизонтальній залежав від стану поверхні горизонтальної площини.

Звідси він зробив висновок, що кулька буде рухатись по горизонтальній поверхні з постійною швидкістю, якщо ніщо не буде заважати її руху. Галілей встановив, що при відсутності сил опору всі тіла падають на Землю з однаковим прискоренням. Ці ідеї були прийняті і розвинуті І. Ньютоном, який в 1687 році в роботі “Математичні начала натуральної філософії” сформулював три закони динаміки, на основі яких базуються всі положення *класичної механіки*.

3.3.1. Перший закон Ньютона

Перший закон Ньютона формулюється так: *всьяке тіло зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху, доки дія інших тіл не виведе його з цього стану*. Здатність тіла зберігати стан спокою або рівномірного прямолінійного руху називається **інерцією**. Перший закон Ньютона виконується не у всіх системах відліку. Системи відліку, в яких виконується перший закон Ньютона, називаються **інерційними**.

Такою системою, з високим ступенем наближення, є геліоцентрична система з початком координат в центрі Сонця. Будь-яка система, що рухається рівномірно і прямолінійно відносно деякої інерційної, теж є інерційною. Всі інерційні системи рівноправні, тому ніякими механічними дослідженнями всередині даної системи відліку неможливо встановити: рухається вона з деякою постійною швидкістю v чи знаходиться у стані спокою. Це положення називається **принципом відносності Галілея**.

Існування інерційної системи відліку в класичній механіці є постулатом, що узагальнює велику сукупність дослідних даних. Перший закон Ньютона встановлює, що **існують такі інерційні системи відліку, відносно яких швидкість поступального руху матеріальної точки (тіла) не змінюється, якщо на нього не діють інші тіла, або дія інших тіл скомпенсована**.

3.3.2. Другий закон Ньютона – основний закон динаміки поступального руху

Узагальнюючи численні експерименти, Ньютон встановив зв'язок між силами, що діють на тіло, і прискоренням, яке набирає тіло під дією цих сил:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \quad \text{або} \quad \vec{F} = m \cdot \vec{a}, \quad (3.3)$$

де \vec{F} – векторна сума всіх сил, що діють на тіло; m – маса тіла; \vec{a} – прискорення. Співвідношення (3.3) виражає другий закон Ньютона: **прискорення, що набирає тіло, прямо пропорційне до діючої на нього сили і обернено пропорційне до маси тіла**.

Важливо зауважити, що закон інерції є наслідком другого закону Ньютона. Дійсно, якщо на тіло не діє сила, або рівнодіюча всіх сил дорівнює нулю, то прискорення тіла $a = 0$. Отже, тіло знаходиться у стані спокою або рухається з постійною швидкістю, тобто рівномірно і прямолінійно. Співвідношення (3.3) представлене у вигляді

$$m \cdot \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F} \quad (3.4)$$

називається основним законом динаміки поступального руху. Якщо у формулі (3.4) величину $\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$ виразити як першу похідну від швидкості за ча-

сом, то формулу (3.4) можна записати так: $\vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$, де $m \cdot \vec{v} = \vec{p}$ – імпульс тіла. Тому другий закон Ньютона, виражений через імпульс тіла, формується так: **швидкість зміни імпульсу тіла визначається діючою на нього силою і дорівнює цій силі.**

Зміст другого закону Ньютона полягає у тому, що діюча сила є не причиною руху взагалі а причиною зміни стану руху тобто зміни швидкості тіла. З формули (3.3) випливає, що напрям вектора прискорення співпадає з напрямом вектора сили. Другий закон Ньютона виконується тільки в інерційних системах відліку.

3.3.4. Третій закон Ньютона

Третій закон Ньютона формулюється так: **два тіла взаємодіють між собою з силами, напрямленими вздовж однієї прямої, рівними за модулями і протилежними за напрямом.** Експериментально було встановлено, що при будь-якій взаємодії двох тіл з масами m_1 і m_2 відношення модулів їх прискорень залишається сталим і рівним оберненому відношенню їх мас:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}.$$

Звідси випливає рівність добутків мас тіл на модуль їх прискорення:

$$m_1 \cdot a_1 = m_2 \cdot a_2 \quad (3.5)$$

Вектори прискорення взаємодіючих тіл мають протилежний напрям, тому рівняння (3.5) у векторній формі приймає вигляд: $m_1 \cdot \vec{a}_1 = -m_2 \cdot \vec{a}_2$.

За другим законом Ньютона сила \vec{F}_{12} , що діє на перше тіло зі сторони другого, дорівнює $\vec{F}_{12} = m_1 \cdot \vec{a}_1$, а сила \vec{F}_{21} , що діє на друге тіло, рівна $\vec{F}_{21} = m_2 \cdot \vec{a}_2$. Звідси випливає рівність $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, яка є аналітичним вираженням третього закону Ньютона. Ці сили прикладені до **різних тіл**, а тому вони не зрівноважують одна одну.

Одну з сил Ньютон назвав дією, а другу – протидією. Розподіл сил на діючі і протидіючі є умовним, тому що обидві сили завжди мають однакове походження. Наприклад, сила притягання Місяця до Землі дорівнює силі притягання Землі до Місяця. Ці сили мають гравітаційну природу. Сили притягання двох наелектризованих тіл мають електричну природу. Якщо “діюча” сила обумовлена деформацією одного з тіл при їх контакті, то “протидіюча” сила викликана деформацією іншого тіла, що знаходиться у контакті з першим. За третім законом динаміки дія і протидія – дві складові єдиного процесу взаємодії.

3.4. Закон збереження імпульсу

Другий закон Ньютона, записаний у вигляді $\vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$, дозволяє встановити значення швидкості тіла у будь-який момент часу. Якщо тіло масою m рухається під дією постійної сили \vec{F} , то цю формулу можна записати у вигляді $\vec{F} \cdot dt = m \cdot d\vec{v}$. Інтегрування лівої і правої частин цієї рівності за умови $t_0 = 0$ і $\vec{F} = const$ дає:

$$\vec{F} \cdot t = m(\vec{v} - \vec{v}_0) \quad (3.6)$$

Величина $F \cdot t$ називається **імпульсом сили**. Величина $m \cdot \vec{v} = \vec{p}$ – імпульсом тіла, або просто **імпульсом**. З формули (3.6) випливає, що **імпульс постійної сили, що діє на тіло, дорівнює зміні імпульсу тіла**.

Це формулювання виражає закон зміни імпульсу. Цей закон дозволяє визначити кінцеву швидкість тіла, якщо відомі імпульс сили і початкова швидкість тіла.

Система тіл називається **замкнутою**, якщо на неї не діють сили з боку інших тіл, які не входять в цю систему, або їх дією можна знехтувати. Сили, що діють між окремими частинками такої системи, називаються внутрішніми.

Розглянемо замкнуту систему, що складається з n тіл. Для кожного тіла цієї системи виконується рівняння $\frac{d}{dt}(m \cdot \vec{v}) = \vec{F}$ або $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$, де \vec{F} – векторна сума внутрішніх сил, що діють на дане тіло з боку інших тіл цієї системи. Тоді сила, що діє на перше тіло: $\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14} + \dots + \vec{F}_{1n}$, сила, що діє на друге тіло: $\vec{F}_2 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_{24} + \dots + \vec{F}_{2n}$ і т.д.

Оскільки сили взаємодії між двома тілами рівні за модулем і протилежні за напрямом, то для замкнутої системи тіл сума сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n$ дорівнює нулю. Тому справедливою є рівність:

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} + \frac{d\vec{p}_3}{dt} + \dots + \frac{d\vec{p}_n}{dt} = 0 \quad \text{або} \quad \frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n) = 0 \quad (3.7)$$

З рівняння (3.7) випливає, що для замкнутої системи сума імпульсів всіх її частин – величина стала. Величина і напрям імпульсів окремих частин замкнутої системи може змінюватись, але їх геометрична сума – величина стала, тобто

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = const. \quad (3.8)$$

Рівняння (3.8) є законом збереження імпульсу для замкнутої системи матеріальних точок (тіл). Він формулюється так: **у замкнутій системі сума імпульсів усіх тіл є сталою величиною**.

Цей закон виконується для будь-якого проміжку часу t і широко проявляється у різних явищах природи і знаходить застосування у техніці.

Практично замкнутих систем не існує, але у багатьох випадках можна дією зовнішніх сил на систему знехтувати і розглядати цю систему як замкнуту. Рівняння (3.8) застосовують при розв'язуванні задач.

Закон збереження імпульсу є одним з фундаментальних законів природи. Прикладом прояву закону збереження імпульсу може бути явище віддачі при пострілі з гармати. Систему „снаряд – гармата” можна вважати замкнутою і застосовувати до неї закон збереження імпульсу. Іншим прикладом прояву закону збереження імпульсу може бути неперервний рух молекул ідеального газу у замкнутій системі.

3.5. Динаміка обертального руху

Нехай тверде тіло довільної форми обертається навколо нерухомої осі (рис. 3.1) під дією сили \vec{R} , яка довільно напрямлена по відношенню до осі обертання. Цю силу можна розкласти на три взаємоперпендикулярні складові: \vec{F}' (паралельна до осі обертання), \vec{F}'' (перпендикулярна до осі обертання), \vec{F} – напрямлена вздовж дотичної до траєкторії обертального руху точок тіла. Якщо вісь обертання не зафіксована, то сили \vec{F}' і \vec{F}'' спричиняють поступальний рух тіла у напрямку дії сил. Вісь обертання зафіксована і дія цих сил скомпенсована дією сил опору у підшипниках, а некомпенсованою є тільки сила \vec{F} , що діє на тіло на відстані r відносно осі обертання. Ця сила називається обертальною. При обертальному русі визначальну роль відіграє не сила, а **момент сили M** .

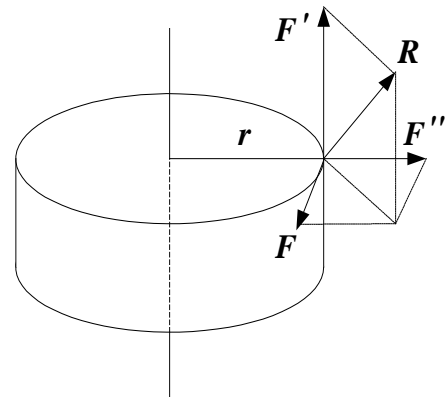


Рисунок 3.1

Плечем сили називається відстань r від осі обертання до лінії, вздовж якої діє сила \vec{F} . Моментом сили \vec{F} відносно осі обертання або обертальним моментом називається добуток сили \vec{F} на плече сили r :

$$M = F \cdot r$$

Обертальний момент є вектор, паралельний до осі обертання, напрям якого визначається за правилом правого гвинта. За одиницю момента сили в системі СІ приймається $H \cdot m$.

У твердому тілі сила, прикладена до однієї точки, передається всім матеріальним точкам цього тіла і, отже, є причиною їх прискореного руху. Тому розіб'ємо умовно це тіло на окремі точки з елементарними масами Δm . Тоді, згідно з другим законом Ньютона, на кожну точку тіла діє елементарна сила $\Delta \vec{F}_i = \Delta m_i \cdot \vec{a}_i$, де \vec{a}_i – прискорення цієї точки. При обертальному русі це прискорення дорівнює тангенційному, а тому маємо:

$$\Delta F_i = \Delta m_i \cdot \beta \cdot r_i,$$

де β – кутове прискорення. Елементарний обертальний момент, що прикладений до елементарної маси Δm_i , буде дорівнювати $\Delta M_i = \beta \cdot \Delta m_i \cdot r_i^2$, а повний обертальний момент сили \vec{F} , що діє на тіло:

$$M = \sum_{i=1}^n \Delta M_i = \beta \cdot \sum_{i=1}^n \Delta m_i \cdot r_i^2, \quad (3.9)$$

де величина $\Delta m_i \cdot r_i^2 = j$ – момент інерції матеріальної точки відносно вибраної осі обертання; $\sum_{i=1}^n \Delta m_i \cdot r_i^2 = \mathbf{J}$ – момент інерції тіла відносно даної осі обертання. Одиниці вимірювання моменту інерції тіла в СІ є $\text{кг} \cdot \text{м}^2$. Враховуючи визначення моменту інерції тіла, рівняння (3.9) можна записати у вигляді

$$M = \beta \cdot \mathbf{J} \quad (3.10)$$

Ця формула виражає **основний закон динаміки обертального руху** твердого тіла, який формулюється так: **момент обертаючої сили, прикладений до тіла, дорівнює добутку кутового прискорення на момент інерції цього тіла**. Величина моменту інерції тіла відносно різних осей обертання буде різною. Для тіл простої геометричної форми момент інерції відносно осей симетрії визначається інтегруванням по об'єму тіла добутку $r^2 dm$.

Для визначення моментів інерції тіл вибирають прямокутну систему координат і осі симетрії тіла суміщають з осями координат. Розглянемо, наприклад, моменти інерції тіл правильної геометричної форми відносно їхніх осей симетрії. У цьому випадку моменти інерції будуть такі:

□ **однорідний диск** і однорідний циліндр з радіусом R і масою m . Вісь обертання (Z) проходить через центр мас перпендикулярно до основи диска:

$$\mathbf{J}_z = \frac{m \cdot R^2}{2}; \quad \mathbf{J}_x = \mathbf{J}_y = \frac{m \cdot R^2}{4};$$

□ **однорідна куля** з радіусом R і масою m . Вісь обертання (Z) проходить через центр мас (центр симетрії) кулі:

$$\mathbf{J}_x = \mathbf{J}_y = \mathbf{J}_z = \frac{2}{5} \cdot m \cdot R^2;$$

□ **однорідний стержень** довжиною l . Вісь обертання (Z) проходить через центр мас перпендикулярно до стержня: $\mathbf{J}_z = \frac{m \cdot l^2}{12}$;

□ **однорідний конус** висотою h і радіусом основи R . Вісь обертання (Z) проходить через центр мас перпендикулярно до основи:

$$\mathbf{J}_z = \frac{3}{10} \cdot m \cdot R^2;$$

- **кільцевий циліндр** масою m з внутрішнім радіусом R_1 і зовнішнім R_2 . Вісь обертання (Z) співпадає з віссю симетрії циліндра:

$$\mathbf{J}_z = \frac{m}{2}(R_1^2 + R_2^2);$$

- **тонкий обруч** масою m і радіусом R . Вісь обертання (Z) проходить через центр обруча перпендикулярно до його площини: $\mathbf{J}_z = m \cdot R^2$.

Моменти інерції тіл складної геометричної форми визначають експериментально.

3.5.1. Теорема Гюйгенса-Штайнера

Якщо необхідно визначити момент інерції тіла відносно осі, яка не проходить через центр мас тіла, то її визначають за формулою:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_0 + m \cdot d^2$$

де \mathbf{J}_0 – момент інерції тіла відносно осі, яка проходить через центр мас тіла і паралельна до заданої осі; m – маса тіла; d – відстань між осями. Отже, **момент інерції тіла відносно довільної осі обертання дорівнює сумі його моменту інерції відносно паралельної осі, яка проходить через центр мас тіла, і добутку маси тіла на квадрат відстані між даними паралельними осями.**

3.5.2. Момент імпульсу. Закон зміни моменту імпульсу

Запишемо рівняння основного закону динаміки обертального руху

(3.10) у вигляді $M = \mathbf{J} \frac{d\omega}{dt}$, з якого випливає:

$$M \cdot dt = \mathbf{J} \cdot d\omega. \quad (3.11)$$

Звідси зміна кутової швидкості твердого тіла визначається не тільки величиною моменту зовнішніх сил, але і часом його дії. Проінтегруємо ліву частину (3.11) за часом, а праву – за кутовою швидкістю:

$$\int_{t_1}^{t_2} M \cdot dt = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \mathbf{J} \cdot d\omega.$$

Для абсолютно твердого тіла $\mathbf{J} = const$, тому маємо:

$$\int_{t_1}^{t_2} M \cdot dt = \mathbf{J} \cdot \omega_2 - \mathbf{J} \cdot \omega_1.$$

Величина $\int_{t_1}^{t_2} M \cdot dt$ називається **імпульсом моменту сил**, а величина

$\mathbf{J} \cdot \vec{\omega}$ – **моментом імпульсу тіла** відносно нерухомої осі. Момент імпульсу позначають літерою L :

$$L = \mathbf{J} \cdot \omega.$$

З врахуванням цього позначення рівняння (3.11) може бути записаним в інтегральній формі:

$$\int_{t_1}^{t_2} M \cdot dt = L_2 - L_1 \quad (3.12)$$

Рівняння (3.12) виражає закон зміни моменту імпульсу відносно нерухомої осі: **зміна моменту імпульсу твердого тіла дорівнює імпульсу момента сил, прикладених до тіла.**

В системі СІ момент сили вимірюється в $(Н \cdot м)$, а момент імпульсу в $(кг \cdot м^2 / с)$. Якщо для даного тіла $\mathbf{J} = const$, то його можна внести у рівнянні (3.12) під знак диференціала $M \cdot dt = d(\mathbf{J} \cdot \omega)$. Звідси маємо:

$$M = \frac{d(\mathbf{J} \cdot \omega)}{dt}, \text{ або } M = \frac{dL}{dt}. \quad (3.13)$$

Момент імпульсу L часто називають обертальним імпульсом системи. Користуючись цією термінологією, можна сказати, що **похідна обертального імпульсу системи за часом дорівнює моменту зовнішніх сил відносно осі обертання.**

Якщо доцентрові сили $\Delta F = \Delta m \omega^2 r$, що діють на окремі частини тіла Δm , взаємно зрівноважуються при обертанні тіла навколо даної осі, то така вісь називається **вільною віссю обертання.**

Вільна вісь завжди проходить через центр мас тіла. Тіло може мати три вільні осі обертання. При цьому стійкими (такими, що забезпечують стійке обертання) можуть бути дві з них: вісь, відносно якої момент інерції максимальний, і вісь з мінімальним моментом інерції.

3.5.3. Закон збереження моменту імпульсу

Якщо сумарний момент зовнішніх сил, що діють на тіло або систему тіл, дорівнює нулю ($\vec{M} = 0$), то з формули (3.13) випливає:

$$\frac{dL}{dt} = 0, \text{ або } L = \mathbf{J} \cdot \omega = const.$$

Таким чином, **якщо сума моментів зовнішніх сил дорівнює нулю, то момент імпульсу системи з часом не змінюється.** В цьому полягає суть закону збереження моменту імпульсу.

Цей закон широко застосовується у техніці і проявляється у різних природних явищах. Так, вертоліт є замкнутою системою, що складається з гвинта, що розташований у горизонтальній площині, і корпусу вертольота. При обертанні гвинта з кутовою швидкістю ω_1 корпус вертольота буде обертатись у протилежний бік зі швидкістю ω_2 . Щоб запобігти цьому, на хвості вертольота є гвинт, розташований у вертикальній площині, дія якого компенсує обертання корпусу вертольота. В інших конструкціях вертоліт має два горизонтальних гвинти, які обертаються у протилежні боки.

Якщо під дією внутрішніх сил момент інерції системи змінюється $\mathbf{J}_1 \rightarrow \mathbf{J}_2$, то це призводить до зміни кутової швидкості системи $\omega_1 \rightarrow \omega_2$ так, що $\mathbf{J}_1 \cdot \omega_1 = \mathbf{J}_2 \cdot \omega_2$. Так фігурист на льоді може змінити швидкість свого

обертання змінюючи положення рук і ніг відносно корпусу. Цим же законом користуються спортсмени при акробатичних вправах, пов'язаних з обертанням у повітрі.

Земля при обертанні навколо власної осі має певне значення моменту імпульсу L . Будь-яке переміщення мас Землі (випадання опадів, вулканічна діяльність, гороутворення, рух льодовиків тощо) призводить до зміни моменту інерції i , як наслідок, до зміни періоду обертання Землі. Це є причиною нерегулярності тривалості доби на Землі.

Запитання для повторення.

1. Що вивчає динаміка і які існують види динаміки?
2. Що називається силою і які види сил існують?
3. Які види силових взаємодій існують у природі?
4. Сформулюйте закон всесвітнього тяжіння. Що характеризує гравітаційна стала?
5. Як можна визначити масу Землі, планет?
6. Що характеризує маса тіла? В яких одиницях вимірюється маса?
7. Дайте визначення космічних швидкостей.
8. Сформулюйте основні закони динаміки (закони Ньютона).
9. Дайте визначення імпульсу. Сформулюйте закон зміни і закон збереження імпульсу.
10. Поясніть причину віддачі при пострілі з вогнепальної зброї.
11. Яка система відліку називається системою центра інерції?

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Радіус планети $R = 1000$ км, середня густина речовини $\rho = 4$ г/см³. Визначити прискорення вільного падіння на поверхні планети.

Дано:

$$R = 1000 \text{ км} = 1 \cdot 10^6 \text{ м},$$

$$\rho = 4 \text{ г/см}^3 = 4 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$g = ?$$

Розв'язування

1) Застосуємо формулу закону всесвітнього

$$\text{тяжіння} \quad F = \gamma \cdot \frac{M_{nl} \cdot m}{R^2} \quad (1)$$

2) Підставимо замість сили F її величину

$$F = m \cdot g,$$

$$\text{тоді матимемо:} \quad m \cdot g = \gamma \cdot \frac{M_{nl} \cdot m}{R^2} \Rightarrow g = \gamma \cdot \frac{M_{nl}}{R^2} \quad (2)$$

3) Підставимо у формулу (2) вираз для маси планети і значення гравітаційної сталої

$$g = \gamma \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot \frac{R^3}{R^2} \cdot \rho = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 10^3 = 1,117 (\text{м/с}^2)$$

Приклад 2. Знайти момент інерції вала масою $m = 5 \text{ кг}$ і радіусом $R = 2 \text{ см}$ відносно осі, паралельної повздовжній осі вала і віддаленої від неї на відстань $d = 10 \text{ см}$.

Дано:	Розв'язування
$m = 5 \text{ кг}$	1) Застосуємо теорему Штайнера: $\mathbf{J} = \mathbf{J}_0 + m \cdot d^2$ (1)
$R = 2 \text{ см} = 0,02 \text{ м}$	2) Підставимо в (1) значення $\mathbf{J}_0 = \frac{m \cdot R^2}{2}$ для вала.
$d = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$	Тоді отримаємо:
$\mathbf{J} = ?$	$\mathbf{J} = \frac{m \cdot R^2}{2} + m \cdot d^2 = \frac{5 \cdot (0,02)^2}{2} + 5 \cdot (0,1)^2 = 0,051 (\text{кг} \cdot \text{м}^2)$

3.6. Рух тіл в інерційних системах відліку

3.6.1. Сила інерції. Основні поняття і визначення

Неінерційною називається система, що рухається з прискоренням відносно інерційної. Прикладом такої системи відліку може бути система, що зв'язана з тілом, яке вільно падає у полі тяжіння Землі. Закони Ньютона справджуються і в неінерційних системах, якщо ввести поняття сили інерції. Для прикладу, тіло, що перебуває в стані спокою в інерційній системі, буде рухатися з прискоренням з точки зору спостерігача, який знаходиться в неінерційній системі. Такий стан речей може бути пояснений дією на тіло деякої сили інерції:

$$\vec{F}_{in} = -m \cdot \vec{a}_g$$

де m – маса тіла; \vec{a}_g – прискорення, з яким рухається система відносно інерційної системи відліку. Введення сил інерції дозволяє записувати другий закон Ньютона у звичайній формі, тільки під діючою силою слід приймати суму “звичайних” сил і сил інерції:

$$\vec{F} + \vec{F}_{in} = m \cdot \vec{a},$$

де \vec{a} – прискорення тіла в неінерційній системі відліку.

Сила інерції є “фіктивною” силою, тому що вона не є результатом дії іншого тіла, а виражає властивість системи відліку. Крім того, для сили інерції не існує протидіючої сили.

3.6.2. Сили інерції при обертальному русі

При обертальному русі тіла навколо осі на всі його частинки діє

доцентрове прискорення: $a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$.

Система відліку, що зв'язана з цим тілом, є неінерційною, а тому з точки зору спостерігача у цій системі на тіло діє відцентрова сила інерції, значення якої визначається за формулою:

$$F_{in} = \frac{mv^2}{R},$$

де m – маса тіла, що знаходиться на віддалі R від осі обертання.

Відцентрова сила інерції утримує планети від падіння на Сонце. Величезну роль відіграє відцентрова сила інерції у техніці. Вона використовується в центрифугах для розділення речовин за густиною, обмежує максимальне число обертів деталей різних машин (роторів двигунів, гвинтів літаків тощо).

3.7. Рух тіл в умовах дії сил тертя

Силами тертя називаються сили, що виникають при контакті тіл і перешкоджають їх взаємному переміщенню. Тертя поділяється на зовнішнє і внутрішнє. Внутрішнє тертя або в'язкість виникає при переміщенні одних шарів рідини чи газу відносно інших.

Зовнішнє тертя поділяється на тертя спокою і кінематичне тертя. Явище зовнішнього тертя проявляється в тому, що при тісному контакті тіл між ними виникають сили взаємодії, що протидіють їх взаємному переміщенню. Ці сили зумовлюють виникнення сил тертя.

Сила тертя пропорційна силі нормального тиску і не залежить від площі поверхонь, на яких відбувається контакт:

$$F_T = \mu F_N,$$

де \vec{F}_T – сила тертя; \vec{F}_N – сила нормального тиску; μ – коефіцієнт тертя.

Якщо до тіла, що знаходиться у контакті з іншим, прикладати силу \vec{F} , яка зростає, то рух тіла почнеться тільки після досягнення силою певного значення. Це пояснюється тим, що на перше тіло з боку другого діє тертя спокою $\vec{F}_{T.C.}$ (рис. 3.2). Коли сила \vec{F} стане

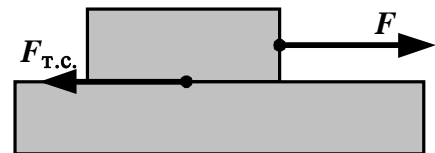


Рисунок 3.2

більшою за максимальне значення сили тертя спокою, тіло починає рухатися і величина сили тертя зменшується до сили тертя ковзання $\vec{F}_{T.K.}$, яка визначається за формулою: $F_{T.K.} = \mu_K \cdot F_N$, де μ_K – коефіцієнт тертя ковзання. У загальному випадку коефіцієнт тертя ковзання менший від коефіцієнта тертя спокою і залежить від швидкості взаємного переміщення тіл. Коефіцієнт тертя залежить від матеріалу тіл, що знаходяться у контакті, і чистоти обробки їх поверхонь. В таблиці 3.1 наведені значення коефіцієнтів тертя спокою і ковзання для деяких пар матеріалів.

Один із засобів зменшення сил тертя – застосування підшипників кочення замість підшипників ковзання. При коченні одного тіла по поверхні іншого перед тілом, що котиться, за рахунок деформації виникає виступ, на утворення якого витрачається робота зовнішніх сил.

Таблиця 3.1

Матеріали, що контактують	μ	μ_K	μ_K
		Сухе тертя	Тертя зі змащенням
Автошина /асфальт	0,55	0,3	0,15
Дерево / дерево	0,65	0,3	0,1
Шкіра / дерево	0,47	0,27	0,014 (з водою)
Метал / дерево	0,5 – 0,6	0,4 – 0,5	0,03 – 0,08
Сталь / сталь	0,15	0,1	0,01

Сили тертя кочення визначаються за формулою

$$F_T = \frac{K \cdot F_N}{R},$$

де F_N – сила нормального тиску; R – радіус тіла, що котиться; K – коефіцієнт тертя кочення. Коефіцієнт тертя кочення сильно залежить від твердості поверхні тіл, що утворюють вузол тертя.

Запитання для повторення

1. Які системи відліку називаються неінерціальними?
2. Коли виникає сила інерції і чому вона дорівнює?
3. Чому дорівнює відцентрова сила інерції? Яка різниця між силою тяжіння і вагою тіла?
4. За яких умов виникає стан невагомості?
5. Як змінюється вага тіла в залежності від географічної широти? Чому?
6. В яких умовах виникає сила Коріоліса? Чому вона дорівнює?
7. Наведіть приклади дії сили Коріоліса.
8. Які відмінності існують між силами взаємодії і силами інерції?
9. Чим обумовлена сила тертя спокою і сила тертя ковзання?
10. Запишіть формулу для сили тертя ковзання.
11. Яку роль виконують сили тертя?
12. Наведіть приклади шкідливої та корисної дії сил тертя.
13. Чому підшипники кочення виготовляють з твердих металів?

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Потяг масою $M = 500 \text{ т}$ після припинення тяги поступово під дією сили тертя $F = 90 \text{ кН}$ зупиняється через одну хвилину. З якою початковою швидкістю рухався поїзд?

Дано:

$$M = 500 \text{ т} = 5 \cdot 10^5 \text{ кг};$$

$$F = 90 \text{ кН} = 9 \cdot 10^4 \text{ Н};$$

$$t = 1 \text{ хв} = 60 \text{ с}.$$

Розв'язування

$$\left. \begin{array}{l} \text{Виходячи з того, що при зупинці швидкість потяга стала рівною нулю, маємо} \\ v = v_0 - at; \Rightarrow 0 = v_0 - at; \Rightarrow v_0 = at \end{array} \right\} \quad (1)$$

$$v_0 = ?$$

Прискорення \vec{a} знайдемо з формули другого закону Ньютона:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}; \quad (2)$$

Підставимо значення прискорення у формулу (1) і отримаємо:

$$v_0 = \frac{F \cdot t}{m} = \frac{9 \cdot 10^4 \cdot 60}{5 \cdot 10^5} = 10,8 \text{ (м/с)}.$$

Приклад 2. Автомобіль масою $M = 5 \text{ т}$ за час $t = 30 \text{ с}$ набрав швидкість $v = 10 \text{ м/с}$. Знайти силу тяги F . Коефіцієнт тертя $\mu = 0,1$.

Дано:

Розв'язування

$$m = 5 \text{ т} = 5 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$t = 30 \text{ с}$$

$$v = 10 \text{ м/с}$$

$$\mu = 0,1$$

$$F = ?$$

1) За час t імпульс сили автомобіля за рахунок дії сили тяги став рівним Ft .

2) Згідно із законом зміни імпульсу маємо:

$$F \cdot t - \mu mgt = mv \quad (1)$$

З формули (1) знаходимо силу тяги F :

$$Ft = mv + \mu mgt \Rightarrow F = \frac{mv}{t} + \mu mg. \quad (2)$$

3) Підставимо у формулу (2) величини з умови задачі і отримаємо

$$F = \frac{5 \cdot 10^3 \cdot 10}{30} + 0,1 \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 9,8 = 6,566 \cdot 10^3 \text{ (Н)}.$$

Розділ 4. Робота і енергія

4.1. Робота. Основні поняття і визначення

Якщо сила діє на матеріальну точку (тіло) і переміщує її на деяку відстань, то кажуть, що ця сила виконує роботу над матеріальною точкою. Робота є первинним поняттям у фізиці, що характеризує процес перетворення однієї форми руху матерії в іншу і є кількісною характеристикою цього процесу. Елементарною роботою dA сили \vec{F} називається скалярна величина, що чисельно дорівнює добутку проекції сили \vec{F} на напрям переміщення і величини цього переміщення dS :

$$dA = F \cdot \cos \alpha \cdot dS,$$

де α – кут між векторами сили \vec{F} і переміщення $d\vec{S}$ (Рис. 4.1)

Оскільки величина dS нескінченно мала, то величина dA називається елементарною роботою, на відміну від роботи постійної сили на скінченному переміщенні S , яка визначається за формулою:

$$A = F \cdot S \cdot \cos \alpha.$$

Якщо кут α між напрямом дії сили і переміщенням гострий ($\alpha < 90^\circ$), то добуток “ $F \cdot S \cdot \cos \alpha$ ” буде додатнім і сила F виконує додатню роботу

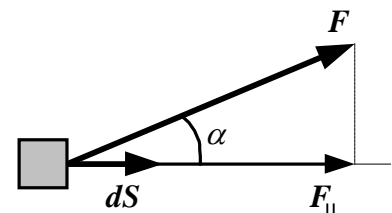


Рисунок 4.1

($A > 0$). Якщо кут α тупий ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$), то робота сили буде від'ємною. Прикладом від'ємної роботи може бути робота сил тертя при переміщенні тіла.

Якщо кут $\alpha = 90^\circ$, то робота сили при переміщенні тіла дорівнює нулю. Наприклад, при обертанні планет навколо Сонця, супутників – навколо Землі переміщення тіла здійснюється перпендикулярно до напрямку дії сил гравітації. Тому робота цих сил по переміщенню тіл дорівнює нулю.

За одиницю роботи в системі СІ приймається 1 *джоуль* (*Дж*) – робота що виконується силою $1H$ при переміщенні тіла на відстань $1m$ у напрямку дії сили:

$$1Дж = 1H \cdot 1m.$$

Якщо сила, що діє на тіло, змінюється, а шлях – криволінійний, то для визначення роботи необхідно розбити весь шлях S на дуже малі (практично прямолінійні) відрізки ΔS , на котрих силу, що діє на тіло, можна вважати сталою, і просумувати елементарні роботи ΔA на всіх відрізках ΔS . За умови, що $\Delta S \rightarrow 0$ додавання елементарних робіт замінюється інтегруванням по всій траєкторії руху тіла:

$$A = \int_S dA = \int_S F \cdot dS$$

Усі сили, що розглядаються у фізиці, прийнято поділяти на *консервативні* (потенційні) і *неконсервативні* (непотенційні).

Консервативними називаються сили, робота яких не залежить від форми траєкторії, по якій рухається тіло, а визначається лише початковим і кінцевим положенням тіла у просторі. Прикладом таких сил є сили тяжіння, сили пружності, електростатичні сили притягання і відштовхування, що діють між зарядженими частинками тощо. Робота сили тяжіння поблизу поверхні Землі визначається за формулою $A = mg\Delta h$, де $\Delta h = h_2 - h_1$ – різниця кінцевої (h_2) і початкової (h_1) висоти положення тіла. Якщо тіло повертається в початкове положення, то робота, що виконується силою тяжіння, дорівнює нулю, оскільки $\Delta h = 0$.

Неконсервативними (**дисипативними**) силами називаються сили, робота яких по замкнутій траєкторії не дорівнює нулю. Прикладом таких сил є сили тертя, сили опору при русі тіл у рідинах, газах, які залежать від швидкості руху тощо. Неконсервативні сили називають дисипативними, тому що при виконанні роботи цими силами енергія тіла, що рухається, перетворюється на внутрішню енергію системи і розсіюється у просторі.

4.2. Потужність

Здатність фізичної системи, машини, двигуна виконувати роботу характеризується скалярною величиною, яка називається потужністю. Потужність дорівнює відношенню роботи ΔA до проміжку часу Δt , за який ця робота була виконана.

Одиницею потужності в системі СІ є ват $1 \text{ Вт} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^3}$. Якщо сила, що діє на тіло, постійна, то потужність при прямолінійному русі буде рівною

$$N = \frac{d}{dt}(A) = \frac{d}{dt}(F \cdot S) = \vec{F} \cdot \vec{v}.$$

У скалярній формі: $N = F \cdot v \cdot \cos \alpha$, де α – кут між векторами \vec{F} і \vec{v} . Потужність, що розвивається двигуном при обертальному русі, визначається за формулою:

$$N = \frac{d}{dt}(M \cdot \varphi) = M \cdot \omega,$$

де M – обертальний момент; ω – кутова швидкість.

4.3. Енергія. Основні поняття і визначення

В природі існує першопричина всіх видів руху матерії, всього того, що визначає будь-які зміни і перетворення на різних рівнях організації матерії (від мега- до мікросвіту). Цією першопричиною є енергія. Енергія, як і робота, є первинним поняттям у фізиці і не має визначення через інші фізичні категорії. Під енергією фізичної системи (тіла, системи тіл, силового поля тощо) розуміють її здатність виконувати роботу при переході з одного стану з енергією E_1 до іншого – з енергією E_2 . Вимірюється енергія величиною роботи, яку може виконати система при таких переходах. Тоді величина виконаної роботи ΔA дорівнює різниці енергій у кінцевому і початковому станах

$$\Delta A = E_2 - E_1.$$

Оскільки при виконанні позитивної роботи енергія в кінцевому стані E_2 є меншою від енергії E_1 , то це означає, що робота виконується за рахунок зменшення енергії системи $\Delta A = -\Delta E$.

Кінцевий стан системи, в якому вона вже не може виконувати роботу в даних умовах за рахунок енергії даного виду, називають **нормальним**. Так, наприклад, нормальним станом для тіла, що знаходиться над поверхнею Землі, є стан, при якому тіло опустилось на поверхню Землі.

Чим більшу роботу може виконати система при переході у свій нормальний стан, тим більшою є її енергія у початковому стані. Отже, енергія вимірюється в тих же одиницях, що й робота. В системі СІ за одиницю енергії приймається 1 джоуль.

У залежності від того, з якою формою руху матерії пов'язана здатність системи виконувати роботу, говорять про різні види енергії. Так, наприклад, з механічним рухом тіла пов'язана **кінетична** енергія; з гравітаційною взаємодією – **потенціальна** енергія в полі гравітації. Енергія, що пов'язана з неупорядкованим рухом молекул, з яких складається тіло, на-

зивається **внутрішньою**. З електромагнітною формою руху матерії пов'язана електромагнітна форма енергії тощо.

4.3.1. Кінетична енергія прямолінійного руху

Нехай тіло постійної маси m рухається під дією сили \vec{F} у напрямку S , як показано на рисунку 4.2. Тоді елементарна робота $dA = F \cdot dS$.

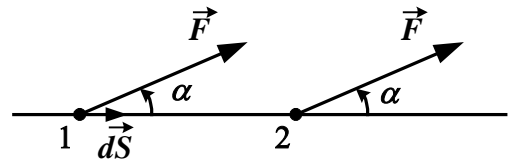


Рисунок 4.2

Вся робота на шляху від точки 1 до точки 2 буде дорівнювати:

$$A_{1,2} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{S} = \int_1^2 m \frac{dv}{dt} \cdot dS = m \int_1^2 \frac{dS}{dt} dv = m \int_1^2 v dv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2},$$

де v_1 – швидкість тіла в точці 1; v_2 – швидкість в точці 2.

Величина, що ввійшла в останню формулу:

$$\frac{mv^2}{2} = W_K$$

є **кінетичною енергією** тіла масою m , яке рухається зі швидкістю v .

Якщо кінетична енергія під час руху зменшується, то за рахунок цієї енергії тіло виконує роботу проти зовнішніх сил (наприклад, проти сил тертя, опору середовища і т.п.). Кінетична енергія тіла, маса якого постійна, є пропорційною його швидкості і не залежить від способу, яким енергія була надана тілу. Швидкість тіла, як відомо, визначається відносно певної системи відліку, тому і кінетична енергія тіла – величина відносна.

Якщо кінетична енергія тіла збільшується, то це означає, що зовнішні сили виконують роботу над тілом. Кінетична енергія фізичної системи дорівнює сумі кінетичних енергій тіл, що входять у цю систему. Якщо тіло одночасно бере участь у декількох рухах, то його кінетична енергія дорівнює сумі кінетичних енергій кожного виду руху.

4.3.2. Кінетична енергія обертального руху

Розглянемо рух тіла, що обертається навколо осі OZ з кутовою швидкістю ω (Рис. 4.3). Виділимо у цьому тілі частинку масою m , що знаходиться на відстані r від осі обертання. Кінетична енергія цієї частинки:

$$W_K = \frac{mv^2}{2}, \quad \text{де } v = \omega r.$$

Тоді кінетична енергія матеріальної точки, що здійснює обертальний рух, буде рівною:

$$W_K = \frac{m\omega^2 r^2}{2}$$

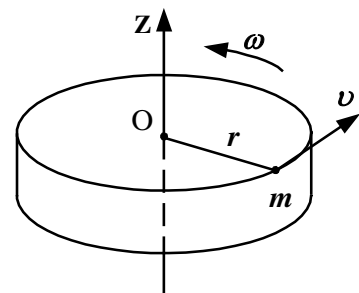


Рисунок 4.3

Величина $mr^2 = j$ є моментом інерції даної матеріальної точки відносно осі обертання. Очевидно, що повна кінетична енергія тіла, що обертається, буде дорівнювати сумі кінетичних енергій окремих його частинок:

$$W_K^{об} = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \cdot \frac{\omega^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2,$$

де $\sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = J$ – момент інерції тіла. З врахуванням цього отримаємо:

$$W_K^{об} = \frac{J\omega^2}{2},$$

Якщо тіло одночасно приймає участь у поступальному і обертальному рухах, то його кінетична енергія буде дорівнювати сумі кінетичних енергій цих видів руху:

$$W_K = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}.$$

4.4. Потенціальна енергія

Якщо на матеріальну точку діє консервативна сила, то кажуть, що ця точка знаходиться в силовому полі. Прикладом таких сил є сили гравітації, електромагнітні сили тощо. Для того, щоб перемістити будь-яке тіло, що знаходиться у полі дії консервативних сил, з однієї точки в іншу, необхідно виконати деяку роботу проти цих сил. Величина, що чисельно дорівнює роботі, яку виконують консервативні сили при переведенні системи взаємодіючих тіл із стану з одним взаємним розташуванням тіл у стан з іншим розташуванням, називається **потенціальною енергією**.

При зміні конфігурації системи змінюється її потенціальна енергія і виконується робота. Робота системи вважається додатньою, якщо тіло рухається у напрямку дії сили. Так, при падінні тіла в полі тяжіння Землі сила тяжіння виконує позитивну роботу і потенціальна енергія системи зменшується. Тому прийнято вважати, що потенціальна енергія системи дорівнює нулю, якщо її складові частини віддалені одна від одної на нескінченно велику віддаль, на якій сили взаємодії між ними дорівнюють нулю. Потенціальна енергія системи тіл, що притягуються, є від'ємною, а тіл, які відштовхуються, – додатньою.

4.4.1. Потенціальна енергія тіла у гравітаційному полі

Визначимо роботу сили тяжіння при переміщенні тіла масою m з точки 1, що знаходиться на відстані r_0 від планети з масою M до точки 2 на відстані r_n (рис.4.4). Елементарна робота при переміщенні тіла на нескінченно малу відстань dr :

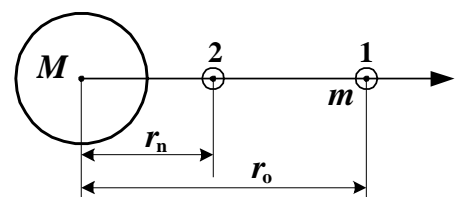


Рисунок 4.4

$$dA = -Fdr.$$

Знак “мінус” ставиться тому, що $r_n < r_o$ і $dr < 0$. Тоді повна робота при переміщенні тіла з положення 1 у положення 2 дорівнює:

$$A = -\int_{r_o}^{r_n} \vec{F}dr = -\gamma \cdot m \cdot M \int_{r_o}^{r_n} \frac{dr}{r^2} = \gamma \cdot \frac{M \cdot m}{r_n} - \gamma \cdot \frac{M \cdot m}{r_o}.$$

Якщо $r_o = \infty$, то робота сил тяжіння по переміщенню тіла масою m з нескінченості у положення 2 буде становити:

$$A = \gamma \frac{M \cdot m}{r_n}.$$

Оскільки ця робота виконується за рахунок потенціальної енергії гравітаційного поля ($A = -W_{II}$), то потенціальна енергія тіла масою m у полі тяжіння іншого тіла з масою M є завжди від’ємною:

$$W_{II} = -\gamma \frac{M \cdot m}{r_n}.$$

Зі збільшенням відстані r між тілами потенціальна енергія тіла зменшується і за умови ($r \rightarrow \infty$) прямує до нуля. Робота по переміщенню одиниці маси ($m = 1$) з даної точки поля у безмежність ($r = \infty$) називається потенціалом гравітаційного поля у даній точці і позначається літерою U :

$$U = \frac{A}{m} = -\gamma \frac{M}{r},$$

де r – віддаль від даної точки до тіла масою M , яке створює поле.

4.4.2. Потенціальна енергія пружно деформованого тіла

Сили пружності виникають у газах, рідинах і твердих тілах при пружних деформаціях. **Пружними** називаються деформації, які зникають після припинення дії зовнішньої сили, що викликала цю деформацію. У газах і рідинах сили пружності виникають тільки при деформаціях стискання. У твердих тілах – при будь-яких пружних деформаціях. При деформації твердого тіла рівноважна відстань між його атомами (молекулами) змінюється, тому потенціальна енергія деформованого тіла зростає. Пружні сили, що виникають при деформації тіла (пружини), є консервативними, оскільки вони виникають за рахунок електростатичної взаємодії між частинками тіла. Отже, доречно говорити про потенціальну енергію пружно деформованого тіла.

Сили пружності, що виникають при деформації твердих тіл, пропорційні абсолютній деформації Δx і напрямлені у бік, протилежний деформації (**закон Гука**): $F_{np} = -k \cdot \Delta x$

Робота сил пружності буде рівною:

$$A = \int_{x_1}^{x_2} F dx = - \int_{x_1}^{x_2} kx dx = - \frac{kx^2}{2} \Big|_{x_1}^{x_2} = - \frac{k}{2} (x_2^2 - x_1^2).$$

За умови, що $x_1 = 0$, робота по деформації пружини буде рівною

$$A = - \frac{kx^2}{2},$$

де k – коефіцієнт пружності, який залежить від матеріалу і розмірів тіла, x – величина деформації. Тоді потенціальна енергія пружно деформованого тіла буде рівною роботі сили пружності, взятої з протилежним знаком:

$$W_{\Pi} = -A = \frac{kx^2}{2}.$$

4.4.3. Закон збереження і перетворення енергії

Найпростішим видом руху матерії є механічний рух тіл. Тому енергія, що пов'язана з цим рухом, називається механічною. Окрім механічної енергії, існують також інші види енергії – теплова, електромагнітна, ядерна, хімічна. Можливо, існують і інші види енергії.

Рух матерії ніколи не припиняється, отже, при всіх видах руху повинна зберігатися і його причина – енергія. Таким чином, основний закон природи, встановлений на основі узагальнення багатоміліонного досвіду людства і багаторазово підтверджений експериментально – закон збереження і перетворення енергії, – безпосередньо пов'язаний із різними формами руху матерії.

Довільна механічна система має кінетичну і потенційну енергію, сума яких називається повною механічною енергією системи:

$$E = W_K + W_{\Pi}.$$

В процесі виконання роботи відбувається зміна енергії системи. Зміна кінетичної енергії дорівнює сумарній роботі всіх сил, що діють на тіла системи $dW_K = dA$. Зміна потенційної енергії системи дорівнює роботі лише консервативних сил, взятій з протилежним знаком:

$$dW_{\Pi} = -dA_{\text{конс.}}$$

Отже, повна зміна енергії системи:

$$dE = dW_K + dW_{\Pi} = dA - dA_{\text{конс.}} = dA',$$

де dA' – сумарна робота всіх зовнішніх і внутрішніх неконсервативних сил (сили опору і тертя). Отже, у довільній системі тіл зміна повної енергії дорівнює роботі всіх сил, окрім внутрішніх консервативних. Якщо система повністю ізольована від дії зовнішніх тіл, а сили, що діють в межах системи, є консервативними, то $dA' = 0$, $\Rightarrow dE = dA' = 0$ а тому:

$$E = W_{\Pi} + W_K = \text{const.} \quad (4.1)$$

Вираз (4.1) є законом збереження механічної енергії. Він стверджує, що *повна механічна енергія ізольованої консервативної системи – ста-*

ла величина. Консервативною можна вважати систему, в якій робота неконсервативних сил є настільки малою порівняно з повною енергією системи E , що нею можна знехтувати.

При ударі, терті і аналогічних процесах у реальних механічних системах кінетична енергія макроскопічного руху тіла не зникає безслідно. Вона лише переходить в кінетичну енергію мікроскопічного, неупорядкованого руху молекул і атомів речовини, а також у потенціальну енергію їх взаємодії. Ця частина енергії тіла називається внутрішньою енергією. Уявлення про теплоту як про неупорядкований рух атомів сформувалось у другій половині ХІХ сторіччя. Тоді ж у фізиці утвердився підхід до закону збереження енергії як до загального фізичного закону, що не має ніяких обмежень. Згідно з цим законом ***енергія ніколи не виникає з нічого і не зникає безслідно, а лише переходить від одного тіла до іншого, чи перетворюється з однієї форми на іншу.***

Загальнофізичний принцип збереження енергії охоплює не тільки явища, що розглядаються в механіці, але й такі явища, до яких закони механіки не можна застосувати. Тому він не може бути виведеним з рівнянь макроскопічної механіки, а повинен розглядатись як одне з найбільш широких узагальнень дослідних фактів.

Запитання для повторення

1. Чому дорівнює механічна робота і в яких одиницях вона вимірюється?
2. Які сили називаються консервативними і неконсервативними? Наведіть приклади цих сил.
3. У яких випадках при русі тіл робота не виконується?
4. Виведіть формулу роботи при обертальному русі тіла.
5. Що називають потужністю і чому вона дорівнює при поступальному і обертальному рухах?
6. Що характеризує енергію системи і в яких одиницях вона вимірюється?
7. Дайте означення силового поля.
8. Запишіть вираз кінетичної енергії поступального і обертального рухів.
9. Якими формулами виражається потенціальна енергія тіла в полі тяжіння Землі?
10. Чому дорівнює потенціал гравітаційного поля Землі?
11. Чому дорівнює зміна повної енергії системи?
12. Сформулюйте закон збереження і перетворення енергії

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. При пострілі з гармати снаряд масою $m_1 = 10$ кг отримав кінетичну енергію $W_k = 1,8$ МДж. Визначити кінетичну енергію ствола гармати, якщо маса ствола $m_2 = 500$ кг.

Дано:

$$m_1 = 10 \text{ кг}$$

$$m_2 = 500 \text{ кг}$$

$$W_{K1} = 1,8 \text{ МДж}$$

$$W_{K2} = ?$$

Розв'язування

1) Кінетичну енергію ствола гармати визначимо за

$$\text{формулою: } W_{K2} = \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2}, \quad (1)$$

де v_2 – швидкість ствола гармати при віддачі.

2) Швидкість ствола визначимо із закону збереження

$$\text{імпульсу: } v_1 \cdot m_1 = v_2 \cdot m_2.$$

Отже: $v_2 = \frac{v_1 \cdot m_1}{m_2}$ (2), де v_1 – швидкість снаряда після пострілу.

3) Швидкість снаряда визначимо з формули для кінетичної енергії:

$$W_{K1} = \frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2W_{K1}}{m_1}}. \quad (3)$$

Підставивши вирази (2) і (3) у формулу (1), одержимо:

$$W_{K2} = \frac{m_2}{2} \cdot \frac{m_1^2}{m_2^2} \cdot \frac{2W_{K1}}{m_1} = \frac{m_1 \cdot W_{K1}}{m_2} = \frac{10 \cdot 1,8 \cdot 10^6}{500} = \frac{1,8}{5} \cdot 10^5 = 36 \text{ (кДж)}.$$

Приклад 2. Суцільний циліндр масою $m = 100 \text{ кг}$ котиться без ковзання по горизонтальній поверхні. Знайти повну кінетичну енергію циліндра, якщо його лінійна швидкість $v_n = 1 \text{ м/с}$. Тертям знехтувати.

Дано:

$$m = 100 \text{ кг}$$

$$v_n = 1 \text{ м/с}$$

$$W_K = ?$$

Розв'язування

1) Повна кінетична енергія циліндра складається з енергії поступального і обертального рухів.

$$W_K = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}, \quad (1)$$

де $J = \frac{mR^2}{2}$ – момент інерції циліндра. Кутова швидкість $\omega = \frac{v}{R}$. Підставивши момент інерції і кутову швидкість циліндра в (1), отримаємо:

$$W_K = \frac{mv^2}{2} + \frac{mR^2}{2} \cdot \frac{v^2}{2R^2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{4} = \frac{3}{4}mv^2. \quad (2)$$

2) Підставимо значення величин з умови задачі: $W_K = \frac{3}{4} \cdot 100 \cdot 1^2 = 75 \text{ (Дж)}$.

Приклад 3. Тілу масою m , що знаходиться на поверхні Землі, була надана вертикальна швидкість $v_0 = 1000 \text{ м/с}$. На яку висоту h над поверхнею Землі підніметься тіло?

Дано:

$$v_0 = 1000 \text{ м/с}$$

$$h = ?$$

Розв'язування

Потенціальна енергія тіла на поверхні Землі

$$\text{становить } W_R^П = -\gamma \frac{m \cdot M_3}{R}.$$

Потенціальна енергія на висоті h над Землею дорівнює: $W_{R+h}^{\Pi} = -\gamma \frac{m \cdot M_3}{R+h}$, де R – радіус Землі. Приріст потенційної енергії на висоті h становить:

$$W_{R+h}^{\Pi} - W_R^{\Pi} = \frac{\gamma m M_3 \cdot h}{R(R+h)}.$$

Оскільки $\gamma m M_3 / R = mg_o R$ – потенціальна енергія на поверхні Землі, то:

$$W_{R+h} - W_R = mg_o R \frac{h}{R+h}$$

Прирівнюючи зміну потенційної енергії до кінетичної, маємо:

$$mg_o R \frac{h}{R+h} = \frac{mv_o^2}{2}, \Rightarrow h = \frac{v_o^2 R}{2g_o R - v_o^2} = \frac{1 \cdot 10^6 \cdot 6,378 \cdot 10^6}{2 \cdot 9,81 \cdot 6,378 \cdot 10^6 - 1 \cdot 10^6} = 51 \cdot 10^3 \text{ (м)}.$$

Розділ 5. Механічні коливання

5.1. Поняття про коливальний рух

Коливальним рухом, або коливаннями, називається будь-який процес, за якого всі або деякі параметри системи повторюються через рівні проміжки часу. Коливальні рухи притаманні багатьом явищам природи і є найбільш поширеним видом руху. У фізиці розрізняють механічні, електромагнітні, теплові та інші види коливань. Коливальні процеси є основою різноманітних фізичних явищ, які визначають властивості фізичних систем, у передачі інформації тощо. Так, періодичні коливання тиску і густини повітря з певною частотою людина сприймає як звук, а електромагнітні коливання з довжинами хвиль 400 - 760 нм – як світло. Через такі коливання, що поширюються у просторі, передається інформація.

Періодичними називаються коливання, які характеризуються послідовністю станів, через які система проходить протягом одного періоду. Якщо ця послідовність точно повторюється через рівні проміжки часу, то коливання називаються **незгасаючими**. При **наростаючих** чи **згасаючих** коливаннях періодично повторюються тільки деякі стани системи, наприклад, час проходження тілом положення рівноваги тощо. Найпростішим коливальним рухом є **гармонічний** коливальний рух.

Гармонічним коливальним рухом називається рух, що описується функцією синуса або косинуса:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (5.1)$$

де x – **координата** тіла, що коливається, в момент часу t ; A – **амплітуда** коливання, максимальне відхилення тіла від положення рівноваги; $(\omega t + \varphi_0)$ – **фаза** коливання; φ_0 – **початкова фаза**; $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – **циклічна частота**; T – **період** коливань.

Періодом коливань називається найменший проміжок часу, за який система проходить усі можливі стани і повертається у початкове положення.

Число повних коливань, що відбуваються за одну секунду, називається **частотою коливань**. Частота пов'язана з періодом коливань T співвідношенням

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

За одиницю частоти в системі СІ приймається *герц* (Гц). Між циклічною частотою ω і частотою ν існує співвідношення:

$$\omega = 2\pi\nu.$$

Коливання будь-яких фізичних систем (струни, маятника, електромагнітних коливань у коливальному контурі) завжди пов'язані з періодичним перетворенням енергії одного виду в енергію іншого виду. Так, при коливаннях маятника відхилення від положення рівноваги призводить до зростання його потенціальної енергії, а при наближенні до положення рівноваги – зростає кінетична енергія. При електромагнітних коливаннях у коливальному контурі відбувається періодичне перетворення енергії поля зарядженого конденсатора в енергію магнітного поля котушки зі струмом.

5.2. Додавання гармонічних коливань

Коливальна система може одночасно брати участь у декількох коливаннях, напрямлених вздовж однієї або декількох осей. При цьому коливання здійснюються незалежно одне від іншого. Результуючим рухом буде коливання, яке є суперпозицією окремих коливань і буде залежати від амплітуди, частоти і початкової фази кожного з них.

Розглянемо додавання двох гармонічних коливань, напрямлених вздовж однієї осі, з рівними частотами і амплітудами та різницею фаз $\Delta\varphi$. Результуюче коливання у цьому випадку описується співвідношенням:

$$\begin{aligned} x &= x_1 + x_2 = A\sin\omega t + A\sin(\omega t + \Delta\varphi) = \\ &= 2A\cos\frac{\Delta\varphi}{2}\sin\left(\omega t + \frac{\Delta\varphi}{2}\right) = A_{\text{рез}}\sin\left(\omega t + \frac{\Delta\varphi}{2}\right), \end{aligned}$$

де $A_{\text{рез}} = 2A\cos\frac{\Delta\varphi}{2}$ – амплітуда результуючого коливання. Отже, амплітуда і фаза результуючого коливання залежать від різниці фаз цих коливань.

При додаванні двох гармонічних коливань з однаковими амплітудами і частотами ω_1 і ω_2 , що мало відрізняються між собою, результат додавання визначається за формулою:

$$x = x_1 + x_2 = A\sin\omega_1 t + A\sin\omega_2 t = 2A\cos\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t \cdot \sin\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t.$$

Величина $2A \cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t$ – є амплітудою результуючого коливання.

Отже, амплітуда коливання залежить від часу. Результуюче коливання є негармонічним, оскільки його амплітуда повільно змінюється за законом косинуса. Але, оскільки $\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \ll \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$, то його можна вважати майже гармонічним з частотою $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ і періодом $T = \frac{4\pi}{\omega_1 + \omega_2}$. Період зміни амплітуди результуючого коливання становить:

$$T_A = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2}$$

Таке коливання називається биттям. Частота биття ν_{δ} дорівнює різниці частот, що додаються:

$$\nu_{\delta} = \frac{1}{T_A} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2\pi} = \nu_1 - \nu_2.$$

Графік такого коливання представлено на рис. 5.1. Накладання коливань з різною частотою застосовують у радіотехніці для амплітудної модуляції радіосигналів.

При додаванні гармонічних коливань, напрямлених вздовж взаємно перпендикулярних осей, для знаходження траєкторії руху необхідно з рівнянь коливань виключити час.

У загальному випадку траєкторія результуючого коливання залежить від відношення амплітуд – A_1 і A_2 , частот – ω_1 і ω_2 та різниці початкових фаз коливань. Фігури, що утворюються при додаванні взаємно перпендикулярних коливань, називаються фігурами Ліссажу.

Нехай, для прикладу, точка коливається вздовж осі x за законом $x = A_1 \sin \omega t$, а вздовж осі y за законом $y = A_2 \cos \omega t$. Очевидно, що частоти коливань рівні, а фази відрізняються на $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$. Тоді фігура Ліссажу має

форму еліпса $\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$, осі якого співпадають з осями координат. Якщо

$\omega_1 = \omega_2$, а $\Delta\varphi \neq \frac{\pi}{2}$ рівняння фігури Ліссажу має вигляд:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 \cdot A_2} = \sin^2 \Delta\varphi$$

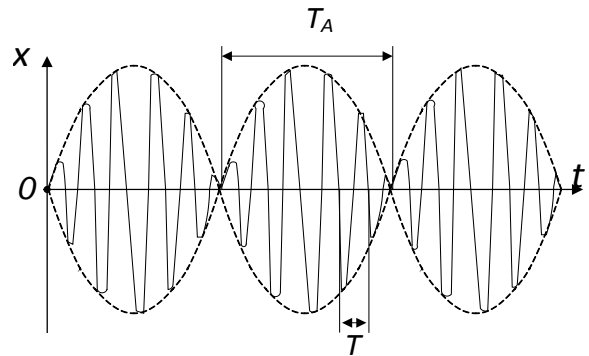


Рисунок 5.1

Це рівняння еліпса, осі якого не співпадають з осями координат. Якщо частоти коливань різні ($\omega_1 \neq \omega_2$), вид фігур Ліссажу ускладнюється. Аналіз фігур Ліссажу дозволяє встановити частоту, фазу і амплітуду досліджуваних коливань. Вигляд фігур Ліссажу для деяких співвідношень між частотами коливань

$\frac{\omega_1}{\omega_2} = 1; 2;$ і значень різниці фаз $\Delta\varphi = 0; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}; \frac{3}{4}\pi; \pi$ наведений на рис. 5.2.

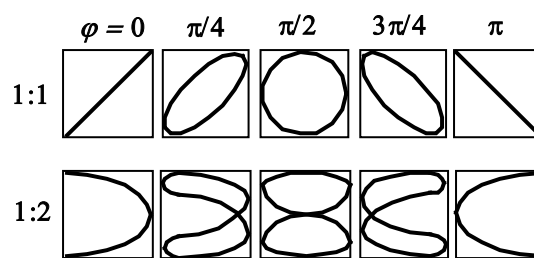


Рисунок 5.2

5.3. Кінематика коливального руху

Нехай тіло виконує гармонічний коливальний рух. Виберемо для математичного спрощення початок відліку часу так, щоб початкова фаза $\varphi_0 = 0$. Тоді закон руху тіла записується так:

$$x = A \sin \omega t .$$

Швидкість руху матеріальної точки при коливаннях визначається як похідна від зміщення за часом t :

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos \omega t = A\omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \quad (5.2)$$

Величина $A\omega = v_0$ – максимальне або амплітудне значення швидкості коливального руху. Формула (5.2) показує, що швидкість коливального руху тіла змінюється, як і зміщення за гармонічним законом, але швидкість випереджує зміщення за фазою на $\pi/2$.

Коливальний рух є прискореним, оскільки швидкість його весь час змінюється. Величина прискорення при коливальному русі визначається за формулою:

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \sin \omega t . \quad (5.3)$$

Формулу (5.3) можна представити у вигляді:

$$a = -\omega^2 A \sin \omega t = -\omega^2 x ,$$

тобто прискорення при гармонічному коливальному русі пропорційне до величини зміщення x а його вектор напрямлений у протилежний до зміщення бік, про що свідчить знак “мінус” у формулі (5.3).

5.4. Динаміка коливального руху

При коливальному русі тіло завжди рухається з прискоренням $a = -\omega^2 x$. Отже, на коливальну систему завжди діє сила, величина якої визначається за другим законом Ньютона:

$$F = m \cdot a = -m\omega^2 x . \quad (5.4)$$

Якщо ввести позначення $m\omega^2 = k$, тоді (5.4) набуває вигляду:

$$F = -kx.$$

Тобто сила, що викликає гармонічне коливання, пропорційна зміщенню “ x ” і напрямлена протилежно до нього. Тому такі сили називають квазі-пружними. Ці сили виникають за рахунок пружних деформацій (коливання струни тощо), або сил тяжіння (коливання фізичного маятника).

При коливаннях маятника відбувається постійне перетворення потенційної енергії в кінетичну і навпаки. Як відомо, кінетична енергія тіла $W_k = \frac{mv^2}{2}$, а потенціальна енергія пружно деформованого тіла $W_i = \frac{k \cdot \Delta x^2}{2}$, тому повна енергія коливального руху дорівнює сумі потенційної і кінетичної енергій:

$$W = W_i + W_k = \frac{mA^2\omega^2}{2}\sin^2\omega t + \frac{mA^2\omega^2}{2}\cos^2\omega t = \frac{mA^2\omega^2}{2}, \quad (5.5)$$

де m – маса тіла, що коливається; A – амплітуда коливання; ω – циклічна частота.

5.5. Прості коливальні системи

Найпростішими коливальними системами є фізичний, математичний, пружинний маятник, струна тощо.

Математичним маятником називається коливальна система, що складається з матеріальної точки масою m , яка підвішена на невагомій нитці довжиною l (рис. 5.3). Приймається, що нитка не розтягується. Тоді для малих кутів відхилення ($\sin\varphi \approx \varphi$)

отримуємо співвідношення для частот і періоду коливань математичного маятника:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}; \quad \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (5.6)$$

Таким чином, частота і період коливання математичного маятника не залежать від амплітуди коливань і маси маятника, а визначаються тільки довжиною підвісу l і прискоренням вільного падіння. Звідси випливає, що математичний маятник в умовах невагомості коливатись не буде.

Фізичним маятником називається абсолютно тверде тіло, здатне виконувати коливання навколо нерухомої осі O , яка не проходить через центр маси тіла, розташований в точці C (рис. 5.4). При відхиленні маятника на невеликий кут φ від положення рівноваги виникає момент повертаючої сили $M = mgl \sin\varphi$, під дією якого маятник вільно коливається.

Якщо відхилення невеликі ($\sin\varphi \approx \varphi$), то період коливань фізичного маятника визначається формулою:

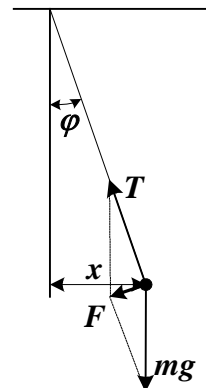


Рис. 5.3

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{j}{mgl}}, \quad (5.7)$$

де j – момент інерції маятника відносно точки підвісу O ; m – маса маятника; l – відстань між точкою підвісу O і центром маси маятника C .

Величина $j/(mg) = l_{np}$ називається приведеною довжиною фізичного маятника. З врахуванням цього формула (5.7) набуває вигляду:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_{np}}{g}}. \quad (5.8)$$

За формулами (5.7) і (5.8) можна експериментально визначити прискорення вільного падіння g або момент інерції j тіла. З порівняння (5.6) і (5.8) випливає, що фізичний і математичний маятники будуть коливатися з однаковим періодом, якщо довжина підвісу математичного маятника дорівнюєведеній довжині l_{np} фізичного. Точка O' , що лежить на прямій OC , називається центром коливання. При переміщенні точки підвісу маятника в центр коливання період коливання не змінюється, оскільки приведена довжина маятника залишається незмінною.

Пружинний маятник – це система, що складається з вантажу масою m і пружини з жорсткістю k . Вантаж виконує на пружині вертикальні коливання. Якщо масою пружини у порівнянні з масою вантажу можна знехтувати, то період коливань T визначається за формулою:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}},$$

де k – жорсткість пружини; m – маса вантажу.

5.6. Вільні (загасаючі) коливання

Вільними називаються коливання, що здійснюються в умовах втрати енергії коливання на подолання сил опору (тертя, збудження хвиль), тобто коли в системі діють квазіпружна повертаюча сила і сили опору середовища. Тоді диференціальне рівняння коливань має вигляд:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0, \quad (5.9)$$

де величина $\delta = \frac{r}{2m}$ – стала загасання. Розв'язком цього рівняння є функція

$$x = x_0 e^{-\delta t} \cos \omega t, \quad (5.10)$$

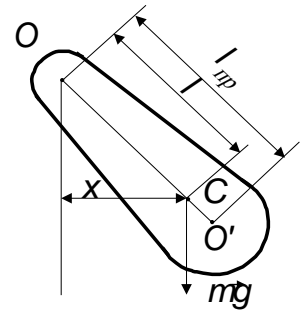


Рисунок 5.4

де $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$. Графік цієї функції показаний на рисунку 5.5. З графіка видно, що вільні коливання згасають у часі. Амплітуда згасаючих коливань змінюється за експоненціальним законом:

$$A = x_0 e^{-\delta t}, \text{ де } A = x_0 \text{ при } t = 0.$$

Вільні коливання характеризуються **логарифмічним декрементом загасання** – d і **добротністю** – Q . Логарифмічний декремент загасання чисельно дорівнює натуральному логарифму відношення двох послідовних амплітуд:

$$d = \ln \frac{A_0 e^{-\delta t}}{A_0 e^{-\delta(t+T)}} = \ln e^{\delta T} = \delta \cdot T,$$

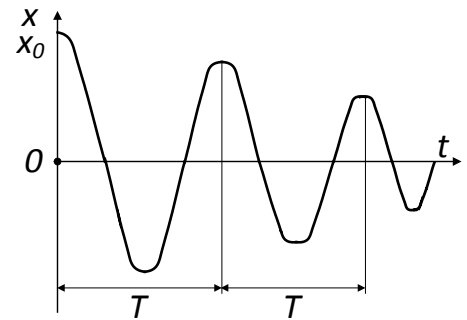


Рисунок 5.5

де δ – стала загасання; T – період коливань. Період згасаючих коливань визначається за формулою:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}. \quad (5.11)$$

При зростанні сталої загасання період коливань збільшується, тобто частота вільних коливань стає меншою. За достатньо великих значень коефіцієнта загасання рух системи перестає бути коливальним.

За умови $\delta = \omega_0$, період коливань згідно з формулою (5.11) стає безмежним. Це означає, що система, виведена з положення рівноваги, буде повільно повертатись до нього, витрачаючи майже всю потенціальну енергію на подолання сил тертя.

Такий рух називається **апериодичним**, а відповідний коефіцієнт загасання – **критичним**. Отже, критична величина коефіцієнта загасання визначає межу між коливальним і апериодичним рухами системи. В техніці широко застосовуються пристрої, які збільшують загасання небажаних коливань – **демпфери**. Прикладом таких демпферних пристроїв є амортизатори різної конструкції, в яких енергія коливального руху витрачається на подолання сил тертя, або на виконання роботи по переміщенню повітря чи рідини в циліндрах демпфера.

Вільні коливання завжди згасають. Причиною загасання коливань є дисипація енергії коливального руху за рахунок втрат енергії на виконання роботи проти сил тертя. Для характеристики ступеня загасання коливань вводять поняття про добротність коливальної системи. **Добротністю** коливальної системи Q називається число, яке показує, у скільки разів повертаюча сила пружності – $F_{пр}$ більша від сили опору середовища – $F_{тер}$.

Максимальні значення сили пружності і сили опору є такими:

$$F_{пр} = k \cdot A, \quad F_{тер} = r \cdot \omega_0 \cdot A$$

де A – амплітуда коливання; k – коефіцієнт пружності; ω_0 – власна частота коливань; r – коефіцієнт тертя.

Тоді добротність $Q = \frac{F_{np}}{F_{мер}} = \frac{k}{r \cdot \omega_0}$. Враховуючи, що $k = m \cdot \omega_0^2$, маємо:

$$Q = \frac{m\omega^2}{r\omega_0} = \frac{m\omega_0}{r}.$$

Добротність коливальної системи є мірою відносної дисипації (розсіювання) енергії коливального руху і чисельно дорівнює відношенню повної енергії коливання до величини її втрати за четверть періоду.

Добротність різних коливальних систем є різною. Якщо якісний камертон з добротністю $Q \approx 3000$ встановити на резонатор, то його добротність зменшується у декілька десятків разів, тому що його енергія витрачається на енергію випромінювання звуку резонатором. Добротність електричних коливальних систем може досягати значень до 10^4 ; добротність коливальної системи атома досягає 10^6 - 10^7 .

5.7. Вимушені коливання

Якщо коливання системи відбуваються під дією зовнішньої сили F_s , яка змінюється за гармонічним законом з частотою Ω :

$$F_s = F_0 \sin \Omega t,$$

то коливання називаються *вимушеними*, а диференціальне рівняння, що їх описує, буде мати вигляд:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f_0 \sin \Omega t. \quad (5.12)$$

Остаточний розв'язок цього рівняння, що відповідає коливанням, які встановились, має вигляд:

$$x = A \cos(\Omega t - \alpha).$$

Амплітуда і зсув фаз вимушених коливань відносно зовнішньої періодичної сили визначаються наступними співвідношеннями:

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\delta^2 \Omega^2}}, \quad \alpha = \arctg \frac{2\Omega\delta}{\omega_0^2 - \Omega^2}.$$

Амплітуда коливань A пропорційна амплітуді зовнішньої сили F_0 і залежить від її частоти. Вимушені коливання відстають за фазою від сили на величину α , яка теж є функцією Ω . При деякій частоті зовнішньої сили Ω знаменник в формулі для амплітуди буде мати мінімальне значення, а амплітуда коливання A буде максимальною. Ця частота називається резонансною. Частота резонансних коливань визначається з наступного співвідношення:

$$\Omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}.$$

Максимальне значення амплітуди для будь-якого заданого значення δ визначається за формулою:

$$A_{\max} = \frac{f_0}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} \approx \frac{f_0}{2\delta\omega_0} = \frac{f_0}{\omega_0^2} \cdot \frac{\omega_0}{2\delta} = \frac{F_0}{k} \cdot \frac{\omega_0}{2\delta} = \frac{F_0}{k} Q.$$

Множник $Q = \frac{\omega_0}{2\delta} = \frac{\omega_0 T}{2d} = \frac{\pi}{d}$ в цій формулі дорівнює добротності системи. Таким чином амплітуда вимушених коливань за умови резонансу пропорційна добротності.

Якщо енергія, яка передається системі за один період, більша від енергії дисипації, то амплітуда коливання зростає тим більше, чим менший коефіцієнт загасання. У випадку, коли стала загасання наближається до нуля, амплітуда коливань різко зростає і система руйнується.

Явище резонансу може відбуватись і за умови, коли періодично змінюють якийсь параметр коливальної системи. Такі коливання називаються **параметричними**.

Явище резонансу може бути шкідливим, тоді з ним борються, змінюючи параметри системи так, щоб частота власних коливань системи лежала за межами частоти можливих вимушених коливань, так власна частота гучномовця повинна лежати за межами звукових частот.

В інших випадках явище резонансу використовують для підсилення (виділення) коливань певної частоти із широкого спектру можливих частот. Наприклад, в музичних інструментах розміри резонаторів і їх частин вибирають з умови підсилення необхідної частоти коливання. В радіотехнічних пристроях коливальні контури настроюють (змінюючи їх ємність чи індуктивність) в резонанс з необхідною частотою хвилі, що приймається або випромінюється.

Запитання для повторення

1. Який рух називається коливальним?
2. Якими параметрами характеризується коливальний рух?
3. Запишіть формули для швидкості і прискорення при коливальному русі.
4. Як змінюється амплітуда суми двох гармонічних коливань, напрямлених по одній осі?
5. Чому дорівнює період суми двох гармонічних паралельних коливань?
6. Як визначити траєкторію двох взаємно перпендикулярних коливань?
7. Що можна визначити за фігурами Ліссажу?
8. Чому дорівнює сила, що діє на тіло при коливальному русі?
9. Чому дорівнює повна енергія коливального руху?
10. Що називається математичним маятником?
11. Чому дорівнює період коливання математичного маятника?

12. Що називається фізичним маятником? Чому дорівнює період коливань фізичного маятника?
13. Які сили діють на коливальну систему при коливальному русі?
14. Які коливання називаються власними? Чим визначається їх частота?
15. Які коливання називаються вільними? Запишіть формулу зміщення при вільних коливаннях.
16. Що визначає логарифмічний декремент згасання і чому він дорівнює?
17. Що характеризує добротність коливальної системи?
18. Які коливання називаються вимушеними?
19. Чому дорівнює максимальна амплітуда вимушених коливань?
20. За яких умов виникає явище резонансу?
21. Де використовується явище резонансу?
22. Які коливання називаються параметричними?

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Тіло масою $m = 1 \text{ кг}$ коливається за законом $x = 0,02 \sin(\pi t + 0,5\pi)$. Визначити амплітуду коливання, період, початкову фазу, максимальну швидкість, прискорення і повну енергію коливання.

Дано:

Розв'язування

$x = 0,02 \sin(\pi t + 0,5\pi)$ $m = 1 \text{ кг}$ $A = ?; T = ?; \varphi_0 = ?$ $v_{\max} = ?; a = ?; W = ?$	Порівнюючи загальне рівняння гармонічного коливання $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$ і рівняння, задане в умові задачі $x = 0,02 \sin(\pi t + 0,5\pi)$, знаходимо, що:
--	---

1) амплітуда: $A = 0,02 \text{ м};$
 2) циклічна частота $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi$, звідки: $T = \frac{2\pi}{\pi} = 2(\text{с});$

3) максимальна швидкість: $v_{\max} = \omega A = 0,02 \cdot \pi = 6,28 \cdot 10^{-2} (\text{м/с});$

4) максимальне прискорення: $a_{\max} = A\omega^2 = 0,02 \cdot \pi^2 = 0,197 (\text{м/с}^2);$

5) повна енергія коливального руху:

$$W = \frac{mA^2\omega^2}{2} = \frac{1 \cdot (0,02)^2 \cdot (3,14)^2}{2} \approx 2 \cdot 10^{-3} (\text{Дж}).$$

Приклад 2. Матеріальна точка бере участь у двох коливальних рухах вздовж взаємно перпендикулярних осей: вздовж осі x за законом $x = 2 \sin \omega t$ см та вздовж осі y за законом $y = 4 \cos \omega t$ см. Визначити траєкторію руху точки.

Дано:

Розв'язування

$x = 2 \sin \omega t$ (1) $y = 4 \cos \omega t$ (2) $y = f(x) = ?$	1) Для отримання результуючого рівняння руху виключимо час t з обох рівнянь. З цією метою з рівняння (1) визначимо величину $\sin \omega t = x/2$ і підставимо її у рівняння (2):
--	---

$$y = 4 \cos \omega t = 4\sqrt{1 - \sin^2 \omega t} = 4\sqrt{1 - (x^2/4)}. \quad (3)$$

2) Піднесемо до квадрату обидві частини рівняння (3) і перенесемо змінні x та y в одну сторону: $y^2 = 16 \cdot (1 - \frac{x^2}{4})$; $\Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Отримане рівняння є рівнянням еліпса з півосями: $a = 2\text{см}$ та $b = 4\text{см}$.

Приклад 3. Логарифмічний декремент загасання коливань маятника $d=0,003$. Скільки повних коливань повинен виконати маятник, щоб амплітуда його коливань зменшилась у 2 рази?

Дано:

Розв'язування

$$d = \delta T = 0,003$$

$$A_0/A = 2$$

$$n = ?$$

1) Амплітуда згасаючих коливань маятника змінюється за законом: $A = A_0 e^{-\delta t} = A_0 e^{-\delta n T}$, (1)
де $n \cdot T = t$ – час, протягом якого амплітуда зменшилась удвічі.

2) Оскільки $\delta T = d = 0,003$, то рівняння (1) запишемо у вигляді:

$$A = A_0 e^{-0,003 \cdot n}, \text{ або } \frac{A_0}{A} = e^{0,003 n} = 2. \quad (2)$$

3) Прологарифмуємо (2) і знайдемо n : $\ln 2 = 0,003 \cdot n \cdot \ln e$, звідки випливає, що

$$n = \frac{\ln 2}{0,003} = \frac{0,693}{0,003} = 231 \text{ кол.}$$

Розділ 6. Хвильові процеси

6.1. Основні поняття і визначення

Хвильовим процесом, або **хвилею**, називається процес розповсюдження коливань в середовищі. У природі існують різні хвильові явища. Найбільш розповсюджені механічні і електромагнітні хвилі, які мають різну природу, але описуються схожими співвідношеннями.

У пружному середовищі деформація передається послідовно від однієї його точки до іншої. Таким чином, періодичні деформації, що виникають у будь-якому місці пружного середовища, будуть поширюватись в ньому з деякою швидкістю, яка залежить від властивостей середовища.

Напрямок розповсюдження хвилі називається **променем**. У залежності від виду пружних деформацій, що виникають при поширенні хвилі, розрізняють поперечні і поздовжні хвилі. Якщо коливання частинок середовища відбуваються паралельно до променя, то така хвиля називається **поздовжньою**. Якщо коливання частинок середовища відбуваються перпендикулярно до променя, то хвиля називається **поперечною**.

Поздовжні хвилі виникають в середовищі, що володіє пружністю об'єму, тобто у твердих, рідких і газоподібних тілах. Поперечні хвилі можуть розповсюджуватись лише у твердих тілах, в яких існують пружні деформації зсуву.

Область простору, в якій при поширенні хвилі частинки середовища здійснюють коливання, називається **хвильовим полем**. Множина точок середовища, що в деякий момент часу мають однакову фазу коливань, називається **хвильовою поверхнею**. Геометричне місце точок, до яких поширилися коливання в даний момент часу, називається **фронтом хвилі**. Хвильовий фронт у будь-якій точці і в довільний момент часу перпендикулярний до променя. Форма хвильової поверхні (фронт) залежить від властивостей середовища і розмірів джерела коливань.

Якщо фізичні властивості середовища однакові у всіх напрямках, то таке середовище називається **ізотропним**. Середовище називається **однорідним**, якщо його фізичні властивості однакові в будь-якій точці цього середовища. У однорідному ізотропному середовищі фронт хвилі, що поширюється від точкового джерела, має форму сфери. Такі хвилі називаються **сферичними**. Якщо фронт хвилі є плоским і його форма зберігається в процесі розповсюдження коливань, то хвилю називають **плоскою**.

Хвильовий процес характеризується **фазовою швидкістю**, або швидкістю поширення хвилі v , **довжиною хвилі** λ , **частотою** ν і **періодом** T коливань. Між цими величинами існують такі співвідношення:

$$T = \frac{1}{\nu}, \quad v = \lambda \cdot \nu.$$

Довжина хвилі λ – це відстань між точками середовища, різниця фаз коливання яких $\Delta\varphi = 2\pi$, або відстань, яку проходить хвиля у середовищі за час, що дорівнює одному періоду:

$$\lambda = v \cdot T.$$

Частота хвилі визначається джерелом коливання, а швидкість поширення – пружними властивостями середовища, тому довжина хвиль однакової частоти у різних середовищах буде різною.

6.2. Швидкість розповсюдження хвиль

Якщо на поверхню суцільного однорідного пружного тіла, густина якого ρ , діє короткочасний імпульс сили \vec{F} , то в тілі виникають пружні деформації, які розповсюджуються зі швидкістю:

$$v = \sqrt{\Delta p / \Delta \rho},$$

де Δp – надлишковий тиск; $\Delta \rho$ – зміна густини середовища. Для однорідного тіла за умови пружної деформації зміна густини середовища $\Delta \rho$ пропорційна відносній деформації. Можна показати, що для твердого тіла

швидкість поширення поздовжніх хвиль дорівнює швидкості передачі імпульсу і визначається за формулою:

$$v = \sqrt{E/\rho},$$

де E – модуль Юнга; ρ – густина речовини. Швидкість поширення поперечних хвиль у твердому тілі буде рівною:

$$v = \sqrt{G/\rho},$$

де G – модуль зсуву. У рідинах і газах можуть поширюватись тільки поздовжні хвилі зі швидкістю:

$$v = \sqrt{K/\rho},$$

де K – модуль усестороннього стискування. Для адіабатного процесу розповсюдження звуку в газах застосовується формула:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}},$$

де $\gamma = C_p/C_v$ – показник адіабати; R – універсальна газова стала; T – абсолютна температура; M – молярна маса; C_p , C_v – молярні теплоємності газу за сталого тиску і за сталого об'єму.

6.3. Рівняння плоскої монохроматичної хвилі

Нехай з точки O вздовж осі y розповсюджується плоска монохроматична хвиля з частотою ω (рис. 6.1). Тоді коливання точки C , що лежить на відстані y від джерела коливань O , будуть відбуватись з деяким запізненням τ . Рівняння коливань точки C матиме вигляд:

$$x = A \sin(\omega(t - \tau)),$$

де A – амплітуда коливань; ω – циклічна частота; $\tau = y/v$ – час запізнення; v – швидкість хвилі. Враховуючи співвідношення для довжини хвилі $\lambda = v \cdot T$, отримаємо **рівняння плоскої біжучої хвилі**:

$$x = A \sin\left(\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda}\right). \quad (6.1)$$

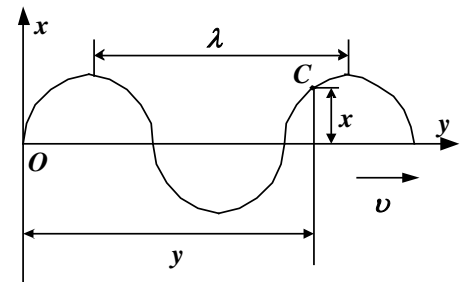


Рисунок 6.1

У загальному вигляді з врахуванням можливості поширення хвилі у протилежних напрямках це рівняння записується так:

$$x = A \cdot \sin\left(\omega t \pm \frac{2\pi y}{\lambda}\right) = A \sin(\omega t \pm ky),$$

де $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – **хвильове число**.

6.4. Енергія і інтенсивність хвиль

При поширенні монохроматичної хвилі через речовину всі матеріальні точки середовища здійснюють гармонічні коливання з частотою

коливань джерела. При цьому відбувається перенесення енергії коливань за рахунок передачі її від однієї частинки середовища до іншої. Якщо у середовищі, де проходить плоска біжуча хвиля, виділити паралелепіпед довжиною l ($l = v \cdot t$, v – швидкість хвилі; t – час поширення хвилі на відстань l) і з площею основи S (рис. 6.2), то енергія коливального руху в цьому об'ємі буде рівною:

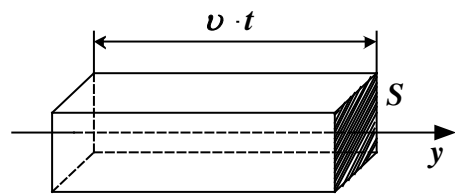


Рис. 6.2

$$W = S \cdot v \cdot t \cdot n_0 \frac{mA^2\omega^2}{2}, \quad (6.2)$$

де n_0 – концентрація частинок; m – маса частинок; A – амплітуда коливання; ω – циклічна частота; v – швидкість хвилі.

Інтенсивністю хвилі I називається величина, що дорівнює кількості енергії, яка переноситься через поверхню площею $S = 1 \text{ м}^2$, перпендикулярну до напрямку поширення хвилі за одиницю часу. Ця величина визначається за формулою:

$$I = \frac{W}{S \cdot t}, \quad (6.3)$$

де W – повна енергія гармонічного коливання у заданому об'ємі. Підставимо в (6.3) значення W з формули (6.2) і отримаємо:

$$I = \frac{S \cdot v \cdot t \cdot n_0 \cdot mA^2\omega^2}{S \cdot t \cdot 2} = v \cdot n_0 \cdot m \frac{A^2\omega^2}{2}. \quad (6.4)$$

Виходячи з того, що $n_0 \cdot m = \rho$ (густина середовища), маємо:

$$I = \rho \cdot v \frac{A^2\omega^2}{2},$$

де $\rho \cdot v$ – хвильовий опір середовища. Інтенсивність хвилі зменшується при віддаленні від джерела оскільки хвильова поверхня зростає. Інтенсивність сферичної хвилі зменшується за законом:

$$I \sim \frac{1}{r^2},$$

де r – відстань від хвильової поверхні до джерела коливань. Інтенсивність хвилі, що розповсюджується у пружному середовищі, зменшується також через втрати енергії хвилі внаслідок її перетворення у енергію теплового руху частинок середовища. Встановлено, що згасання інтенсивності хвилі відбувається за експоненціальним законом:

$$I = I_0 e^{-\mu x},$$

де I_0 – інтенсивність хвилі, що падає на поверхню речовини; I – інтенсивність хвилі, що пройшла у середовищі відстань x ; μ – коефіцієнт погли-

нання середовища. Встановлено, що коефіцієнт згасання зростає з частотою згідно зі співвідношенням:

$$\mu = k\omega^2.$$

Ультразвукові коливання згасають у повітрі так швидко, що їх передача на значні відстані нереальна.

6.5. Інтерференція хвиль

За умови не надто великих амплітуд у середовищі може одночасно і незалежно розповсюджуватися декілька хвиль від різних джерел коливань (принцип суперпозиції). Результат додавання коливань від окремих хвиль (амплітуда сумарного коливання) буде залежати від різниці фаз коливань у даній точці простору.

Якщо хвилі, що додаються, є когерентними, то у певних точках простору постійно спостерігатиметься підсилення коливань, а у інших – послаблення. **Когерентними** називаються хвилі, які мають однакову частоту, постійну різницю фаз і паралельні площини (напрямки) коливань.

Накладання когерентних хвиль, при якому спостерігається стабільна картина підсилення коливань у одних точках хвильового поля і послаблення в інших, називається **інтерференцією**. Найпростішим видом інтерференції є інтерференція від двох когерентних джерел хвиль S_1 і S_2 , що знаходяться на відстанях r_1 і r_2 від точки спостереження O (рис. 6.3). Величина $\Delta r = r_1 - r_2$ називається різницею ходу двох хвиль.

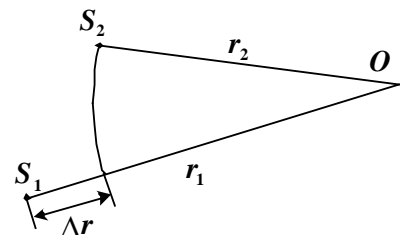


Рисунок 6.3

Рівняння коливань в точці O , що зумовлені хвилями, які розповсюджуються від джерел S_1 і S_2 мають вигляд:

$$x_1 = A_1 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi r_1}{\lambda}\right), \quad x_2 = A_2 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi r_2}{\lambda}\right).$$

Сумарне зміщення точки O дорівнює векторній сумі зміщень x_1 і x_2 . Якщо різниця фаз цих коливань дорівнює парному числу π , тобто

$$\left(\omega t - \frac{2\pi r_2}{\lambda}\right) - \left(\omega t - \frac{2\pi r_1}{\lambda}\right) = 2k\pi, \quad (k=1, 2, 3, \dots - \text{ціле число}) \quad (6.5)$$

то вони будуть взаємно підсилюватися, і в точці O буде спостерігатись максимум інтерференційної картини. Рівняння (6.5) може бути представлене у вигляді:

$$2\frac{r_1 - r_2}{\lambda} = 2k, \quad \text{або} \quad \Delta r = r_1 - r_2 = 2k\frac{\lambda}{2} = k\lambda. \quad (6.6)$$

Отже, якщо різниця ходу двох хвиль рівна цілому числу довжин хвиль, то в даній точці спостерігається **максимум** інтерференції.

Якщо ж різниця ходу від когерентних джерел до точки спостереження дорівнює непарному числу півдовжин хвиль, то в точці буде спостерігатись **мінімум** інтерференції. Умова мінімуму інтерференції записується у вигляді:

$$\Delta r = r_1 - r_2 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \text{ де } k = 0, 1, 2, 3 \dots$$

При інтерференції відбувається перерозподіл енергії коливання між різними областями хвильового поля. Оскільки хвилі випромінюються джерелами коливань у різних напрямках, то у просторі спостерігаються множини точок, для яких виконуються умови максимуму або мінімуму.

6.6. Стоячі хвилі

Особливий вид інтерференції спостерігається у випадку, коли вздовж однієї прямої у протилежних напрямках розповсюджуються дві плоскі когерентні хвилі:

$$x_1 = A \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} y) \text{ (пряма хвиля)} \text{ і } x_2 = A \sin(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} y) \text{ (зворотна хвиля)}.$$

Результатом інтерференції буде хвиля, що описується рівнянням:

$$x = x_1 + x_2 = 2A \cos \frac{2\pi y}{\lambda} \cdot \sin \omega t. \quad (6.7)$$

Величина $2A \cos(2\pi y/\lambda)$ є амплітудою результуючого коливання, або **амплітудою стоячої хвилі**. З формули (6.7) випливає, що амплітуда стоячої хвилі, на відміну від звичайної біжучої, є функцією координати y і змінюється за законом косинуса.

Точки, в яких амплітуда стоячої хвилі дорівнює нулю, називаються **вузлами**. Точки, в яких амплітуда хвилі буде максимальна, називаються **пучностями**. Координати вузлів і пучностей визначаються з відповідних умов:

$$\cos \frac{2\pi}{\lambda} y = 0; \quad \cos \frac{2\pi}{\lambda} y = 1.$$

Координати вузлів стоячої хвилі будуть: $y = \frac{\lambda}{4}; \frac{3\lambda}{4}; \frac{5\lambda}{4} \dots$. Пучності будуть знаходитись у точках з координатами $y = 0; \frac{\lambda}{2}; \lambda; \frac{3\lambda}{2} \dots$. Отже, відстані між сусідніми вузлами як і між сусідніми пучностями онакові: $\Delta y = \lambda/2$, а відстань між найближчими пучністю і вузлом – $\lambda/4$.

Аналіз показує, що всі точки у проміжку між сусідніми вузлами коливаються з однаковими фазами, але з різними амплітудами. Фази коливань точок, що лежать по різні боки від вузла, протилежні. Стоячі хвилі можуть виникати при накладанні прямої хвилі і хвилі, відбитої від якоїсь поверхні. У точці відбивання може утворюватись вузол, або пучність. Як-

що відбивання хвилі відбувається від менш густого середовища, то у місці відбивання утворюється пучність. Якщо хвиля відбивається від більш густого середовища, то у місці відбивання утворюється вузол і хвиля змінює свою фазу на протилежну. У цьому випадку відбувається „втрата” половини довжини хвилі.

У стоячій хвилі відсутнє перенесення енергії. У реальних умовах стояча хвиля утворюється за рахунок енергії стороннього джерела (пряма біжуча хвиля) і енергії відбитої хвилі. Стоячі хвилі відіграють значну роль у музичних інструментах, в голографії тощо.

Запитання для повторення

1. Що називається хвильовим процесом?
2. Які види хвиль існують у природі?
3. Які хвилі називаються поздовжніми, а які – поперечними?
4. Що називається хвильовою поверхнею?
5. Як поділяються хвилі за формою хвильової поверхні?
6. Що називається швидкістю хвилі у середовищі?
7. Як рухаються частинки середовища у поздовжніх, поперечних хвилях?
8. Чим визначається швидкість хвиль у газах, рідинах і твердих тілах?
9. Чому дорівнює енергія плоскої біжучої хвилі?
10. Що називається інтенсивністю хвилі?
11. Чим визначається хвильовий опір середовища?
12. Які хвилі називаються когерентними?
13. У чому полягає явище інтерференції хвиль?
14. За яких умов можлива інтерференція хвиль?
15. Що називається різницею ходу хвиль?
16. За яких умов спостерігаються мінімум або максимум інтерференції?
17. Дайте визначення стоячої хвилі.
18. При яких умовах можливе утворення стоячої хвилі?
19. В яких точках утворюються вузли, а у яких – пучності стоячої хвилі?
20. Чим відрізняється стояча хвиля від біжучої?
21. За яких умов у точці відбивання хвилі утворюються вузол, пучність?
22. Яку роль виконує резонатор у музичних інструментах?
23. Чому музичні інструменти одного класу мають різний тембр?
24. Чому дорівнює коефіцієнт відбивання хвилі?
25. Чому для звукоізоляції застосовують матеріали з великою концентрацією порожнин?
26. Чому на границі розділу середовищ відбуваються відбивання і заломлення хвиль?

Розділ 7. Основи акустики

7.1. Основні поняття і визначення

Звуковими називаються механічні коливання, які розповсюджуються в пружному середовищі з частотами у діапазоні від 16 Гц до 20 кГц. Розділ фізики, в якому вивчаються властивості звукових хвиль і їх взаємозв'язок з іншими фізичними явищами, називається **акустикою**.

Діапазон коливань з частотами, меншими за 16 Гц, називається **інфразвуковим**, або **інфразвуком**. Механічні хвилі з частотами від 20 кГц до 1 ГГц називаються **ультразвуковими**, а хвилі з частотами $10^9 - 10^{12}$ Гц – **гіперзвуковими**. Фізична природа звукових коливань різних діапазонів єдина, але дія їх на фізичні системи може бути різною. Це пов'язано з різницею у величині енергії, яку переносять звукові хвилі на різних частотах.

Надалі під терміном „звук” будемо розглядати пружні хвилі в діапазоні 16 Гц – 20 кГц. Для розповсюдження звукових хвиль необхідне пружне середовище: тверде, рідке чи газоподібне.

У повітрі можуть розповсюджуватись тільки поздовжні хвилі, тому звукова хвиля складається з послідовності стиснутих і розріджених ділянок. При цьому температура у стиснутих ділянках підвищується, а у розріджених – знижується. Сусідні ділянки не встигають обмінюватись теплотою, тому проходження хвилі відбувається в умовах, близьких до адіабатних. Швидкість звуку в будь-яких газах визначається за формулою:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}},$$

де $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ – показник адіабати; R – універсальна газова стала; T – абсолютна температура; M – молярна маса.

7.2. Звук і його характеристики

Звукові хвилі або звук – це поздовжні коливання пружного середовища, тому для звуку властиві всі закономірності, що характерні для механічних коливань. При проходженні звукової хвилі через середовище в ньому виникають періодичні зміни тиску, миттєве значення якого визначається за формулою:

$$P = \rho v A \omega \cos(\omega t) = P_m \cos(\omega t)$$

де $\rho \cdot v$ k - акустичний опір середовища; A – амплітуда коливання частинок середовища; $\omega \cdot t$ – фаза коливання; $P_m = \rho v A \omega$ – амплітуда тиску.

Звук як фізичне явище характеризується такими величинами:

- інтенсивністю, або силою звуку;
- частотою коливань;
- набором обертонів, що складають спектр звуку.

Інтенсивність звуку чисельно дорівнює енергії механічних коливань, що переносяться хвилею через одиницю площі, перпендикулярної до напрямку поширення хвилі, за одну секунду:

$$I = \frac{W}{S \cdot t} \left[\frac{Вт}{м^2} \right],$$

де W – енергія коливань; S – площа хвильової поверхні; t – час.

Під **частотою звуку** розуміють зазвичай частоту коливань основного тону. **Спектральний склад звуку** – це набір частот, що утворюють звукову хвилю. Сприйняття звуку вухом людини є складним психофізіологічним процесом, тому з цієї точки зору звук характеризується такими величинами: гучністю, висотою, тембром.

Гучність звуку називається фізична величина, що характеризує здатність людини сприймати звуки різної інтенсивності. Встановлено, що гучність звуків різної частоти при однаковій інтенсивності різна. Якщо ефективний звуковий тиск є меншим від деякої величини, яка називається порогом чутності, то звук вухом людини не сприймається. Поріг чутності має найменше значення на частотах звуку від 1,5 до 3 кГц. **Поріг чутності** звуку з частотою 1 кГц становить $2 \cdot 10^{-5}$ Па і називається **стандартним порогом чутності**. **Стандартний поріг чутності**, виражений через інтенсивність звуку I_0 , на цій частоті дорівнює 10^{-12} Вт/м².

Найбільше значення ефективного звукового тиску, при перевищенні якого виникає відчуття болю, називається **порогом болювого відчуття**. Мінімальне значення звукового тиску, за якого можуть виникати болюві відчуття, становить приблизно 200 Па на частотах від 0,5 до 1 кГц.

Між порогом чутності і порогом болювого відчуття знаходиться зона чутності, яка визначає діапазон частот і ефективних тисків звуку, що сприймаються вухом як звук.

Ширина діапазону чутності є найбільшою на частоті, що приблизно дорівнює 1 кГц. Тому звук цієї частоти приймається за еталон для порівняння з ним звуків інших частот. Суб'єктивне відчуття гучності звуку пропорційне логарифму відношення інтенсивності цього звуку до інтенсивності порогу відчуття на цій же частоті. Тому для оцінки гучності звуку вводиться **логарифмічний рівень інтенсивності звуку**:

$$L = \lg \frac{I}{I_0} \text{ [бел]}, \text{ або } L = 10 \lg \frac{I}{I_0} \text{ [децибел]} \text{ (дБ)},$$

де I – інтенсивність звуку; I_0 – стандартний поріг відчуття, який на частоті $\nu_0 = 1000$ Гц приймається рівним $I_0 = 10^{-12}$ Вт/м². Рівень інтенсивності визначається за ефективним звуковим тиском визначається формулою:

$$L = 20 \cdot \lg \frac{P_{ef}}{P_0},$$

де P_{ef} – ефективний звуковий тиск; $P_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Па}$ – звуковий тиск стандартного порогу чутності.

Рівень гучності звуку на довільній частоті вимірюється у фонах і дорівнює рівню інтенсивності для чистого тону частотою 1000 Гц в децибелах, якщо гучності обох звуків при порівнянні на слух однакові.

Окрім гучності, у суб'єктивному сприйнятті звуку розрізняють висоту і тембр звуку. **Висота звуку** визначається його частотою: чим більша частота, тим вищий звук. Реальні звуки мають складний спектральний склад із основних тонів і обертонів. Цей складний набір частот різної інтенсивності сприймається вухом людини як **тембр**, який не піддається кількісній оцінці.

7.3. Ультразвук і його застосування

Ультразвуком називаються механічні коливання пружного середовища з частотами $\nu > 20 \text{ кГц}$. Верхня межа ультразвуку в газах визначається довжиною вільного пробігу молекул і складає 10^9 Гц . У твердих тілах і рідинах ця межа визначається міжмолекулярною відстанню і становить $10^{12} - 10^{13} \text{ Гц}$. Звуковий інтервал $10^9 - 10^{13} \text{ Гц}$ називають гіперзвуковим.

Джерелом ультразвуку можуть бути камертони, короткі струни, свистки. Але найчастіше застосовуються електрострикційні і магніострикційні перетворювачі, що працюють на резонансних частотах.

Для ультразвукових хвиль виконуються всі закони акустики, але через велику частоту ультразвук має властивості, що нагадують властивості світла. Наприклад, ці хвилі можуть утворювати вузькі чітко напрямлені пучки. Відбивання і заломлення хвиль на межі розділу двох середовищ описуються законами геометричної оптики. За допомогою увігнутих дзеркал ультразвукові хвилі можна направити у необхідному напрямку, завдяки чому їх можна фокусувати на невелику площу або в об'ємі. Завдяки високій частоті коливань інтенсивність джерела ультразвуку може бути досить високою і досягати значення 20 Вт/см^2 . Гранична інтенсивність випромінювання ультразвуку обмежується механічними властивостями матеріалу. При фокусуванні ультразвуку можна отримати у фокусі дзеркала інтенсивності випромінювання більші 10^5 Вт/см^2 .

Ультразвук широко застосовується в науці, техніці, промисловості, медицині тощо. Наприклад, у техніці ультразвук застосовується для виявлення дефектів у суцільних деталях, виготовлених з металів або інших непрозорих матеріалів, для визначення модулів пружності матеріалів, для впливу на перебіг різних фізико-хімічних процесів тощо. Ультразвук є основним засобом зв'язку, локації та пеленгації під водою. Це пояснюється низьким поглинанням ультразвукових хвиль у воді. Ультразвук викорис-

товується в ехолоті – приладі для вимірювання глибини і рельєфу морського дна, пошуку косяків риб, підводних човнів тощо.

Ультразвук застосовують у звукобаченні, в якому ультразвукові коливання перетворюються на електричні, а останні – на світлові. За допомогою ультразвуку можна бачити предмети у непрозорому для світла середовищі. У медицині ультразвук застосовують для діагностики захворювань, при хірургічному і терапевтичному лікуванні тощо. В технологічних процесах ультразвук застосовується для зварювання металів, полімерів, паяння алюмінієвих деталей, для прискорення процесів тепло- і масообміну, в металургії. Дія ультразвуку на розплави металів дозволяє отримати більш дрібнокристалічну і однорідну структуру матеріалу.

Запитання для повторення

1. Що вивчає акустика?
2. Назвіть основні діапазони звукових хвиль.
3. В якому частотному діапазоні вухо людини сприймає звукові коливання?
4. В яких середовищах можуть розповсюджуватись звукові коливання?
5. Чи можливі звукові коливання у вакуумі?
6. Від чого залежить швидкість звуку у повітрі?
7. Чому дорівнює звуковий тиск?
8. Чому дорівнює інтенсивність звуку?
9. Якими фізичними параметрами характеризується звук?
10. Якими психофізичними величинами характеризується звук?
11. В яких величинах вимірюється гучність звуку?
12. Який існує зв'язок між інтенсивністю і гучністю звуку?
13. Що називається порогом чутності звуку?
14. Що називається больовим порогом?
15. Чим визначається тембр звуку?
16. В чому полягає ефект Доплера?
17. Як визначається рівень гучності звуку через звуковий тиск?
18. Який частотний інтервал займають інфразвукові коливання?
19. Які існують відмінності між звуком і ультразвуком?
20. Де застосовують ультразвук? Які є джерела ультразвукових хвиль?

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Шум на вулиці дорівнює 70 дБ. Той же шум у приміщенні має рівень гучності 30 дБ. Визначити, у скільки разів зменшиться інтенсивність звуку у приміщенні у порівнянні з інтенсивністю звуку на вулиці.

Дано:
 $L_B = 70 \text{ дБ}$ 1)
 $L_{\text{ПР}} = 30 \text{ дБ}$

 $\frac{I_B}{I_{\text{ПР}}} = ?$

Розв'язування:

Рівень гучності звуку на вулиці і у кімнаті визначимо через інтенсивність звуку:

$$L_B = 10 \lg \frac{I_B}{I_0}; \quad L_K = 10 \lg \frac{I_K}{I_0} \quad (1)$$

2) Визначимо різницю рівнів гучності цих звуків:

$$L_B - L_K = 10 \lg \frac{I_B}{I_0} - 10 \lg \frac{I_K}{I_0} = 70 - 30 = 40 (\text{дБ}) \quad (2)$$

З виразу (2) знаходимо, що: $\lg \frac{I_B}{I_0} - \lg \frac{I_K}{I_0} = 4$.

Звідки випливає, що: $\lg \left(\frac{I_B}{I_0} \cdot \frac{I_0}{I_K} \right) = 4$, отже, $\frac{I_B}{I_K} = 10^4 = 10000$.

Приклад 2. Звукова хвиля поширюється у середовищі зі швидкістю $v = 350 \text{ м/с}$. Чому дорівнює різниця фаз коливань двох точок, що розміщені на відстані $l = 0,2 \text{ м}$ одна від однієї, якщо частота коливань $\nu = 700 \text{ Гц}$?

Дано:
 $v = 350 \text{ м/с}$
 $\nu = 700 \text{ Гц}$
 $l = 0,2 \text{ м}$

 $\Delta\varphi = ?$

Розв'язування:

Виходячи з того, що на відстані $l = \lambda$ різниця фаз коливання $\Delta\varphi = 2\pi$, запишемо: $\Delta\varphi = \frac{l}{\lambda} \cdot 2\pi \quad (1)$

Довжина хвилі $\lambda = \frac{v}{\nu}$ (2), отже, підставивши (2) в (1)

маємо:
$$\Delta\varphi = \frac{2\pi \cdot l \cdot \nu}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0,2 \cdot 700}{350} = 0,8\pi.$$

Розділ 8. Молекулярна фізика

8.1. Основні положення молекулярно-кінетичної теорії будови речовини

Молекулярна фізика – це наука про будову, фізичні властивості і агрегатний стан речовини. Макроскопічні тіла (у твердому, рідкому чи газоподібному стані) розглядаються у цьому розділі фізики як сукупність великої кількості мікрочастинок (атомів, молекул, йонів), котрі перебувають у неперервному тепловому русі і взаємодії між собою. Вивчаючи усереднені характеристики руху мікрочастинок тіла, можна пояснити і кількісно описати властивості такої макроскопічної системи.

Молекулою називається найменша частинка речовини, котра ще зберігає всі хімічні властивості цієї речовини. Кількість різноманітних молекул є надзвичайно великою, тоді як число різних атомів відповідає кількості хімічних елементів і їх ізотопів.

Між молекулами на відстанях порядку 10^{-9} м і менших діють сили міжмолекулярної взаємодії – відштовхування F_1 і притягання F_2 . Ці сили мають електричну природу, діють одночасно і швидко зменшуються зі збільшенням відстані між молекулами. Однак сили відштовхування із збільшенням відстані зменшуються значно швидше, ніж сили притягання (рис. 8.1). Тому завжди існує деяка відстань r_0 , на якій рівнодійна цих сил дорівнює нулю. Ця відстань називається рівноважною.

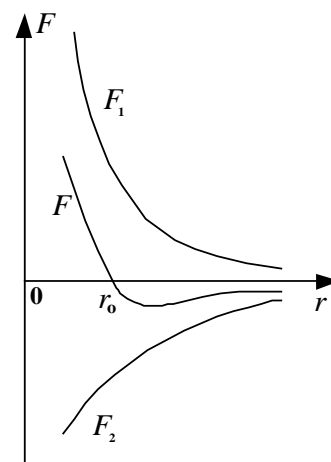


Рисунок 8.1

Сили відштовхування прийнято вважати додатними, а сили притягання – від’ємними, тому сила взаємодії між молекулами може бути виражена загальною формулою:

$$F = -\frac{a}{r^n} + \frac{b}{r^m}$$

де r – відстань між молекулами; a і b – сталі; m і n – цілі числа ($m > n$).

Система двох молекул володіє деякою потенціальною енергією, котра залежить від їх взаємного розташування в полі сил взаємодії. На нескінченно великій відстані ($r \rightarrow \infty$) потенціальна енергія взаємодіючих об’єктів приймається рівною нулю, тому що сили взаємодії практично відсутні. При наближенні молекул виконується робота за рахунок сил притягання. Тому потенціальна енергія системи зменшується і на відстані r_0 вона досягає мінімального значення (рис. 8.2). Подальше зближення молекул можливе лише за рахунок виконання роботи проти сил відштовхування. Це призводить до різкого зростання потенціальної енергії. Таким чином, на рівноважній відстані ($r = r_0$) потенціальна енергія взаємодії системи двох молекул досягає мінімального значення. Ця відстань відповідає положенню стійкої рівноваги системи.

Графік залежності потенціальної енергії системи двох молекул від відстані між ними називається **потенціальною кривою**. Інтервал, у якому енергія системи наближається до мінімального значення $W_{\text{п}}^{\text{min}}$, називається **потенціальною ямою**. Глибина потенціальної ями, відрахована від нульового рівня, називається енергією зв’язку молекул.

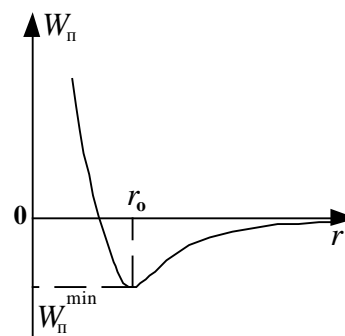


Рисунок 8.2

За хаотичного руху молекул їх середня кінетична енергія $W_{\text{к}}$ прямо пропорційна абсолютній

температурі речовини. При низьких температурах, коли $W_k \ll W_n^{\min}$, молекули (атоми або йони) речовини внаслідок взаємного притягання розміщуються у певному порядку і здійснюють лише незначні коливання навколо положень рівноваги, така речовина знаходиться у твердому стані. У випадку, коли $W_k \approx W_n^{\min}$ речовина знаходиться у рідкому стані, молекули безперервно переміщуються у просторі, обмінюючись місцями. Внаслідок цього рідина вільно набуває форми посудини. І, нарешті, за високих температур ($W_k \gg W_n^{\min}$) інтенсивний рух молекул не дозволяє їм об'єднатися в агрегати із кількох частинок, тому речовина знаходиться в газоподібному стані.

Таким чином, в залежності від температури будь-яка речовина може знаходитися в одному з трьох агрегатних станів: твердому, рідкому чи газоподібному.

Молекули різних речовин можуть дуже сильно відрізнитися за своєю будовою. Важливою характеристикою речовини є **молекулярна маса** – значення маси молекули, виражене в **атомних одиницях маси (а.о.м.)**. Одна атомна одиниця маси рівна 1/12 маси атома ізотопу вуглецю ^{12}C ($1\text{ а.о.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$). Маса молекули практично рівна сумі мас атомів, з яких складається дана молекула.

Очевидно, що кількість речовини можна виразити через кількість її найменших структурних елементів (молекул, атомів чи йонів). В системі СІ за одиницю кількості речовини прийнято **моль**. Модем називається така кількість речовини, що містить таку ж кількість молекул, скільки атомів міститься в 0,012 кг вуглецю (^{12}C).

Згідно з визначенням в одному молі будь-якої речовини міститься однакове число молекул. Це число називається сталою Авогадро, і воно становить $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$. Маса одного моля речовини – **молярна маса** – визначається зі співвідношення:

$$M = N_A m_0 = \mu_0 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

де m_0 – маса молекули речовини, виражена в кілограмах; μ_0 – числове значення молекулярної маси в атомних одиницях маси.

Вчення про будову речовини є основою всіх природничих наук. Це ключ до розуміння найрізноманітніших явищ природи. Близько 2,5 тис. років тому грецькі філософи Левкіпп, Демокріт і Епікур з великою прозорливістю склали уявлення про атомну будову речовини. В епоху Відродження погляди на атомну будову речовини розвивали Леонардо да Вінчі і Гасенді, в XVII ст. – Галілей, а пізніше – Бойль.

Минуло багато століть, поки геніальні здогадки грецьких філософів переросли в наукове вчення про внутрішню будову речовини. Сучасним ученням про будову речовини є атомно-молекулярна теорія. Основи її вперше виклав М. В. Ломоносов у праці "Елементи математичної хімії" у

1741 р. Пізніше це вчення дістало всебічне обґрунтування в працях Дальтона, Клаузіуса, Максвелла, Больцмана, Ван-дер-Ваальса, Ж. Перрена та ін.

Суть атомно-молекулярного вчення зводиться до таких основних положень.

1. Усі тіла складаються з атомів або певних з'єднань атомів, що називаються молекулами.

Для підтвердження цього можна послатися на факти розчинення твердого тіла в рідині або змішування рідин. Характерно, наприклад, що при змішуванні спирту і води об'єм суміші менший від суми об'ємів компонентів.

Атомна будова речовини яскраво відображається в законі кратних відношень у хімічних сполуках. Дальтон встановив, що *коли два елементи утворюють один з одним кілька хімічних сполук, то вагові кількості одного з елементів, що припадають у цих сполуках на ту саму кількість іншого, відносяться між собою, як прості цілі числа*. Доброю ілюстрацією до закону можуть бути різні оксиди азоту: N_2O , NO , N_2O_3 , NO_2 , N_2O_5 . У них на одну вагову одиницю азоту відповідно припадає кисню: 0,57; 1,14; 1,71; 2,28; 2,85 вагових одиниць. Усі ці кількості кисню перебувають у відношеннях 1:2:3:4:5.

Порівнянням вагових кількостей елементів у сполуках визначено їх відносну атомну масу спочатку порівняно з вагою атома водню, а потім – атома кисню. За одиницю атомної маси взято 1/12 маси атома вуглецю. Середні розміри атомів і молекул становлять приблизно 10^{-10} м.

2. Атоми і молекули в тілах перебувають у безперервному хаотичному русі.

Рухами цих частинок зумовлюються явище дифузії, броунівський рух, теплота та ін. *Дифузія* – це явище самовільного проникнення однієї речовини в іншу. Дуже швидко дифундують гази. Внесена в кімнату пахуча речовина за короткий час заповнює всю кімнату. Деяко повільніше дифундують рідини. Дифузія спостерігається також у твердих тілах, але цей процес відбувається значно повільніше.

Рух молекул яскраво відображається в броунівському русі, який стає більш інтенсивним з підвищенням температури.

3. Між атомами і молекулами виявляються сили взаємодії, зокрема сили зчеплення.

Від цих сил залежать міцність тіл на розрив, явища прилипання, змочування, утворення крапель, плівок. Сили молекулярних взаємодій проявляються на відстанях приблизно 10^{-9} м. Щоб продемонструвати прилипання двох твердих тіл, треба їх поверхні добре відполірувати і щільно стиснути між собою.

Крім сил притягання, між молекулами діють також сили відштовхування. Вони легко спостерігаються в деформаціях стискування твердих тіл і рідин. Природа молекулярних взаємодій складна, за сучасними поглядами вона зводиться до взаємодії електричних і магнітних полів молекул.

На даний час достовірно встановлено, що хоч рух кожної молекули має хаотичний характер, в будь-який момент часу поведінка величезної сукупності таких молекул вкладається в так звані статистичні закономірності. Для сукупності молекул, що рухаються хаотично, можна вказати певні значення швидкості, енергії, кількості руху, які властиві більшості молекул. Такі значення величин називають найбільш імовірними. Характеристиками руху сукупності молекул можуть бути середні значення швидкості, середня довжина вільного пробігу молекул та ін. Усі ці величини знаходять статистичним методом, застосовуючи теорію імовірності.

У молекулярній фізиці використовуються також закономірності, відкриті за допомогою феноменологічного методу дослідження властивостей речовини. Феноменологічний метод є суто макроскопічний. Він зводиться до вивчення явищ в цілому без розгляду їх внутрішнього механізму. За цим методом були встановлені газові закони, основні принципи термодинаміки та інші закономірності.

8.2. Основні закони ідеальних газів

Звичайно говорять, що речовина може перебувати в трьох агрегатних станах – твердому, рідкому і газоподібному. Цей поділ ґрунтується на існуванні так званих фазових переходів. Кожний стан має свої характерні властивості. Найпростішим за внутрішньою будовою є газоподібний стан речовини.

Властивості речовини визначаються фізичними величинами, які називаються *параметрами стану*. Характерними параметрами газового стану є об'єм V , тиск p і температура t° . Вони піддаються безпосередньому вимірюванню і дають можливість стежити за зміною стану газу.

Зауважимо, що параметри газу V , p і t° як функції стану, в свою чергу, перебувають у взаємних зв'язках. Ці зв'язки виражаються окремими газовими законами, а в загальному вигляді – рівнянням стану газу.

Перехід речовини з одного стану в інший називають *процесом*. Розглянемо процеси в газах в інтервалі середніх температур і низьких тисків. У таких умовах властивості газів дуже спрощуються, на їх термодинамічні властивості не впливає взаємодія між молекулами і гази називають *ідеальними*. При атмосферному тиску і кімнатній температурі більшість газів можна віднести до ідеальних.

Для ідеального газу справджуються такі закони.

1. Закон Бойля-Маріотта. Процес зміни стану газу при сталій температурі називається *ізотермічним*. Цей процес описується законом Бой-

ля-Маріотта. Закон стверджує, що *для даної маси газу при сталій температурі добуток об'єму газу на його тиск є величина стала*, тобто

$$pV = \text{const}, \text{ при } t^\circ = \text{const}. \quad (8.1)$$

Цей вираз називають рівнянням ізотермічного процесу. Графічно в системі координат p, V ізотермічний процес зображається рівнобічною гіперболою (рис. 8.3). Чим вища температура, при якій відбувається процес, тим вище лежить відповідна гіпербола. За фізичною суттю ці криві називаються *ізотермами*.

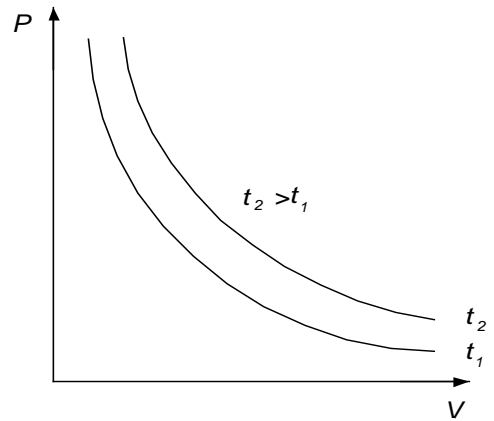


Рисунок 8.3

2. Закон Гей-Люссака. Процес зміни стану газу при сталому тиску називається *ізобаричним* процесом. Залежність об'єму газу від температури в цьому процесі визначається законом Гей-Люссака. Закон стверджує, що *із зміною температури на 1 °С об'єм будь-якого газу при сталому тиску змінюється на 1/273 частину об'єму V_0 , взятого при температурі 0 °С*. Інакше кажучи, в ізобаричному процесі об'єм газу перебуває в лінійній залежності від температури:

$$V = V_0 (1 + \beta t), \text{ при } t = \text{const} \quad (8.2)$$

де β – коефіцієнт об'ємного розширення, який для всіх газів однаковий і в розрахунку на градус Цельсія дорівнює $\frac{1}{273,15}$ або 0,00367.

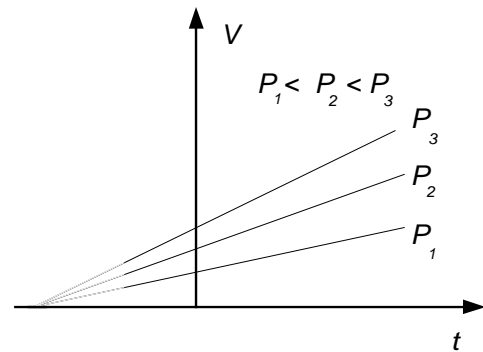


Рисунок 8.4

Вираз (8.2) є рівнянням ізобаричного процесу. Графічно в системі координат V, t процес зображається прямою (рис. 8.4), яку за фізичною суттю називають *ізобарою*.

3. Закон Шарля. Процес зміни стану газу при сталому об'ємі називається *ізохоричним* процесом. У цьому процесі змінними параметрами є тиск і температура. Залежність між ними визначається законом Шарля: *із зміною температури на 1 °С тиск будь-якого газу при сталому об'ємі змінюється на $\frac{1}{273}$ частину тиску p^0 , що його газ має при 0° С*. Інакше кажучи, в ізохоричному процесі тиск газу перебуває в лінійній залежності від температури

$$p = p^0 (1 + \gamma t), \quad V = \text{const}, \quad (8.3)$$

де γ – термічний коефіцієнт тиску, який для всіх газів однаковий і в розрахунку на градус шкали Цельсія дорівнює $\frac{1}{273,15}$, або 0,00367.

Отже, коефіцієнт об’ємного розширення β і термічний коефіцієнт тиску γ для ідеального газу однакові.

Вираз (8.3) є рівнянням ізохоричного процесу. Графічно в системі координат p, t процес зображається прямою (рис. 8.5), яку за фізичною суттю називають **ізохорою**. Для газів різної маси ізохори утворюють пучок прямих, що сходяться в одній точці.

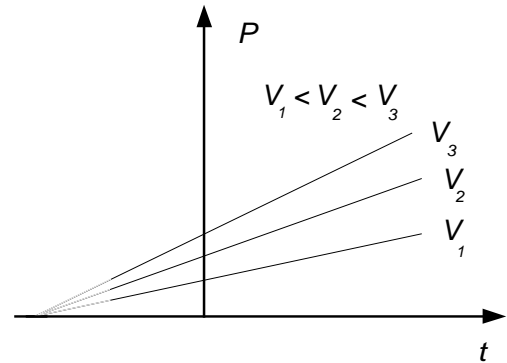


Рисунок 8.5

Оскільки зі зниженням температури тиск газу спадає, то, природно, виникає питання: при якій температурі тиск газу дорівнює нулю? З рівняння (8.3) легко знаходимо, що це станеться при температурі $-273,15\text{ }^\circ\text{C}$. Цю температуру називають **абсолютним нулем**.

Температура, що її відлічують від абсолютного нуля в таких самих значеннях градуса, як і в шкалі Цельсія, називається **абсолютною температурою**, або термодинамічною температурою в шкалі Кельвіна (В. Томсона). Перехід до нової шкали температур виражається рівнянням:

$$T\text{ }^\circ\text{K} = 273,15^\circ + t\text{ }^\circ\text{C}.$$

8.3. Рівняння Менделєєва-Клапейрона

У практиці часто відбуваються такі зміни стану газу, коли одночасно змінюються всі три параметри – об’єм, тиск і температура. У таких випадках залежність між параметрами визначається так званим рівнянням стану газу.

Будь-який перехід газу з деякого початкового стану в кінцевий може бути представлений за допомогою двох відомих нам процесів, наприклад ізобаричного і ізотермічного. Застосувавши послідовно співвідношення, що описують ці процеси для довільного об’єму газу, можна показати: **при всяких змінах стану газу добуток тиску газу на об’єм, поділений на біном об’ємного розширення, – величина стала для даної маси газу**. Цю залежність іноді називають **об’єднаним законом Бойля-Маріотта і Гей-Люссака**.

$$\frac{pV}{1 + \beta t} = p_0 V_0 \quad (8.4)$$

Ввівши у рівняння (8.4) абсолютну температуру, можна його записати так:

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{273^\circ} = \frac{p_0 V_0}{T_0}. \quad (8.5)$$

Стала величина в правій частині цього рівняння залежить від природи газу, його маси і одиниць вимірювання об'єму й тиску. Розрахована на одиницю маси, вона називається **питомою газовою сталою** і позначається R . В системі СІ ця величина розраховується для одного кілограму газу, що знаходиться при **нормальних умовах** (тиск – $1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$ і температура – 273 К). Так, наприклад, питома газова стала для водню дорівнює $4125 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, кисню – $259,7 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, азоту – $296,7 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ і т.д.

Д.І. Менделєєв показав, що рівняння стану ідеального газу набуває універсального характеру в застосуванні до одного моля газу. Зокрема, в нормальних умовах моль будь-якого газу займає об'єм $V_0 = 22,41 \text{ л}$. Тому для одного моля газу стала в рівнянні (8.5) для всіх газів буде однаковою і дорівнюватиме:

$$R = \frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{22,41 \text{ л} / \text{моль} \cdot 1 \text{ атм}}{273 \text{ К}} = 0,082 \frac{\text{л} \cdot \text{атм}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Сталу R називають **універсальною газовою сталою**. У системі СІ універсальна газова стала розраховується для одного моля газу і, відповідно, дорівнює

$$R = \frac{22,41 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{моль} \cdot 1,01 \cdot 10^5 \text{ Н} / \text{м}^2}{273 \text{ К}} = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Рівняння стану ідеального газу для одного моля газу записують так:

$$pV = RT, \quad (8.6)$$

а для будь-якої маси газу m :

$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \quad (8.7)$$

де μ – маса одного моля газу.

У такому вигляді рівняння стану ідеального газу називають **рівнянням Менделєєва-Клапейрона**. З рівняння (8.7) знаходимо залежність густини газу від тиску і температури, а саме:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\mu p}{RT}. \quad (8.8)$$

З'ясуємо фізичну суть універсальної газової сталої. Нехай один моль газу знаходиться у циліндрі з рухомим поршнем при сталому тиску p . З підвищенням температури газ розшириться і виконає роботу, піднімаючи поршень на висоту h . Величина цієї роботи буде рівною $A = pSh$. Але $Sh = \Delta V$ – приріст об'єму газу при розширенні, тому:

$$A = p\Delta V. \quad (8.9)$$

Якщо змінити температуру газу лише на один градус ($p = \text{const}$), то, застосувавши рівняння Менделєєва-Клапейрона (8.6) до початкового і кінцевого станів, отримаємо:

$$p(V_2 - V_1) = p\Delta V = R \quad (8.10)$$

Зіставивши рівності (8.9) і (8.10), знайдемо, що $R = A$, тобто *універсальна газова стала чисельно дорівнює роботі розширення одного моля газу при ізобаричному нагріванні на 1 К*.

8.4. Основне рівняння кінетичної теорії газів

Основним завданням кінетичної теорії газів є формування достовірного уявлення про внутрішню будову газу і встановлення зв'язку між значеннями параметрів стану газу і характеристиками руху його молекул.

Розглянемо ідеальний газ в інтервалі середніх температур і низьких тисків. *Ідеальний газ* – це сукупність молекул, які рухаються хаотично і сумарним об'ємом яких порівняно з розмірами посудини можна знехтувати. Взаємодії між молекулами у такому газі треба враховувати лише в момент зіткнення їх між собою та зі стінками посудини. Очевидно, ці зіткнення можна вважати ідеально пружними. Тиск газу на стінки посудини є результатом ударів молекул.

Знайдемо сумарну дію молекул спочатку на стінку посудини, перпендикулярну до осі x . Нехай посудина представляє собою куб зі стороною $\Delta l = 1 \text{ м}$. Зі зміною швидкості під час удару відбувається зміна кількості руху молекули вздовж осі x :

$$m_1 v_{1x} - (-m_1 v_{1x}) = 2m_1 v_{1x}, \quad (8.11)$$

де $v_{1x} = \frac{dx}{dt}$ – складова швидкості вздовж осі x ; m_1 – маса молекули.

Якщо обчислити сумарну зміну кількості руху при зіткненнях молекули з розглядуваною стінкою за 1 с, знайдемо середню силу \bar{F}_1 дії однієї молекули на стінку посудини за одиницю часу.

Враховуючи кількість зіткнень молекули з однією стінкою посудини за одиницю часу: $n = v_{1x} / (2\Delta l)$, знаходимо зміну кількості руху за 1 с і середню силу \bar{F}_1 дії молекули на стінку посудини:

$$\bar{F}_1 = 2m_1 v_{1x} \cdot \frac{v_{1x}}{2\Delta l} = \frac{m_1 v_{1x}^2}{\Delta l}. \quad (8.12)$$

Сумарна дія всіх молекул, віднесена до площі поверхні Δl^2 , визначатиме тиск, що діє на стінки куба, перпендикулярні до координатних осей:

$$\begin{aligned} p_x &= \frac{1}{\Delta l^3} \cdot (m_1 v_{1x}^2 + m_2 v_{2x}^2 + \dots + m_n v_{nx}^2); \\ p_y &= \frac{1}{\Delta l^3} \cdot (m_1 v_{1y}^2 + m_2 v_{2y}^2 + \dots + m_n v_{ny}^2); \\ p_z &= \frac{1}{\Delta l^3} \cdot (m_1 v_{1z}^2 + m_2 v_{2z}^2 + \dots + m_n v_{nz}^2). \end{aligned} \quad (8.13)$$

У хаотичному русі молекул газу жодний напрям не має переваги, тому тиск газу на всі стінки повинен бути однаковим:

$$p_x = p_y = p_z = p; \quad \Rightarrow \quad p = \frac{p_x + p_y + p_z}{3}.$$

Отже, враховуючи, що сума квадратів компонент швидкостей дорівнює квадрату швидкості молекули і у нашому випадку $\Delta l^3 = 1$, знаходимо тиск газу:

$$p = \frac{2}{3} \left(\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \dots + \frac{m_n v_n^2}{2} \right) \text{ або } p = \frac{2}{3} \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2} \quad (8.14)$$

Отже, **тиск газу чисельно дорівнює двом третім величини кінетичної енергії поступального руху молекул, які знаходяться в одиниці об'єму газу.**

Ввівши у вираз (8.14) середню квадратичну швидкість молекул \bar{v} , яка визначається із співвідношення $\bar{v}^2 = (v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2)/n_0$, отримаємо:

$$p = \frac{2}{3} n_0 \frac{m \bar{v}^2}{2}, \quad (8.15)$$

де n_0 – кількість молекул в одиниці об'єму газу; $(m \bar{v}^2)/2$ – середня кінетична енергія поступального руху молекул. Цей вираз називають **основним рівнянням кінетичної теорії газів (рівнянням Клаузіуса)**. Підставивши у (8.15) вираз $n_0 = n/V$, дістанемо основне рівняння кінетичної теорії газів у дещо іншому вигляді:

$$pV = \frac{2}{3} n \frac{m \bar{v}^2}{2}. \quad (8.16)$$

У цьому рівнянні макроскопічні параметри газу p і V пов'язані з кількістю молекул n і їх мікроскопічними характеристиками m і v .

8.5. Наслідки з основного рівняння кінетичної теорії газів

1. Закон Дальтона. В суміші газів, які хімічно не сполучаються, кожний газ створює тиск на стінку незалежно від іншого. Ці тиски обчислюють за основним рівнянням кінетичної теорії газів. Отже, тиск суміші газів треба знаходити як суму тисків кожного газу окремо:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots$$

Ми прийшли до виразу закону Дальтона, встановленого експериментально: **тиск суміші ідеальних газів дорівнює сумі парціальних тисків газів, які утворюють суміш.**

2. Абсолютна температура. Основне рівняння кінетичної теорії газів для одного моля газу запишеться так:

$$pV = \frac{2}{3} N_A \frac{m \bar{v}^2}{2}$$

де $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ – число Авогадро. Зіставивши цей вираз з рівнянням Менделєєва-Клапейрона ($pV=RT$), отримаємо вираз, який розкриває суть поняття абсолютної температури тіла:

$$T = \frac{2}{3} \frac{N_A}{R} \frac{m\bar{v}^2}{2}. \quad (8.17)$$

Абсолютна температура тіла є мірою середньої кінетичної енергії руху молекул тіла.

3. Середня кінетична енергія молекул. З виразу (8.17) можна визначити середню кінетичну енергію молекул газу:

$$\frac{m\bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T,$$

де $\frac{R}{N_A} = k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ – стала Больцмана. Тому формула для обчислення кінетичної енергії поступального руху молекул газу має такий вигляд:

$$\bar{W}_k = \frac{m\bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2} kT. \quad (8.18)$$

Отже, за однакових температур молекули різних газів мають однакову середню кінетичну енергію руху молекул. Стала Больцмана визначає зміну енергії молекули з підвищенням температури на один градус.

4. Швидкості руху молекул газу. Враховуючи, що $mN_A = \mu$ – маса одного моля газу, з виразу (8.17) можна також визначити **середню квадратичну швидкість** молекул газу:

$$\bar{v} = \sqrt{3 \frac{R}{mN_A} T} = \sqrt{3 \frac{R}{\mu} T}.$$

Крім середньої квадратичної швидкості, для молекул даного газу можна вказати також **середню арифметичну** швидкість та **найбільш імовірну** швидкість. Їх відповідно визначають за такими формулами:

$$\bar{v}_c = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{R}{\mu} T}; \quad \bar{v}_i = \sqrt{2 \frac{R}{\mu} T}.$$

Між названими швидкостями молекул газу, згідно з наведеними вище формулами, існують такі співвідношення:

$$\bar{v}_c = 0,92 \bar{v}; \quad \bar{v}_i = 0,82 \bar{v}.$$

Якщо значення середньої кінетичної енергії молекул газу (8.18) підставити в основне рівняння кінетичної теорії газів (8.15), отримаємо вираз для тиску газу, вираженого через концентрацію молекул, тобто через кількість молекул в одиниці об'єму n_0 і температуру T , а саме:

$$p = n_0 kT. \quad (8.19)$$

Звідси $n_0 = p/(kT)$. Отже, **при однакових температурах і тисках усі гази в однакових об'ємах містять однакову кількість молекул** (закон

Авогадро). Число молекул, що міститься у 1 м^3 газу за нормальних умов ($p = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$; $T = 273 \text{ К}$), називається **числом Лошмідта**:

$$N_L = \frac{p}{kT} = \frac{1,013 \cdot 10^5}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273} = 2,69 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$$

8.6. Розподіл молекул за швидкостями. Закон Максвела

Стан ідеального газу характеризується не лише згаданими вище макроскопічними параметрами (p , V , T), але і розподілом молекул за швидкостями. У нестационарному стані цей розподіл може бути довільним, але у рівноважному стані встановлюється певна залежність між кількостями молекул, які мають різні швидкості.

У 1860 р. Максвел вивів закон розподілу молекул ідеального газу за швидкостями поступального руху. Цей закон дає змогу знайти число молекул dn із загальної кількості n , швидкості яких лежать у заданому інтервалі від v до $v+dv$ при заданій температурі. Зрозуміло, що про таку кількість молекул можна говорити лише як про імовірнісну величину.

Із закону Максвела випливає, що для кожного газу, залежно від його температури, існує певна швидкість, з якою рухається найбільша кількість молекул – так звана найбільш імовірна швидкість. Значення цієї швидкості знаходять за формулою, що її вивів Максвел:

$$v_i = \sqrt{2 \frac{R}{\mu} T}.$$

Аналітичний вираз закону Максвела суттєво спрощується, якщо ввести поняття відносної швидкості:

$$u = \frac{v}{v_i},$$

де v – швидкість довільно вибраної молекули; v_i – найбільш імовірна швидкість молекул даного газу при заданій температурі. Виражений через відносну швидкість закон Максвела набуває такого вигляду:

$$dn = \frac{4}{\sqrt{\pi}} n e^{-u^2} u^2 du,$$

де dn – число молекул із загальної кількості n молекул газу, відносні швидкості яких лежать в інтервалі від u до $u+du$.

Для графічного представлення закону розподілу Максвела використовують систему координат (u, φ) , де $\varphi = \frac{\Delta n}{n \Delta u}$ – функція розподілу Максвела, яка досягає максимуму за умови $v = v_i$. Зауважимо,

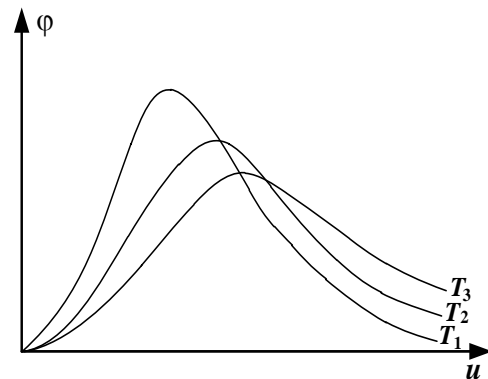


Рисунок 8.6

що з підвищенням температури найбільш імовірна швидкість молекул збільшується, однак висота максимуму кривої розподілу при цьому зменшується (рис. 8.6). Це означає, що частка молекул з великими швидкостями при нагріванні газу зростає, а пік кривої розподілу стає менш вираженим ($T_3 > T_2 > T_1$).

8.7. Газ у полі земного тяжіння. Закон Больцмана

В реальних умовах на поверхні Землі всі гази, безумовно, перебувають в умовах земного тяжіння. Завдяки дії сили тяжіння навколо планети Земля існує атмосфера. Ця сила зумовлює також зміну концентрації молекул газу, а, отже, і його тиску, з висотою.

З'ясуємо залежність тиску газу від висоти над рівнем моря. Очевидно, що тиск газу на будь-якій висоті h зумовлюється вагою повітря, що знаходиться вище від цього рівня. Оскільки у тонкому шарі повітря висотою dh густину повітря ρ можна вважати сталою величиною, то зменшення тиску, зумовлене підйомом на цю висоту, буде:

$$dp = -\rho g dh$$

Виключивши з цього рівняння густину згідно з рівнянням стану ідеального газу $\rho = \frac{\mu p}{RT}$, дістанемо:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT} dh. \quad (8.20)$$

Після інтегрування диференційного рівняння (8.20) за висотою від 0 до h і відповідно за тиском від p_0 до p , вважаючи, що температура газу не залежить від висоти, отримаємо наступне співвідношення:

$$p = p_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}}. \quad (8.21)$$

Цю залежність тиску газу від висоти називають **барометричною формулою**. Тиск газу експоненціально зменшується з висотою тим швидше, чим більша його молярна маса і чим нижча температура.

Як було показано раніше, тиск газу залежить від концентрації його молекул: $p = n_0 k T$. Це означає, що за умови $T = const$ ми можемо у рівнянні (8.21) замінити тиск газу відповідними значеннями концентрації молекул на нульовому рівні (n_0) та на висоті h (n):

$$n = n_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}}. \quad (8.22)$$

Ця залежність може бути записана в іншому вигляді, якщо здійснити заміну $\frac{\mu}{R} = \frac{m N_A}{k N_A} = \frac{m}{k}$, де m – маса молекули газу, k – стала Больцмана. Потенціальна енергія молекули в полі земного тяжіння – ($W_{\text{п}} = mgh$), тому:

$$n = n_0 e^{-\frac{m g h}{k T}} = n_0 e^{-\frac{W_{\text{п}}}{k T}}. \quad (8.23)$$

Отже, із зростанням потенційної енергії молекул їх концентрація зменшується і, навпаки, збільшення концентрації молекул в полі земного тяжіння свідчить про зменшення їх потенційної енергії. Больцман показав, що так само розподіляються молекули газу у будь-якому потенційному силовому полі. Тому залежність (8.23) називають законом розподілу Больцмана або розподілом молекул за їх потенційною енергією.

8.8. Середня довжина вільного пробігу молекул

Молекули газу, перебуваючи в тепловому русі, весь час стикаються між собою. Розглядаючи ідеальний газ, покладаємо, що молекули взаємодіють лише в момент зіткнення. Отже, від зіткнення до зіткнення рух молекул рівномірний і прямолінійний. Відстань, яку молекула проходить від зіткнення до зіткнення, називають *довжиною вільного пробігу молекули*.

Довжина шляху, що його проходить молекула за 1 с, чисельно дорівнює середній швидкості молекули \bar{v} , а кількість окремих ділянок дорівнює кількості зіткнень молекули \bar{z} за секунду. За цими величинами можна знайти середню довжину вільного пробігу молекули:

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}}. \quad (8.24)$$

Середню кількість зіткнень молекули за 1 с можна оцінити, знаючи ефективний радіус молекули газу r і концентрацію n_0 цих молекул:

$$\bar{z} = 4\sqrt{2}\pi r^2 \bar{v} n_0. \quad (8.25)$$

Якщо врахувати, що розміри молекули приблизно $r \sim 10^{-10}$ м, кількість молекул в 1 м³ за нормальних умов $n_0 = 2,7 \cdot 10^{25}$, швидкість молекул $\bar{v} = 5 \cdot 10^2$ м/с, то для кількості зіткнень молекули дістанемо таке значення:

$$\bar{z} = 4\sqrt{2} \cdot 3,14 \cdot (10^{-10})^2 \cdot 5 \cdot 10^2 \cdot 2,7 \cdot 10^{25} \approx 3 \cdot 10^9 \text{ (с}^{-1}\text{)}$$

Підставивши вираз для кількості зіткнень (8.25) у вираз (8.24), знайдемо середню довжину вільного пробігу молекули:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi r^2 n_0}.$$

Якщо ввести діаметр молекули $\sigma = 2r$, то

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi \sigma^2 n_0}. \quad (8.26)$$

Оскільки концентрація молекул $n_0 = \frac{p}{kT}$, то $\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$.

Як бачимо з (8.26), середня довжина вільного пробігу молекули обернено пропорційна до кількості молекул в одиниці об'єму n_0 . Але, відповідно до основного рівняння кінетичної теорії газів ($p = kn_0T$), при незмін-

ній температурі n_0 визначає тиск газу p , отже, при постійній температурі середня довжина вільного пробігу молекули обернено пропорційна тиску:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{p_2}{p_1}.$$

8.9. Явища перенесення. Дифузія

Внаслідок хаотичного руху молекули газу переходять з одних місць в інші й переносять з собою деяку масу, кількість руху, енергію. У певних умовах перенесення згаданих величин може мати напрямлений характер. Зокрема, явище *дифузії* являє собою напрямлене перенесення маси, при *внутрішньому терті* між шарами речовини відбувається напрямлене перенесення імпульсу, в явищі *теплопровідності* – перенесення енергії. Усі ці процеси називаються **явищами перенесення**.

З макроскопічної точки зору явище дифузії визначається законом Фіка. За цим законом **величина маси ΔM , що переноситься через деяку поверхню S , перпендикулярну до осі x , пропорційна градієнту густини $|\Delta\rho/\Delta x|$, площі поверхні S і часу $\Delta\tau$.**

$$\Delta M = -D \left(\frac{\Delta\rho}{\Delta x} \right) S \Delta\tau, \quad (8.27)$$

де D – **коефіцієнт дифузії**. Зміст цього коефіцієнта стає очевидним, якщо кожний співмножник при ньому покласти рівним одиниці. **Коефіцієнт дифузії дорівнює масі речовини, що переноситься через одиницю площі за одиницю часу при градієнті густини, що дорівнює одиниці.** У системі СІ коефіцієнт дифузії вимірюється в $\text{м}^2/\text{с}$.

З'ясуємо суть явища дифузії з точки зору молекулярно-кінетичної теорії газів. Оскільки усі три напрями можливого руху молекул у просторі є рівноцінними, то очевидно, що за час $\Delta\tau$ через поверхню S зліва направо (додатній напрям осі x , рис. 8.7) пройде $1/6$ всіх молекул, що знаходяться в об'ємі циліндра з основою S і висотою $\bar{v}\Delta\tau$, а саме:

$$N = \frac{1}{6} n_0 S \bar{v} \Delta\tau.$$

Якщо врахувати, що добуток маси молекули газу на концентрацію молекул визначає густину газу ($n_0 m = \rho$), для результуючої маси, яка переноситься через поверхню S за час $\Delta\tau$, знайдемо:

$$\Delta M = \frac{1}{6} (\rho' - \rho'') S \bar{v} \Delta\tau \quad (8.28)$$

де ρ', ρ'' – густина газу на відстані вільного пробігу молекули зліва і справа від поверхні S , відповідно (рис. 8.7).

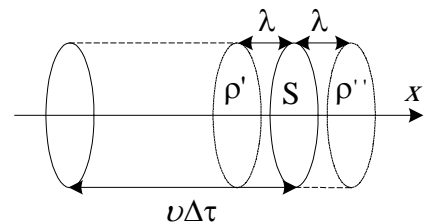


Рисунок 8.7

Оскільки градієнт густини $\Delta\rho/\Delta x$ визначає зміну густини, розраховану на одиницю довжини, то різницю густин ($\rho' - \rho''$) на відстані $2\bar{\lambda}$ можна виразити через градієнт густини так:

$$(\rho' - \rho'') = \left(\frac{\Delta\rho}{\Delta x} \right) 2\bar{\lambda}.$$

де $\bar{\lambda}$ – середня довжина вільного пробігу молекул. Зробивши відповідну до останньої рівності заміну у виразі (9.28), дістанемо:

$$\Delta M = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \left(\frac{\Delta\rho}{\Delta x} \right) S \Delta\tau \quad (8.29)$$

Зіставивши вираз для дифузії (8.29), одержаний згідно з молекулярно-кінетичною теорією, з емпіричним законом дифузії Фіка (8.27), знайдемо коефіцієнт дифузії:

$$D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda}. \quad (8.30)$$

Знаючи, що швидкість молекул \bar{v} збільшується з підвищенням температури, а довжина вільного пробігу молекул $\bar{\lambda}$ обернено пропорційна тиску газу, за виразом (8.30) легко визначити залежність коефіцієнта дифузії і перебігу процесу дифузії від названих параметрів газу T, p . Ці залежності добре погоджуються з дослідними. Зокрема, встановлено, що з підвищенням температури явище дифузії відбувається швидше. При більших тисках і у густіших середовищах дифузія відбувається повільніше.

8.10. Внутрішнє тертя в газах

З макроскопічної точки зору внутрішнє тертя в рідинах і газах описується законом Ньютона: *сила внутрішнього тертя пропорційна градієнту швидкості $\Delta u/\Delta z$ та площі S шарів, між якими визначається сила тертя:*

$$F = \eta \left(\frac{\Delta u}{\Delta z} \right) S \quad (8.31)$$

де η – *коефіцієнт внутрішнього тертя, або коефіцієнт в'язкості*; u – швидкість руху деякого шару рідини або газу як цілого.

З точки зору молекулярно-кінетичної теорії внутрішнє тертя є результатом перенесення імпульсу з одного шару в інший молекулами газу в процесі їх теплового руху. Використовуючи міркування, аналогічні до викладених у попередньому параграфі, згідно з молекулярно-кінетичною теорією знайдемо імпульс, що переноситься через поверхню S за час $\Delta\tau$:

$$\Delta K = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{\lambda} \left(\frac{\Delta u}{\Delta z} \right) S \Delta\tau$$

Зміна кількості руху за одиницю часу $\Delta K/\Delta\tau$ визначає силу, що діє на поверхню S , тобто силу внутрішнього тертя:

$$F = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{\lambda} \left(\frac{\Delta u}{\Delta z} \right) S. \quad (8.32)$$

З формул (8.31) і (8.32) знайдемо коефіцієнт в'язкості:

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{\lambda}. \quad (8.33)$$

З дослідів відомо, що з підвищенням температури в'язкість газів зростає. Теоретичний вираз коефіцієнта в'язкості (8.33) погоджується з цим дослідним фактом. З підвищенням температури збільшується середня швидкість молекул \bar{v} , тому збільшується коефіцієнт в'язкості η .

8.11. Теплопровідність

Теплопровідністю називають процес передавання теплоти від шару речовини з вищою температурою до шару з нижчою температурою. Згідно з законом Ж. Фур'є *кількість теплоти ΔQ , що переноситься через деяку поверхню S , перпендикулярну до осі z , пропорційна градієнту температури $\Delta T/\Delta z$, площі поверхні S і часу $\Delta\tau$:*

$$\Delta Q = -k \left(\frac{\Delta T}{\Delta z} \right) S \Delta\tau, \quad (8.34)$$

де k – *коефіцієнт теплопровідності*, що залежить від роду і стану газу. *Коефіцієнт теплопровідності чисельно дорівнює кількості теплоти, що переноситься через одиницю площі за одиницю часу, коли градієнт температури дорівнює одиниці.* У системі СІ коефіцієнт теплопровідності вимірюється в Дж/(м·с·К).

Знайдемо результуючу кількість теплоти, що переноситься через поверхню S за час $\Delta\tau$ з точки зору молекулярно-кінетичної теорії:

$$\Delta Q = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \rho c_v \left(\frac{\Delta T}{\Delta z} \right) S \Delta\tau \quad (8.35)$$

Зіставивши (8.34) і (8.35), знайдемо коефіцієнт теплопровідності:

$$k = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \rho c_v$$

Коефіцієнт теплопровідності не залежить від тиску, оскільки \bar{v} , c_v і добуток $\bar{\lambda} \cdot \rho$ не залежать від тиску. Коефіцієнт теплопровідності, як і інші коефіцієнти перенесення, зростає з підвищенням температури. Ці результати узгоджуються з дослідними даними. Зіставляючи вирази коефіцієнтів в'язкості і теплопровідності, дістанемо співвідношення між ними, яке легко можна перевірити експериментально:

$$k = \eta c_v.$$

Теплопровідність рідин і твердих тіл значно перевищує теплопровідність газів. Коефіцієнт теплопровідності газів $\approx 10^{-3} \text{ Дж}/(\text{м}\cdot\text{с}\cdot\text{К})$, у рідин і неметалів $\approx 10^{-1} \text{ Дж}/(\text{м}\cdot\text{с}\cdot\text{К})$ і у металів $\approx 10^1 \text{ Дж}/(\text{м}\cdot\text{с}\cdot\text{К})$. Висока теплопровідність металів зумовлена високою швидкістю руху вільних електронів у кристалічній решітці.

8.12. Рівняння перенесення

Очевидно, що усі явища перенесення мають дуже багато спільних рис і тому можуть бути описані однаковими математичними співвідношеннями. Через хаотичність руху молекул газу і їх велику концентрацію у будь-якому напрямку рухається, у середньому, однакова кількість молекул. Методами статистичної фізики встановлено, що через задану поверхню нормально до неї рухається у прямому і зворотному напрямках $1/3$ всіх молекул газу, які переносять з однієї частини об'єму газу до іншої масу, енергію та імпульс. Якщо в газі виділити поверхню ΔS , перпендикулярну до заданого напрямку, то за час Δt через цю площу буде перенесена відповідна кількість маси, енергії, імпульсу.

Рівняння, що описує всі ці явища, називається *рівнянням перенесення*. Воно має вигляд:

$$\Delta(N\varphi) = -\frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} \frac{\Delta(n_0\varphi)}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t,$$

де N – число молекул; φ – функція перенесення; $\bar{\lambda}$ – довжина вільного пробігу; \bar{v} – середня швидкість руху молекул; $\frac{\Delta n_0\varphi}{\Delta x}$ – градієнт функції перенесення.

Знак мінус вказує, що перенесення здійснюється у бік зменшення концентрації молекул. Якщо в рівняння перенесення замість φ підставити масу молекули, то отримаємо рівняння дифузії, якщо кінетичну енергію молекули $W = \frac{ikT}{2}$, – рівняння теплопровідності, і нарешті, підставляння імпульсу молекули приводить до отримання рівняння Ньютона для сили внутрішнього тертя.

Запитання для повторення

1. Сформулюйте основні положення молекулярно-кінетичної теорії будови речовини.
2. Який процес називається ізотермічним, ізобаричним та ізохоричним? Якими законами визначається залежність між змінними параметрами стану газу у цих процесах?

3. Між якими параметрами встановлює зв'язок рівняння стану ідеального газу?
4. Яке рівняння встановлює зв'язок між параметрами стану газу і характеристиками руху його молекул?
5. Яким чином змінюється розподіл молекул за швидкостями при зміні температури газу?
6. Сформулюйте основні газові закони.
7. Який фізичний зміст універсальної газової сталої?
8. Якими параметрами визначається нормальний стан газу?
9. Які параметри зв'язує між собою основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів?
10. Що є мірою середньої кінетичної енергії руху молекул тіла?
11. Як визначається середньоквадратична швидкість руху молекул газу?
12. Яка швидкість молекул називається найбільш імовірною?
13. За яким законом змінюється концентрація молекул газу із висотою?
14. Що називається довжиною вільного пробігу молекули і чому вона дорівнює?
15. Чому дорівнює коефіцієнт дифузії в газах?
16. Чому дорівнює коефіцієнт в'язкості в газах?
17. Чому дорівнює коефіцієнт теплопровідності в газах?

Розділ 9. Фізичні основи термодинаміки

9.1. Предмет і метод термодинаміки

Змістом сучасної термодинаміки є вивчення найрізноманітніших фізичних і хімічних явищ в газах, рідинах і твердих тілах з точки зору енергетичних перетворень. Характерно, що в цих перетвореннях інші види енергії можуть повністю переходити в теплову, тоді як повне перетворення теплової енергії в інші види неможливе.

Вивчення взаємозв'язку теплової енергії з іншими видами енергії становить основне завдання термодинаміки. Оскільки тепла енергія має зміст лише відносно макроскопічного тіла, то предметом термодинаміки є макроскопічне тіло або система тіл.

Об'єкт дослідження в термодинаміці в узагальненому вигляді називають *термодинамічною системою*. Під термодинамічною системою розуміють деяку речовину, здебільшого задану параметрами її стану, оскільки вона бере участь у процесах зміни й перетворення енергії, тобто у переходах з одного стану в інший.

Розрізняють гомогенні й гетерогенні термодинамічні системи. Гомогенна система однорідна, її фізичні властивості і хімічний склад по всьому об'єму однакові. Нею може бути будь-який газ, рідина або тверде тіло в умовах, коли немає впливів гравітаційного й електромагнітного полів. Гетерогенна система неоднорідна, вона звичайно складається з гомогенних

систем, які називаються її *фазами*. Прикладом такої системи може бути сукупність рідини і її насиченої пари.

Рівноважним станом у термодинаміці називають такий стан системи, при якому всі її параметри – температура, тиск і об'єм – сталі. **Рівноважним процесом** називають неперервну послідовність рівноважних станів системи. Такий процес можливо здійснити лише при нескінченно повільних змінах стану системи.

У дослідженні окремих процесів або явищ термодинаміка спирається на деякі істини, що є узагальненням багатовікового наукового і практичного досвіду людства. Уся термодинаміка ґрунтується на логічному й математичному розвитку трьох основних принципів у застосуванні до конкретних процесів і явищ.

9.2. Основні поняття й визначення

До основних понять і величин у термодинаміці належать *внутрішня енергія, робота і кількість теплоти*. Спинимось на них окремо.

Внутрішня енергія. Під внутрішньою енергією системи розуміють сумарну енергію всіх видів частинок, з яких складається система. Сюди входить кінетична і потенціальна енергія молекул речовини.

Внутрішня енергія є *функцією стану* системи, тобто змінюється зі зміною стану системи і *однозначно* визначається тими самими параметрами, що й стан системи. Внутрішня енергія не залежить від способу, яким система переводиться з одного стану в інший, а лише від параметрів кінцевого стану.

У термодинаміці практичне значення має не сама величина внутрішньої енергії, а її зміна з переходом системи з одного стану в інший. У межах термодинамічних процесів внутрішня енергія змінюється лише за рахунок зміни енергії теплового руху частинок речовини та їх потенціальної енергії взаємодії. Енергія електронних оболонок атомів і йонів та внутрішньоядерна енергія при цьому залишаються незмінними і не становлять будь-якого інтересу з точки зору термодинаміки. Тому вужче під внутрішньою енергією в термодинаміці розуміють лише енергію теплового руху частинок речовини та їх потенціальну енергію взаємодії.

Робота. У механіці йшлося про так звану макроскопічну роботу, пов'язану з видимим переміщенням тіл в цілому, та про перетворення лише механічної енергії в інші види. У термодинаміці поняття про роботу набуває ширшого змісту, бо стан системи і, відповідно, її внутрішню енергію як функцію стану можна змінювати завдяки виконанню і *макроскопічної*, і *мікроскопічної роботи*. Остання здійснюється без будь-якого видимого переміщення тіл, що взаємодіють. Її інакше називають *теплообміном*.

Кількість теплоти. Макроскопічна робота і теплообмін – способи зміни внутрішньої енергії системи. Кількісною мірою процесу макроскопічної роботи є фізична величина, що теж називається *роботою*. Кількісною мірою процесу теплообміну є фізична величина, що називається *кількістю теплоти*. Кількість теплоти і робота – це величини, що визначають зміну внутрішньої енергії системи.

9.3. Перший принцип термодинаміки

Перший принцип термодинаміки виражає закон збереження і перетворення енергії в застосуванні до теплових процесів. У 1840 р. академік Гесс встановив, що тепловий ефект реакції залежить лише від початкового і кінцевого станів реагуючих речовин і не залежить від проміжних стадій процесу. Закон Гесса по суті став частинним виразом першого принципу термодинаміки для випадку хімічних реакцій.

Наступним кроком до встановлення закону збереження енергії були праці Р. Майєра, в яких він сформулював принцип еквівалентності теплоти і роботи та теоретично визначив механічний еквівалент теплоти. На той час тепла енергія вимірювалась у калоріях. Одна *калорія* – це кількість теплоти, яку необхідно затратити нагрівання 1 л води на 1°C.

Принцип еквівалентності теплоти і роботи був експериментально підтвердженом Джоулем і Ленцем в дослідженнях теплової дії електричного струму та у вимірюваннях Джоулем механічного еквівалента теплоти для випадку роботи проти сил тертя. Виявилось, що для всіх випадків механічний еквівалент теплоти дорівнює 4,18 Дж/кал.

Для встановлення аналітичного виразу першого принципу термодинаміки треба враховувати, що внутрішня енергія системи може змінюватися або в результаті теплообміну або в результаті виконання роботи. Тому приріст внутрішньої енергії системи ΔU дорівнює сумі одержаної кількості теплоти ΔQ і виконаної над системою роботи A :

$$\Delta U = \Delta Q + A. \quad (9.1)$$

З практичних міркувань далі враховуватимемо роботу, виконану системою проти зовнішніх сил. У цьому випадку вираз (9.1) запишемо так:

$$\Delta U = \Delta Q - A, \quad (9.2)$$

де робота взята зі знаком мінус, оскільки в результаті її виконання внутрішня енергія системи зменшується. Розв'язавши рівняння (9.2) відносно ΔQ , дістанемо вираз, який часто називають виразом першого принципу термодинаміки:

$$\Delta Q = \Delta U + A. \quad (9.3)$$

Його формулюють так: *кількість теплоти, яку дістає система ззовні, використовується на збільшення внутрішньої енергії системи і на виконання роботи проти зовнішніх сил.*

Виконану роботу, або кількість теплоти, яку дістає система в різних процесах, звичайно визначають методами диференційного й інтегрального числення. При цьому розглядуваний процес розбивають на ряд елементарних процесів так, щоб до кожного з них можна було застосувати перший принцип термодинаміки в диференційній формі:

$$d'Q = dU + d'A, \quad (9.4)$$

а процес у цілому оцінюють за інтегральною сумою результатів усіх елементарних процесів. У виразі (9.4) лише внутрішня енергія системи є функцією стану. Кількість теплоти Q і виконана робота A не є функціями стану і їх значення залежать від способу переходу системи з одного стану в інший, тому диференціали біля цих змінних не є повними.

Конкретизуємо перший принцип термодинаміки стосовно ідеального газу, тобто знайдемо диференціали dU і dA . Щоб знайти dU , розглянемо ізохорний процес для одного моля ідеального газу. Коли газ нагрівається при сталому об'ємі, вся теплота спрямовується на збільшення його внутрішньої енергії. Газ роботи не виконує (поршень у циліндрі над газом нерухомий), тому зміна внутрішньої енергії в розрахунку на один моль буде:

$$dU = C_v dT \quad (9.5)$$

де C_v – молярна теплоємність газу при сталому об'ємі.

Щоб знайти $d'A$, скористаємося виразом роботи, яка виконується при розширенні газу в ізобаричному процесі:

$$\Delta A = p \Delta V,$$

де p – зовнішній тиск, ΔV – зміна об'єму газу. В диференційній формі цей вираз можна застосувати до будь-якого газового процесу, оскільки при нескінченно малій зміні об'єму газу тиск можна вважати сталим. Отже,

$$dA = p dV. \quad (9.6)$$

Таким чином, вираз першого принципу термодинаміки для ідеального газу (одного моля) можна записати так:

$$dQ = C_v dT + p dV. \quad (9.7)$$

Для будь-якої маси m ідеального газу

$$dQ = \frac{m}{\mu} C_v dT + p dV, \quad (9.8)$$

де μ – маса одного моля даного газу; або ж

$$dQ = m c_v dT + p dV, \quad (9.9)$$

де $c_v = C_v / \mu$ – питома теплоємність газу при сталому об'ємі.

9.4. Застосування першого принципу термодинаміки

У різних газових процесах нас цікавитиме насамперед робота газу і кількість одержаної газом теплоти. Для їх обчислення скористаємося першим принципом термодинаміки:

$$dQ = C_v dT + p dV \quad (9.10)$$

Розглядатимемо рівноважні процеси в ідеальних газах. Роботу газу і кількість одержаної теплоти обчислимо для одного моля газу. Ці результати легко можна поширити на будь-яку масу газу.

1. **Ізобаричний процес.** Характеристика процесу: $p = const$; $dp = 0$.

а) **Робота газу.** Елементарна робота газу: $dA = p dV$. Щоб визначити всю роботу в ізобаричному процесі, інтегруємо вираз для елементарної роботи. При цьому тиск як сталу величину винесемо за знак інтеграла:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1). \quad (9.11)$$

Графічно в координатній площині pV , робота газу в ізобаричному процесі дорівнює площі прямокутника, обмеженого графіком стану газу (ізобарою), віссю абсцис (V) і прямими, перпендикулярними до осі абсцис, що відповідають початковому і кінцевому об'ємам газу (рис. 9.1).

б) **Кількість теплоти.** Щоб обчислити кількість теплоти, що її дістає газ в ізобаричному процесі, необхідно проінтегрувати вираз (9.10). Враховуючи рівняння стану ідеального газу для одного моля, отримаємо:

$$Q = (C_v + R)(T_2 - T_1) = C_p(T_2 - T_1)$$

де $C_p = (C_v + R)$ – молярна теплоємність газу при сталому тиску.

Бачимо, що в ізобаричному процесі одержана кількість теплоти більша від виконаної газом роботи; тут частина теплоти спрямовується на збільшення внутрішньої енергії газу, температура газу підвищується.

2. **Ізотермічний процес.** Характеристика процесу: $T = const$; $dT = 0$.

а) **Робота газу.** Щоб визначити роботу газу інтегруванням виразу для елементарної роботи, зведемо спочатку цей вираз до однієї змінної. Визначивши тиск p з рівняння Менделєєва-Клапейрона і підставивши його значення у формулу роботи, дістанемо:

$$dA = p dV = RT \frac{dV}{V}.$$

Інтегруючи останній вираз, дістанемо:

$$A = RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = RT \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (9.12)$$

Графічно в координатній площині p, V , робота газу в ізотермічному процесі також дорівнює площі фігури, обмеженої графіком процесу

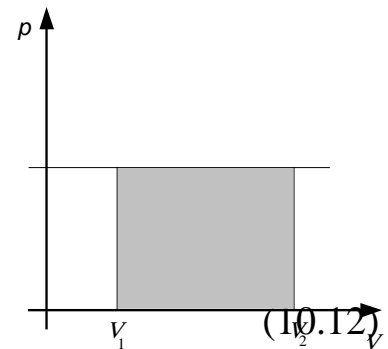


Рисунок 9.1

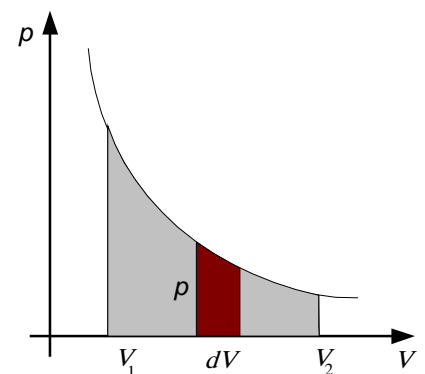


Рисунок 9.2

(ізотермою), віссю об'ємів і лініями початкового і кінцевого об'єму газу (рис. 9.2).

Замість відношення об'ємів у вираз (9.12) можна підставити за законом Бойля-Маріотта обернене до нього відношення тисків:

$$A = RT \ln(P_1/P_2);$$

б) **Кількість теплоти.** Для ізотермічного процесу $dT = 0$, тому внутрішня енергія ідеального газу в цьому процесі залишається сталою. Застосовуючи до цього процесу перший принцип термодинаміки, дістанемо: $dQ = dA$, $\Rightarrow \Delta Q = A$. (9.13)

Отже, за ізотермічного процесу вся теплота, що її дістає газ, спрямовується на виконання роботи.

3. Ізохоричний процес. Характеристика процесу: $V = const$; $dV = 0$.

а) **Робота газу.** Оскільки для ізохоричного процесу $dV = 0$, то елементарна робота газу дорівнює нулю: $dA = pdV = 0$, і робота газу для всього процесу дорівнює нулю:

$$A = 0. \quad (9.14)$$

б) **Кількість теплоти.** Застосовуючи вираз першого принципу термодинаміки до ізохоричного процесу і враховуючи, що в цьому процесі $dA = 0$, дістанемо:

$$dQ = C_v dT; \quad Q = C_v(T_2 - T_1). \quad (9.15)$$

В ізохоричному процесі вся теплота, що її дістає газ, спрямовується на збільшення його внутрішньої енергії; температура газу підвищується.

9.5. Внутрішня енергія ідеального газу. Розподіл енергії за ступенями вільності

Під внутрішньою енергією газу в термодинаміці вужче розуміють сумарну енергію молекул, з яких складається газ. Сюди входить кінетична енергія хаотичного руху молекул і потенціальна енергія взаємодії молекул між собою. Для ідеального газу, силами взаємодії між молекулами можна знехтувати. Тому потенціальна енергія молекул дорівнює нулю. Отже, внутрішня енергія ідеального газу складається із суми кінетичних енергій молекул. Ми уже знайшли формулу для обчислення середньої кінетичної енергії поступального руху молекули:

$$\frac{m\bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2}kT. \quad (9.16)$$

Але кінетична енергія молекули – це не тільки енергія її поступального руху, вона може включати ще й енергію обертального руху молекули та енергію коливальних рухів атомів молекули. Для знаходження енергії всіх видів руху молекули використовують поняття про ступені вільності молекули і принцип рівномірного розподілу енергії молекули за ступенями її вільності.

Числом ступенів вільності системи називають найменше число незалежних величин, які визначають положення системи в просторі. Так, наприклад, положення матеріальної точки в просторі цілком визначається трьома координатами: x , y , z у декартовій системі. *Матеріальна точка має три ступені вільності* поступального руху. Система з двох жорстко зв'язаних матеріальних точок, коли відстань l між точками незмінна, має *п'ять ступенів вільності*, бо шосту координату можна визначити через відому величину l .

З кінетичної точки зору ступені вільності двох жорстко зв'язаних точок зводяться до трьох поступальних рухів центра мас системи і двох обертальних рухів навколо взаємно перпендикулярних осей, перпендикулярних до l . Обертання двох матеріальних точок навколо їх осі, паралельної до l , не змінює положення системи у просторі.

Система з двох незалежних точок має шість ступенів вільності – по три поступальних рухи на кожну точку.

Система з трьох і більше жорстко зв'язаних матеріальних точок (розміщених не на одній прямій) має *шість ступенів вільності* – три ступені вільності поступального руху центра мас і всі три ступені вільності обертального руху (відповідно до можливих трьох взаємно перпендикулярних осей).

Визначаючи ступені вільності молекул газу, враховують таке. Оскільки маса атома зосереджена в ядрі, розміри якого дуже малі навіть порівняно з розмірами атома (розміри ядра – приблизно 10^{-14} м, а розміри атома з урахуванням електронної оболонки – приблизно 10^{-10} м), то атом слід розглядати як матеріальну точку. Молекули в першому наближенні можна вважати системою жорстко зв'язаних матеріальних точок – атомів. Тому:

- *одноатомна молекула газу має три ступені вільності,*
- *двоатомна – п'ять,*
- *багатоатомна – шість ступенів вільності.*

Одним з основних положень молекулярно-кінетичної теорії газів є визнання хаотичності поступальних, обертальних, коливальних рухів молекул і того, що жодному з цих рухів не можна надати переваги. Тому, при обчисленні енергії всіх видів руху молекули природно вважати, що **кінетична енергія молекули рівномірно розподіляється за ступенями вільності всіх її рухів**. У цьому суть принципу рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності, введеного Джеймсом Максвеллом у статистичну фізику.

На кожний ступінь вільності молекули в середньому припадає однакова кількість енергії, яку можна визначити з рівняння (9.16):

$$\overline{W}_0 = \frac{1}{2} kT .$$

Енергія молекули, що має i ступенів вільності, буде:

$$\bar{W} = \frac{i}{2} kT.$$

Помноживши середню кінетичну енергію молекули на число Авогадро, знайдемо внутрішню енергію одного моля газу:

$$U = \frac{i}{2} kT \cdot N_A = \frac{i}{2} RT. \quad (9.17)$$

Бачимо, що внутрішня енергія ідеального газу певного роду залежить від числа ступенів вільності його молекул й абсолютної температури газу, або повніше: внутрішня енергія ідеального газу певної маси не залежить ні від його об'єму, ні від тиску газу, а є функцією лише абсолютної температури газу. Тобто, для будь-якої кількості газу внутрішня енергія визначається за формулою:

$$U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT.$$

Щоб обчислити внутрішню енергію реального газу, тобто газу в умовах, коли істотно виявляються взаємодії молекул, треба до кінетичної енергії додати ще потенційну енергію молекул. Внутрішня енергія реального газу залежить від температури й об'єму газу.

9.6. Молекулярна теорія теплоємностей газів

Теплоємність – це фізична величина, яка дорівнює тій кількості теплоти, яку треба надати тілу, щоб підвищити його температуру на один градус. Теплоємність тіла c_T обчислюють за формулою

$$c_T = \frac{dQ}{dT},$$

де dQ – кількість теплоти, наданої тілу; dT – підвищення температури тіла. В обчисленнях кількості теплоти та для характеристики різних речовин звичайно користуються питомою, або молярною теплоємністю.

Питома теплоємність чисельно дорівнює тій кількості теплоти, яка потрібна для підвищення температури одного кілограма даної речовини на один градус; позначається літерою c . **Молярна теплоємність** чисельно дорівнює тій кількості теплоти, яка потрібна для підвищення температури одного моля речовини на один градус; позначається літерою C . Молярна і питома теплоємності перебувають у такому співвідношенні:

$$c = \frac{C}{\mu},$$

де μ – маса одного моля даної речовини. У системі СІ питома теплоємність вимірюється в Дж/(кг·К), молярна теплоємність – Дж/(моль·К). Теплоємність тіла взагалі залежить від умов, в яких нагрівається тіло. Для га-

зів насамперед треба розрізняти теплоємність при сталому об'ємі c_v і теплоємність при сталому тиску c_p . Якщо тіло нагрівається при незмінному об'ємі, то вся теплота, що надається тілу, спрямовується на збільшення його внутрішньої енергії: $dQ = dU$. Тому теплоємність будь-якого тіла при сталому об'ємі буде:

$$c_v = \frac{dU}{dT}.$$

У випадку нагрівання газу при сталому тиску теплота, що надається газу, частково спрямовується на збільшення внутрішньої енергії, а частково – на виконання роботи проти зовнішніх сил при розширенні газу. З цих причин теплоємність газу при сталому тиску більша від теплоємності газу при сталому об'ємі на величину зовнішньої роботи A , яку газ виконує, розширюючись внаслідок нагрівання на один градус. Отже, для питомих теплоємностей справедлива рівність:

$$c_p = c_v + \frac{A}{m}.$$

Для одного моля газу робота розширення при ізобаричному нагріванні газу на 1 K чисельно дорівнює універсальній газовій сталій. Тому співвідношення між молярними теплоємностями газу при сталому тиску і сталому об'ємі набуває вигляду:

$$C_p = C_v + R. \quad (9.18)$$

Це співвідношення називають **рівнянням Майєра** і записують так:

$$C_p - C_v = R.$$

Крім значень теплоємностей газу C_p і C_v , важливу роль у газових процесах відіграє їх відношення:

$$\gamma = C_p / C_v.$$

Диференціюючи за температурою рівняння (9.17) для внутрішньої енергії одного моля ідеального газу, можна знайти молярну теплоємність газу при сталому об'ємі:

$$C_v = \frac{i}{2} R, \quad (9.19)$$

де i – число ступенів вільності молекули даного газу.

Знаючи теплоємність при сталому об'ємі, з рівняння Майєра (9.18) знайдемо молярну теплоємність газу при сталому тиску:

$$C_p = \frac{i}{2} R + R = \frac{i+2}{2} R. \quad (9.20)$$

З виразів (9.19) і (9.20) знайдемо відношення теплоємностей:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i} \quad (9.21)$$

Беручи до уваги, що $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$, за наведеними вище формулами можна обчислити молярні теплоємності C_V і C_P газів різного типу і їх відношення γ , а саме:

а) для одноатомних газів $i = 3$:

$$C_V = \frac{3}{2}R, \quad C_P = \frac{5}{2}R, \quad \gamma = \frac{5}{3} = 1,67;$$

б) для двоатомних газів $i = 5$:

$$C_V = \frac{5}{2}R, \quad C_P = \frac{7}{2}R, \quad \gamma = \frac{7}{5} = 1,40;$$

в) для багатоатомних газів $i = 6$:

$$C_V = \frac{6}{2}R, \quad C_P = \frac{8}{2}R, \quad \gamma = \frac{8}{6} = 1,33.$$

9.7. Адіабатичний процес. Рівняння Пуассона

Процес, що відбувається без теплообміну з навколишнім середовищем, називається *адіабатичним*. Кількісною характеристикою процесу теплообміну є кількість теплоти, яка надається або навпаки забирається від термодинамічної системи. Отже, за відсутності теплообміну основною характеристикою процесу є:

$$dQ = 0.$$

Застосовуючи до адіабатичного процесу перший принцип термодинаміки, отримаємо:

$$0 = dU + dA, \text{ звідки } dA = -dU,$$

тобто в адіабатичному процесі робота виконується лише за рахунок внутрішньої енергії системи. У випадку ідеального газу (для одного моля)

$$dA = -C_V dT,$$

тобто, коли газ виконує роботу проти зовнішніх сил у процесі адіабатичного розширення, то температура газу зменшується. Навпаки, в процесі адіабатичного стиснення, коли робота виконується над газом, температура газу зростає.

Очевидно, щоб виключити теплообмін і здійснити адіабатичний процес, треба було б термодинамічну систему оточити цілком теплопровідною стінкою. У природі таких стінок не існує, але створюються подібні умови, в яких відбуваються процеси, дуже близькі до адіабатичних. Адіабатичні процеси відіграють важливу роль у природі й техніці. Те, що в атмосфері верхні шари холодніші від нижчих всупереч дії конвекції, а також утворення хмар і туманів можна пояснити, врахувавши процес адіабатичного розширення повітря в атмосфері. Величезні маси повітря, нагріваючись біля поверхні Землі, піднімаються вгору, потрапляють в область усе нижчих тисків і розширюються. Цей процес адіабатичний, бо через погану теплопровідність повітря теплообміном можна знехтувати.

Виконуючи роботу розширення проти зовнішнього тиску, повітря охолоджується, а водяна пара перетворюється в насичену й конденсується.

Усі процеси, що відбуваються дуже швидко, наближаються до адіабатичних. В таких умовах, зокрема, здійснюються адіабатичні процеси в теплових машинах, які розглядатимемо пізніше.

В адіабатичному процесі одночасно змінюються всі три параметри газу: V , p , T , залежність між якими виражає рівняння Менделєєва-Клапейрона. Додатково для адіабатичного процесу виконується рівняння Пуассона, яке виражає залежність між тиском і об'ємом газу в цьому процесі. Щоб знайти його, застосуємо до адіабатичного процесу ідеального газу перший принцип термодинаміки:

$$0 = C_v dT + p dV.$$

Виключивши з цього виразу dT , дістанемо:

$$\frac{C_v}{R}(p dV + V dp) + p dV = 0.$$

Підставивши з рівняння Майєра значення $R = C_p - C_v$ і ввівши позначення $\gamma = C_p / C_v$, після нескладних перетворень отримаємо:

$$\frac{dp}{p} + \gamma \frac{dV}{V} = 0.$$

Після інтегрування цього рівняння матимемо:

$$\ln p + \gamma \ln V = \ln C$$

де C – стала інтегрування. Якщо пропотенціювати останній вираз, то дістанемо **рівняння Пуассона**:

$$pV^\gamma = \text{const}. \quad (9.22)$$

Графічно в координатній площині p , V адіабатичний процес зображається кривою, що називається **адіабатою** (рис. 9.3). Тому рівняння (9.22) інакше називають **рівнянням адіабати**. Адіабата, порівняно з ізотермою, є гіперболою вищого порядку, вона крутіша від ізотерми ($\gamma > 1$).

Використавши рівняння стану ідеального газу, можна переписати рівняння Пуассона також в інших формах:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}; \quad Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{const}.$$

Наведемо також деякі формули для обчислення роботи газу в адіабатичному процесі. За першим принципом термодинаміки для адіабатичного процесу ідеального газу, враховуючи рівняння, що виражає перший принцип термодинаміки, маємо:

$$A = -C_v(T_2 - T_1) = C_v(T_1 - T_2). \quad (9.23)$$

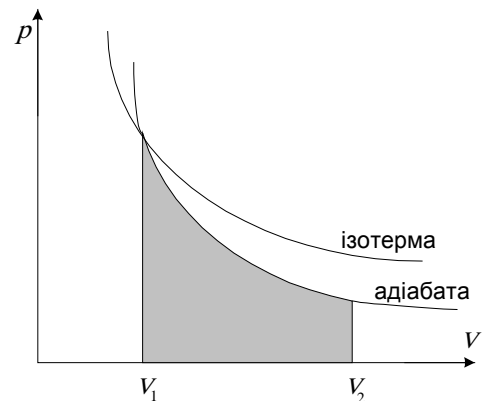


Рисунок 9.3

Якщо за рівнянням Менделєєва-Клапейрона визначити температуру, підставити її значення у вираз (9.23) і зробити заміну згідно з рівнянням Майєра $(C_v/R) = (1/(\gamma - 1))$, то отримаємо:

$$A = \frac{1}{\gamma - 1} (p_1 V_1 - p_2 V_2). \quad (9.24)$$

Виконуючи подальші перетворення формули (9.24) з врахуванням рівняння стану ідеального газу, можна отримати наступні співвідношення для роботи газу при адіабатичному процесі:

$$A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{1-\gamma} \right]; \quad A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \right]; \quad A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right).$$

Графічно робота газу в адіабатичному процесі визначається площею фігури, обмеженої адіабатою, так само, як і в інших процесах (рис. 9.3).

9.8. Оборотні і необоротні процеси

За роботами Клаузіуса термодинамічні процеси поділяють на два види. До процесів першого виду відносять такі, які відбуваються “самі по собі”. Такими, наприклад, є перехід теплоти від гарячого тіла до холодного, зниження центра ваги системи, перетворення роботи в теплоту тощо. Ці процеси називають *природними*.

До процесів другого виду належать такі, які “самі по собі” не відбуваються. Для їх здійснення треба використати додатково процеси першого виду. Такими є передавання теплоти від холодного тіла до гарячого, підвищення центра маси механічної системи, перетворення теплоти в механічну роботу тощо. Ці процеси називають *штучними*.

У природі процеси першого роду переважають над процесами другого роду, інакше кажучи, в природі спостерігається певна спрямованість у термодинамічних процесах. Ця спрямованість веде до стану рівноваги системи.

Поділ процесів на природні й штучні в термодинаміці тісно пов'язаний з поняттям про оборотні і необоротні процеси. **Оборотним** називають такий процес, який може відбуватися в обох напрямках, а після завершення такого процесу система повертається в початковий стан і в навколишньому середовищі не залишається жодних змін. Якщо процес не має перерахованих вище ознак, то його називають **необоротним**.

Оборотні процеси ідеалізовані, до них реальні процеси лише наближаються. Так, механічні процеси були б оборотними, якби не було тертя і механічна енергія не перетворювалася на теплову. Наприклад, коливання маятника в безповітряному просторі можна було б вважати оборотним

процесом, але в повітрі коливання маятника зумовлюють нагрівання середовища, ”залишають слід”, тому це процес необоротний.

Усі реальні процеси, що супроводжуються тертям, теплопровідністю або випромінюванням, є необоротними.

9.9. Колові процеси. Принцип дії теплової і холодильної машин

У теорії і практиці побудови теплових машин важливе значення мають колові процеси (цикли).

Циклом називають таку послідовність процесів, після завершення якої система знову повертається в свій початковий стан. На повторенні відповідних циклів ґрунтується неперервна дія кожної теплової машини. Тому в колових процесах нас цікавитиме, насамперед, робота, яку виконує система після завершення циклу. Речовину, над якою здійснюється коловий процес, звичайно називають **робочим тілом**.

Графічно в координатній площині p, V цикл зображається деякою замкнутою кривою $ABCD$ (рис. 9.4). У першій частині циклу, коли розширюється речовина, система виконує позитивну роботу. Вона чисельно дорівнює площі фігури V_1ABCV_2 . У другій частині циклу, коли стискається речовина, система виконує негативну роботу, інакше кажучи, робота виконується над системою. Чисельно вона дорівнює площі фігури V_2CDAV_1 . Механічна робота, виконана системою після завершення циклу, чисельно дорівнює площі фігури $ABCD$.

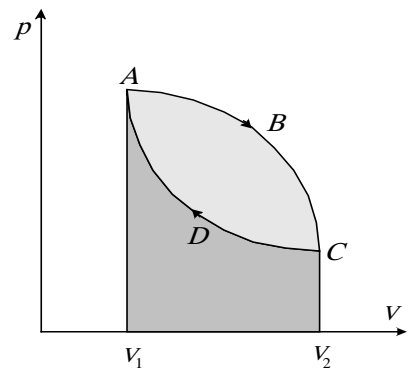


Рисунок 9.4

Застосуємо до циклу перший принцип термодинаміки:

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A.$$

Звідси знайдемо, що, оскільки система приведена в свій початковий стан, то її внутрішня енергія стала такою самою, як і до початку виконання циклу, тобто $\Delta U = 0$. Тому робота системи за один цикл виконується за рахунок теплоти, одержаної ззовні. Машина, що виконує роботу за рахунок теплоти, яку дістає ззовні, називається **тепловою машиною**.

Процес передавання теплоти від нагрівника до робочого тіла, скажімо, процес теплопровідності, не супроводжується виконанням роботи (при цьому тіла не переміщуються). Робота може виконуватися лише в результаті взаємодії робочого тіла з іншим тілом. Завдяки цій взаємодії відбувається також стиснення робочого тіла в другій частині циклу.

Далі з'ясуємо, що здійснити такий циклічний процес, при якому теплота, забрана від нагрівника, повністю перетворюється на механічну ро-

боту і при цьому частина теплоти не передається жодному зовнішньому тілу, неможливо.

Легко переконатися, що при здійсненні циклу в зворотному напрямі, у напрямі $ADCBA$ (рис. 9.4) машина “споживатиме” певну роботу ззовні. Результатом її дії, відповідно до першого принципу термодинаміки, буде передавання робочим тілом теплоти зовнішнім тілам. За таким принципом працює холодильна машина.

9.10. Цикл Карно

Питання про створення найбільш ефективної теплової машини вперше порушив і розв’язав французький фізик Саді Карно. У праці “Міркування про рушійну силу вогню” він проаналізував роботу ідеальної теплової машини (пізніше її цикл назвали циклом Карно) і визначив коефіцієнт її корисної дії.

Карно показав, що навіть в ідеальних умовах не може бути такої періодичної діючої машини, яка, дістаючи теплоту від нагрівника, повністю перетворювала б її на механічну роботу, – обов’язково частина цієї теплоти передається холодильнику. Холодильником тут називають тіло, яке має значно нижчу температуру, ніж нагрівник, і яке повинно мати контакт з робочим тілом машини. Розглянемо детальніше цикл Карно. Робочим тілом у машині Карно є ідеальний газ. Цикл Карно складається з двох ізотермічних і двох адіабатичних процесів ідеального газу (рис. 9.5).

На ділянці 1–2 відбувається ізотермічне розширення газу. Газ виконує роботу за рахунок теплоти Q_1 , яку він дістає від нагрівника (умови ідеальні, на цій ділянці вся теплота перетворюється на роботу).

На ділянці 2–3 відбувається адіабатичне розширення газу. Газ виконує роботу за рахунок внутрішньої енергії і тому охолоджується до температури T_2 .

На ділянці 3–4 здійснюється ізотермічне стиснення газу. Робота виконується над газом. Газ передає теплоту Q_2 холодильнику, тому температура газу залишається незмінною – T_2 .

На ділянці 4–1 здійснюється адіабатичне стиснення газу. Робота виконується над газом. За рахунок неї внутрішня енергія газу збільшується, температура газу збільшується від T_2 до T_1 . Газ повертається у початковий стан.

Очевидно, що робота, виконана газом на ділянках 1–2 і 2–3, більша від роботи, затраченої на стиснення газу на ділянках 3–4 і 4–1, на величині площі циклу. Теплоти забрано від нагрівника більше, ніж віддано хо-

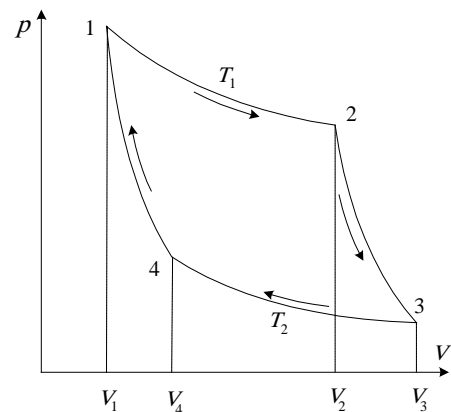


Рисунок 9.5

лодильнику. Різниця $Q_1 - Q_2$ визначає ту кількість теплоти, що перетворилась у роботу за один цикл.

9.11. Коефіцієнт корисної дії теплової машини

Коефіцієнтом корисної дії теплової машини називають відношення тієї частини теплоти, яка перетворюється в роботу, до всієї кількості теплоти, забраної від нагрівника:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

де Q_1 – кількість теплоти, забраної від нагрівника; Q_2 – кількість теплоти, переданої холодильнику. Підставивши замість даних величин значення роботи відповідних ізотермічних процесів, а також співвідношення між об'ємами для циклу Карно $V_2/V_1 = V_3/V_4$, для коефіцієнта корисної дії теплової машини отримаємо:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Коефіцієнт корисної дії теплової машини, що працює за циклом Карно, лише у двох частинних випадках, які практично нездійсненні, а саме при $T_1 \rightarrow \infty$, або $T_2 \rightarrow 0$, може дорівнювати одиниці. Карно довів також дві теореми:

- коефіцієнт корисної дії циклу Карно не залежить від речовини, з якою здійснюється процес;
- між даними температурами нагрівника і холодильника не існує іншої теплової машини, яка мала б вищий коефіцієнт корисної дії, ніж машина Карно.

Вираз коефіцієнта корисної дії для машини Карно визначає найбільший ККД, якого можна досягти в реальних теплових машинах при даних температурах нагрівника і холодильника.

9.12. Другий принцип термодинаміки

У природі спостерігається певна спрямованість термодинамічних процесів. Зокрема, по-різному перетворюється механічна енергія на теплову і навпаки. Механічна енергія перетворюється на теплову безпосередньо і повністю. Теплова ж енергія в механічну безпосередньо і повністю не перетворюється. Нагріте тіло саме по собі не почне рухатися вгору по похилій площині. Навіть в ідеальних умовах неможливо побудувати таку теплову машину, вся діяльність якої зводилась би до забирання теплоти від теплового резервуара і повного перетворення її в механічну роботу.

Перший принцип термодинаміки вказує лише на кількісне збереження енергії в теплових перетвореннях, але не вказує на направленість термодинамічних процесів, тому його не досить для побудови цілісної

термодинамічної теорії. Тому був запропонований *другий принцип термодинаміки*, котрий має декілька формулювань.

1. *Теплота не може переходити сама собою від холодного тіла до гарячого.*
2. *Неможливо побудувати періодично діючу машину, вся діяльність якої зводилась би до забирання теплоти від теплового резервуара і повного перетворення її в механічну роботу, – частина теплоти неодмінно передаватиметься холодильнику.*
3. *Вічний двигун другого роду створити неможливо, тобто неможливо створити такий вічний двигун, який виконував би роботу лише за рахунок охолодження навколишніх тіл природи.*

Щоб дістати кількісний вираз другого принципу термодинаміки, проаналізуємо роботу ідеальної теплової машини Карно. Для коефіцієнта корисної дії циклу Карно, який складається з оборотних процесів, виконується рівність:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

з якої після нескладних перетворень отримаємо:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0.$$

Загалом під кількістю теплоти слід розуміти алгебраїчну величину. Це означає, що кількість теплоти Q_1 , яку отримує робоче тіло, є додатньою величиною, а кількість теплоти Q_2 , яку робоче тіло віддає холодильнику, – від'ємна величина. Тобто рівність (2) може бути переписана так:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0. \quad (9.25)$$

Відношення кількості теплоти, що передається до температури, при якій відбувається теплопередача, називається *зведеною теплотою*. З рівності (9.25) випливає, що *сума зведених кількостей теплоти для замкнутого циклу Карно дорівнює нулю*.

Будь-який інший оборотний цикл можна розглядати як суму нескінченно великої кількості елементарних циклів Карно. Для цього досить розбити заданий цикл послідовністю адіабат і ізотерм. Щоб просумувати зведені кількості теплоти для всіх елементарних циклів, необхідно взяти інтеграл по замкнутому циклу. Таким чином, для довільного замкнутого оборотного циклу отримаємо рівність:

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0. \quad (9.26)$$

Якщо цикл необоротний, то його коефіцієнт корисної дії завжди менший від к.к.д. циклу Карно, що здійснюється при тих самих температурах нагрівника T_1 і холодильника T_2 . Тому для необоротного циклу можна записати нерівність:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} < \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

з якої випливає, що *сума зведених кількостей теплоти для необоротного циклу завжди менша від нуля*:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} < 0,$$

або в загальному вигляді: $\oint \frac{dQ}{T} < 0.$ (9.27)

Об'єднавши вирази (9.26) і (9.27), отримаємо так звану **нерівність Клаузіуса**:

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0,$$

яка є кількісним виразом другого принципу термодинаміки. У такому вигляді другий принцип термодинаміки може бути також критерієм оборотності або необоротності термодинамічних процесів.

9.13. Поняття про ентропію

З нерівності Клаузіуса відомо, що для оборотних циклів сума зведених кількостей теплоти дорівнює нулю:

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0.$$

З математичного аналізу відомо також: *якщо криволінійний інтеграл, взятий по замкнутому циклу, дорівнює нулю, то підінтегральний вираз є повним диференціалом деякої функції*. Цю функцію називають **ентропією** і позначають буквою S , тобто:

$$dS = \frac{dQ}{T}.$$

Очевидно, що ентропія є функцією стану речовини, оскільки зміна її значення при переході системи з одного стану в інший не залежить від шляху інтегрування (форми контуру), а залежить лише від параметрів початкового і кінцевого станів речовини.

Ентропія має фундаментальне значення у фізиці. Поряд з такими функціями стану, як тиск, об'єм, температура, внутрішня енергія, ентропія *характеризує різні теплові процеси і особливо процес перетворення теплоти в роботу*. Практичне значення має не стільки сама величина ентропії, скільки її зміна. *За зміною ентропії визначають можливість перебігу того або іншого процесу*.

Зміна ентропії для оборотних процесів визначається за формулою:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$

Щоб визначити абсолютне значення ентропії, треба враховувати так звану теорему Нернста, яку інакше називають *третім началом термодинаміки*. Згідно з теоремою Нернста *ентропія будь-якої речовини при температурі абсолютного нуля дорівнює нулю*.

У необоротному незамкнутому процесі зміна ентропії більша за вказаний інтеграл на кривій, що описує даний процес. Якби процес був оборотний, зміна ентропії дорівнювала б цьому інтегралу. Тому в об'єднаному вигляді для оборотних і необоротних процесів можна записати таку нерівність

$$S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{dQ}{T}, \quad (9.28)$$

яка по суті є іншим виразом нерівності Клаузіуса. У диференціальному вигляді її можна записати так:

$$dS \geq \frac{dQ}{T}, \quad (9.29)$$

де знак „>” відповідає необоротному процесові, а знак „=” – оборотному.

Нерівності (9.28) і (9.29) виражають другий принцип термодинаміки через зміну ентропії. Тут ентропія є мірою необоротності процесів.

Розглянемо ізолювану систему тіл, яка не має теплообміну з навколишнім світом. Застосовуючи нерівність (9.29) до ізолюваної системи, для якої $dQ = 0$, отримаємо:

$$dS \geq 0,$$

Бачимо, що *ентропія ізолюваної системи тіл може лише зростати або залишатись незмінною*. Інакше кажучи, *в ізолюваній системі можуть відбуватися лише такі процеси, які призводять до зростання ентропії і до вирівнювання температур*.

Зростання ентропії визначає напрям процесів у ізолюваній термодинамічній системі і вказує на те, що відбувається розсіювання енергії. Перше і друге начала термодинаміки, виражені співвідношеннями

$$dQ = dU + dA \text{ і } dQ \leq TdS,$$

можуть бути об'єднані в одному виразі:

$$dU + dA \leq TdS. \quad (9.30)$$

Права частина нерівності (9.30), тобто *добуток сталої для заданого процесу температури T на зміну ентропії системи dS у цьому процесі, називається зв'язаною енергією системи*. Різниця між внутрішньою енергією системи і її зв'язаною енергією називається *вільною енергією системи*:

$$F = dU - TdS.$$

Отже, можемо зробити висновок, що *внутрішня енергія системи містить дві складові: вільну енергію, котра в процесі виконання роботи може перетворюватись на інші види енергії і при цьому не призводити до*

зміни ентропії системи, та зв'язану енергію, котра перетворюється на інші види енергії тільки за рахунок зростання ентропії системи.

Вільна енергія F є різницею двох функцій стану, а тому теж є функцією стану системи. Якщо виконуваний процес є оборотним та ізотермічним, то робота виконується системою за рахунок зменшення вільної енергії. Зв'язана енергія представляє ту частину внутрішньої енергії, яка не може бути перетворена у роботу при ізотермічному процесі. В цьому розумінні зв'язана енергія є „знеціненою” частиною внутрішньої енергії системи. Зв'язана енергія зростає із зростанням ентропії системи. Тому ентропію можна назвати мірою „знеціненості” (теплової непрацездатності) внутрішньої енергії системи.

Суть другого принципу термодинаміки впливає з особливостей будови речовини. Необоротність процесу взаємного перетворення теплової енергії на механічну, на яку вказує другий принцип термодинаміки, є необоротністю взаємного перетворення хаотичного руху молекул і їх загального напрямленого руху. Направлений рух молекул перетворюється на хаотичний безпосередньо і повністю, проте безпосереднє і повне перетворення хаотичного руху молекул у напрямлений хоч взагалі й можливе, але малоймовірне.

Можна вважати, що всякий необоротний процес – це такий процес, зворотний до якого – малоймовірний.

Другий принцип термодинаміки виражає статистичні закономірності, яким підлягає величезна сукупність молекул речовини, і ентропія, через яку кількісно виражається цей принцип, перебуває в безпосередньому зв'язку з імовірністю стану системи. Наприклад, в ізольованій системі тіл різні процеси відбуваються в напрямі зростання ентропії і досягання її максимуму. З іншого боку, такі процеси приводять до найімовірнішого стану системи. Ще Больцман показав, що ентропія й імовірність стану перебувають у такій залежності:

$$S = k \ln w + const ,$$

де k – стала Больцмана; а w – термодинамічна імовірність даного стану системи. На відміну від математичної імовірності, термодинамічна імовірність є ціле число ($w \geq 1$), котре показує, у скільки разів імовірність реалізації даного стану системи більша від ймовірності реалізації одного з усіх можливих мікророзподілів частинок системи за їх координатами та швидкостями. Інакше кажучи це число способів, якими може реалізуватись даний стан макроскопічної системи. Внаслідок того, що всі молекули однорідного газу однакові, число способів, якими може реалізуватись певний стан системи, визначається числом взаємних перестановок частинок системи, які не змінюють загального її стану.

Виходячи з останнього співвідношення, ентропія може розглядатись як міра імовірності стану системи. Найбільш імовірним станом ізольова-

ної термодинамічної системи є стан рівноваги – найнижчої впорядкованості. Тому ентропія є також мірою неупорядкованості системи, тобто розкиданості її частинок за просторовим розміщенням і за швидкостями.

Запитання для повторення

1. Що називається термодинамічною системою?
2. Яка термодинамічна система називається гомогенною, гетерогенною?
3. Який стан термодинамічної системи називається рівноважним?
4. Що називається внутрішньою енергією термодинамічної системи.
5. Що таке кількістю теплоти і в яких одиницях вона вимірюється?
6. Сформулюйте перший принцип термодинаміки.
7. Як визначити роботу газу графічно за p - V -діаграмою процесу?
8. Чому дорівнює робота газу при ізобаричному, ізотермічному, ізохоричному та адіабатичному процесах?
9. Що називається числом ступенів вільності молекули газу?
10. Скільки ступенів вільності має одно-, дво- і багатоатомна молекула?
11. Яка енергія припадає на один ступінь вільності молекули газу?
12. Що називається питомою, молярною теплоємністю речовини?
13. Запишіть рівняння Майєра.
14. Який процес називається адіабатичним?
15. Запишіть рівняння Пуассона для адіабатичного процесу.
16. Який процес називається оборотним, необоротним, циклічним?
17. Який циклічний процес називається циклом Карно?
18. Чому дорівнює коефіцієнт корисної дії теплової машини, циклу Карно?
19. Сформулюйте другий принцип термодинаміки.
20. Що називається зведеною теплотою?
21. Сформулюйте третій принцип термодинаміки.
22. Яка енергія системи називається вільною, зв'язаною? Чому ці види енергії дорівнюють?
23. Як пов'язана ентропія системи з термодинамічною імовірністю стану?

Приклади розв'язування задач

Задача № 1. Обчислити масу однієї молекули азоту.

Розв'язування. Відомо, що маса одного моля азоту $0,028$ кг, а в одному молі міститься $N = 6,02 \cdot 10^{23}$ молекул азоту (число Авогадро).

$$\text{Тоді маса однієї молекули: } m = \frac{\mu}{N} = \frac{0,028}{6,02 \cdot 10^{23}} = 4,65 \cdot 10^{-26} (\text{кг}).$$

Задача № 2. Скільки молекул є в 5 см^3 газу за нормальних умов?

Розв'язування. За нормальних умов ($T_0 = 273^\circ \text{K}$ і $P_0 = 10^5 \text{ Па}$) один моль будь-якого газу займає один і той же об'єм

$$V_0 = \frac{RT_0}{P_0} = \frac{8,31 \cdot 273}{10^5} = 22,4 \cdot 10^{-3} (\text{м}^3). \text{ А в одному молі міститься } N = 6,02 \cdot 10^{23}$$

молекул. Отже, число молекул газу в об'ємі $V_1 = 5 \text{ см}^3 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$:

$$n = N \frac{V_1}{V_0} = 6,02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{22,4 \cdot 10^{-3}} = 13,5 \cdot 10^{19}.$$

Задача № 3. У посудині знаходиться суміш з 30 г водню і 60 г вуглекислого газу. Знайти масу одного моля такої суміші.

Дано:

$$m_1 = 3 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$$

$$\mu_1 = 0,002 \text{ кг/моль} (\text{H}_2)$$

$$m_2 = 6 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$$

$$\mu_2 = 0,044 \text{ кг/моль} (\text{CO}_2)$$

$$\mu - ?$$

Розв'язування

Масу одного моля суміші можна знайти за відношенням m/n , де m – маса суміші, а n – число моль суміші, що дорівнює сумі чисел моль окремих газів

$$n = n_1 + n_2 = m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2.$$

Тоді для суміші отримаємо:

$$\mu = \frac{m}{n} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}} = \frac{3 \cdot 10^{-2} + 6 \cdot 10^{-2}}{\frac{3 \cdot 10^{-2}}{0,002} + \frac{6 \cdot 10^{-2}}{0,044}} = 0,0055 \left(\frac{\text{кг}}{\text{моль}} \right).$$

Задача № 4. Визначити, наскільки змінилася маса гелію, що знаходиться в балоні об'ємом $0,25 \text{ м}^3$ під тиском 10^6 Па при температурі 200°C , якщо з балона була випущена частина маси газу, після чого тиск знизився до 10^5 Па , а температура зменшилася до 100°C .

Дано:

$$\mu = 0,004 \text{ кг/моль},$$

$$V = 0,25 \text{ м}^3$$

$$t_1^\circ = 20^\circ\text{C}, T_1 = 293\text{K},$$

$$p_1 = 10^6 \text{ Па},$$

$$p_2 = 10^5 \text{ Па},$$

$$t_2^\circ = 10^\circ\text{C}, T_2 = 283\text{K},$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

$$\Delta m - ?$$

Розв'язування

До того, як частина газу була випущена з балона, його стан визначався такими параметрами: тиск p_1 , об'єм V , маса m_1 , температура T_1 .

Після того, як частина газу була випущена з балона, стан газу став визначатися параметрами: p_2, V, m_2, T_2 .

Запишемо рівняння Менделєєва-Клапейрона для першого і другого станів газу:

$$p_1 V = \frac{m_1}{\mu} R T_1; \quad p_2 V = \frac{m_2}{\mu} R T_2,$$

де V – об'єм газу, який за умовою задачі залишається незмінним; μ – молекулярна маса гелію.

Виразимо з цих рівнянь m_1 і m_2 та знайдемо їх різницю Δm :

$$m_1 = \frac{p_1 V \mu}{RT_1}, \quad m_2 = \frac{p_2 V \mu}{RT_2}; \Rightarrow \Delta m = m_1 - m_2 = \frac{V \mu}{R} \left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2} \right),$$

$$\Delta m = \frac{0,25 \text{ м}^3 \cdot 0,004}{8,31} \left(\frac{10^6}{293} - \frac{10^5}{283} \right) \approx 0,36 (\text{кг}).$$

Задача № 5. Визначити об'єм балона зі стиснутим вуглекислим газом, що знаходиться під тиском 100 атм і при температурі 27°C, якщо за нормальних умов та сама кількість газу займає об'єм 1,3 м³.

Дано:

$$t_0^\circ = 0^\circ \text{C}, \quad T_0 = 273 \text{K}$$

$$t^\circ = 27^\circ \text{C}, \quad T = 300 \text{K}$$

$$V_0 = 1,3 \text{ м}^3,$$

$$p = 100 \text{ атм} \approx 10^7 \text{ Па},$$

$$p_0 = 1, \text{ атм} \approx 10^5 \text{ Па}$$

$$V - ?$$

Розв'язування

За нормальних умов стан газу визначається параметрами: T_0, P_0, V_0 . За даних умов – параметрами T, P, V . Оскільки маса газу не змінювалася, то для розв'язку задачі можна скористатися рівнянням Менделєєва-Клапейрона для обох станів: $p_0 V_0 = RT_0; pV = RT$.

Об'єднавши ці два рівняння в одне виключенням універсальної газової сталої, отримаємо: $\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{pV}{T}$.

$$\text{Звідси: } V = \frac{p_0 V_0 T}{T_0 p} = \frac{10^5 \text{ Па} \cdot 1,3 \text{ м}^3 \cdot 300 \text{K}}{273 \text{K} \cdot 10^7 \text{ Па}} \approx 0,014 \text{ м}^3.$$

Задача № 6. При якій температурі знаходилося 100 г водню в балоні об'ємом 10 л, якщо тиск при цьому був $2 \cdot 10^4 \text{ Па}$?

Дано:

$$m = 100 \text{ г} = 0,1 \text{ кг},$$

$$V = 10 \text{ л} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3,$$

$$p = 2 \cdot 10^4 \text{ Па},$$

$$\mu = 0,002 \frac{\text{кг}}{\text{моль}},$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

$$T - ?$$

Розв'язування

З рівняння Менделєєва-Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu} RT$$

знаходимо температуру:

$$T = \frac{pV\mu}{mR} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 0,002}{0,1 \cdot 8,31} \approx 0,5 (\text{K})$$

$$[T] = \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}}{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{Дж}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{К}}{\text{м}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} = \text{K}$$

Розділ 10. Механіка рідин і газів

10.1. Стаціонарний потік рідин і газів

У цьому розділі розглянемо вчення про рух рідин і газів, інакше їх називають гідро- і аеродинамікою. Вивчення законів руху рідин і газів та сил, з якими рідини і гази діють на тверді тіла, що переміщуються в них, є основним завданням гідро- й аеродинаміки.

Особливістю рідин і газів є рухливість їх частинок. Внаслідок цього рідини і гази змінюють свою форму під дією як завгодно малих сил, тобто не виявляють будь-якого опору в деформаціях зсуву. Рідини і гази виявляють пружні сили опору лише тоді, коли змінюється їх об'єм.

Щоб описати рух рідин і газів, можна розглядати рух кожної їх частинки окремо. Такий метод вивчення руху рідин і газів був запропонований Лагранжем. Інший метод, запропонований Ейлером, розглядає швидкість потоку у кожній точці простору. Ця швидкість відноситься не до конкретної частинки, а до будь-якої частинки, що знаходиться в даній точці потоку в довільний момент часу. Таким чином, за методом Ейлера потік рідини розглядається як стаціонарне поле векторів швидкості – кожній точці простору відповідає “свій” вектор швидкості.

Потік, в якому поле швидкостей з часом залишається незмінним, називається стаціонарним потоком. У стаціонарному потоці будь-яка частинка проходить дану точку простору з такою самою швидкістю, як і всі попередні частинки. Надалі вивчатимемо стаціонарні потоки.

Графічно потік зображають не векторами швидкостей, а за допомогою так званих ліній потоку. Лінії потоку проводяться таким чином, щоб у кожній їх точці вектор швидкості був паралельним до дотичної у цій точці (рис. 10.1). Густина цих ліній повинна бути пропорційною величині швидкості в усіх місцях потоку. Так, лініями потоку відображають напрям і величину швидкості руху рідини або газу. Зауважуємо, що для стаціонарного потоку лінії потоку збігаються з траєкторіями частинок.

Частину рідини або газу, обмежену лініями потоку, називають **трубкою потоку**. Очевидно, що частинки рідини у своєму русі не виходять за межі трубки потоку.

Нехай площа перерізу трубки в одному місці потоку ΔS_1 , швидкість потоку v_1 і густина речовини ρ_1 , а в іншому місці – відповідно ΔS_2 , v_2 , ρ_2 . Очевидно, що кількість рідини або газу, що протікає через будь-який поперечний переріз трубки потоку за одну секунду, є величина постійна у випадку стаціонарного потоку:

$$\rho_1 \Delta S_1 v_1 = \rho_2 \Delta S_2 v_2. \quad (10.1)$$

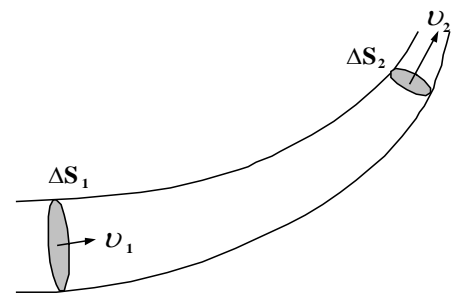


Рисунок 10.1

У стаціонарному потоці змінами густини не тільки рідини, а й газу можна знехтувати. Тому рівність (10.1) можна записати так:

$$\Delta S_1 v_1 = \Delta S_2 v_2,$$

а в узагальненому вигляді

$$\Delta S v = \text{const}.$$

Отримана рівність становить суть теореми про нерозривність потоку, з якої слідує, що в тих місцях, де трубка ширша, швидкість потоку менша і, навпаки. Інакше кажучи, в трубці змінного перерізу рідина повинна переміщуватися з прискоренням. Постає запитання – за рахунок якої енергії рідина або газ набувають прискорення?

10.2. Рівняння Бернуллі

Звичайно рідини і газу в потоках перебувають під певним тиском. Цей тиск може створюватись власною вагою рідини або за рахунок дії зовнішньої сили. Коефіцієнт об'ємної стисливості рідин є дуже малим. Наприклад, для води при температурі 15°C і тисках до 10^7 Па він є порядку $0,00005 \text{ Па}^{-1}$. Тому з великою точністю можна вважати рідину абсолютно нестисливою. Отже, зміни тиску істотно не впливають на об'єм і густину рідини в стаціонарному потоці.

За певних умов можна також знехтувати в'язкістю рідин, тобто силами тертя при переміщенні одних шарів речовини відносно інших. Абсолютно нестислива і нев'язка рідина, називається ідеальною.

Для стаціонарного потоку ідеальних рідин і для газів справджується рівняння Бернуллі. Щоб з'ясувати його суть, виділимо з потоку вузьку трубку (рис. 10.2) і розглянемо в ній деяку кількість рідини, обмежену перерізами S_1 і S_2 . За час Δt рідина зміститься в трубці; верхня межа S_1 переміститься в положення S_1' , а нижня межа S_2 займе положення S_2' .

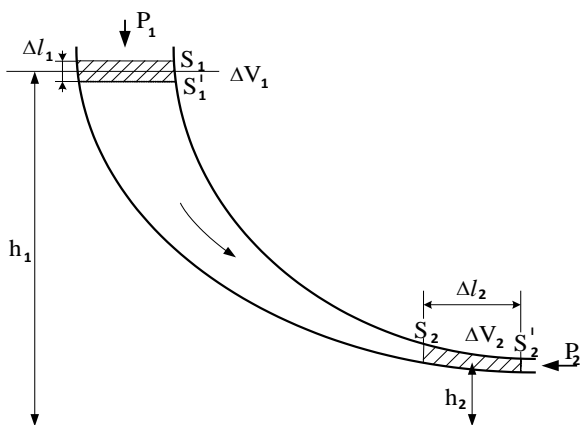


Рисунок 10.2

Зміна повної енергії рідини повинна дорівнювати роботі, виконаній силами тиску над рідиною.

Енергія рідини дорівнює сумі кінетичної і потенціальної енергії окремих її частинок. Очевидно, що енергія частинок, які залишилися в незаштрихованій частині об'єму рідини, така сама, як і тих частинок, що займали цю частину об'єму спочатку, тому що потік стаціонарний.

Отже зміна енергії розглядуваної рідини дорівнюватиме різниці енергій частинок у заштрихованих об'ємах ΔV_1 і ΔV_2 . Оскільки потік неперервний і рідина нестислива, то $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$. Нехай ці об'єми настільки

малі, що для всіх частинок у кожному з них швидкість v , висоту h і тиск p можна вважати однаковими. Тоді зміна енергії рідини:

$$\Delta E = \left(\frac{\rho \Delta V v_2^2}{2} + \rho \Delta V g h_2 \right) - \left(\frac{\rho \Delta V v_1^2}{2} + \rho \Delta V g h_1 \right), \quad (10.2)$$

де $\rho \Delta V$ – маса речовини в об'ємі ΔV , ρ – густина рідини.

Роботу сил тиску, що виконується над розглядуваною рідиною за час Δt , визначимо за тиском p , площею перерізу трубки потоку S і зміщенням цього перерізу Δl для верхньої і нижньої меж рідини:

$$\Delta A = p_1 S_1 \Delta l_1 - p_2 S_2 \Delta l_2. \quad (10.3)$$

Якщо прирівняти вирази (10.2) і (10.3), скоротити їх на ΔV і згрупувати члени з однаковими індексами, то отримаємо:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2.$$

Або у загальному вигляді:

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = \text{const}.$$

Це важливе рівняння гідродинаміки вивів Д. Бернуллі. Воно є частинним виразом загального закону перетворення і збереження енергії в застосуванні до стаціонарного потоку ідеальної рідини. На основі рівняння можна стверджувати, що **в усіх перерізах трубки потоку сума кінетичної енергії, потенціальної енергії тяжіння і потенціальної енергії тиску залишається сталою**. Або, **сума гідродинамічного $\rho v^2/2$, гідростатичного $\rho g h$, і зовнішнього p тисків є величина стала**.

10.3. Наслідки з рівняння Бернуллі

Розглянемо деякі наслідки з рівняння Бернуллі та прилади, дія яких пояснюється за цим рівнянням.

1. Якщо потік горизонтальний, то рівняння дещо спрощується і набуває такого вигляду:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2.$$

Звідси видно, що там, де швидкість потоку більша, тиск менший і навпаки. Зокрема, в трубці змінного перерізу, коли рідина переходить з ширшої частини трубки у вузьку, збільшення швидкості супроводиться падінням тиску.

2. Значне падіння тиску в швидких потоках рідин або газів використовується для побудови водоструминних, ртутних або масляних насосів, інжекторів, пульверизаторів тощо.

Розглянемо будову і дію водоструминного насоса. У ньому вода з водопроводу попадає в трубку, яка звужується до кінця, внаслідок чого

швидкість води на виході дуже збільшується, а тиск знижується. У цю область низького тиску засмоктується повітря з резервуара, в якому воно розріджується, і потім виноситься струменем води назовні. Такими насосами досягають розрідження порядку 10^4 Па. У ртутних і масляних насосах повітря засмоктується відповідно струменями пари ртуті або масла; інжектор – пароструминний насос, призначений для подавання води в парові котли, палива у двигуни внутрішнього згорання; у пульверизаторі струмін повітря засмоктує і розпилює рідину.

3. Трубка Піто – прилад для вимірювання швидкості потоку рідини або газу. Прилад має дві трубки – одну з отвором, повернутим перпендикулярно назустріч потоку, і другу з отвором, паралельним потоку. Трубки з'єднані з диференціальним манометром. В отворі першої трубки швидкість рідини дорівнює нулю, а в отворі другої вона рівна швидкості руху потоку рідини. Застосовуючи рівняння Бернуллі, для тисків рідини в області отворів трубок отримаємо:

$$p_1 = \frac{\rho v^2}{2} + p_2. \quad (10.4)$$

З рівняння (10.4) визначаємо швидкість потоку за різницею тисків у трубках та густиною рідини:

$$v = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}}. \quad (10.5)$$

Відповідно до формули (10.5) можна проградувати манометр у трубці Піто для вимірювання швидкості. Трубку Піто використовують для вимірювання швидкості кораблів і літаків.

10.4. Сили внутрішнього тертя

У потоках реальних рідин і газів помітно виявляються сили, які протидіють потоку. Їх називають силами внутрішнього тертя (в'язкості).

На роботу проти сил в'язкості в потоці весь час витрачається частина енергії рідини або газу. Зокрема, про це свідчить падіння тиску в потоці рідини по горизонтальній трубці однакового перерізу. Якби рідина була ідеально нев'язка, то, через те що швидкість потоку в усіх перерізах труби однакова, тиск в усіх перерізах за рівнянням Бернуллі теж був би однаковий.

Досліджуючи потік рідини в капілярних трубках, в яких найкраще зберігається стаціонарний потік (усувається перемішування і завихрення рідини), Пуазейль встановив, що спад тиску Δp в потоці значною мірою залежить від радіуса трубки r , коефіцієнта в'язкості рідини η , швидкості потоку v і довжини трубки l , а саме:

$$\Delta p = \frac{8\eta lv}{r^2}.$$

Якщо з цієї залежності визначити швидкість і підставити у формулу об'єму рідини $V = \pi r^2 vt$, що витікає через капіляр за час t , то матимемо:

$$V = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8\eta l} t.$$

У такому вигляді формулу Пуазейля застосовують для дослідного визначення в'язкості рідини (різницю тисків Δp на кінцях трубки при вертикальному її положенні знаходять за висотою стовпчика рідини над верхнім перерізом капіляра). Прилад для вимірювання в'язкості рідини називається **віскозиметром**.

Коли рідина протікає по трубці, швидкість шару, що знаходиться безпосередньо біля стінок, дорівнює нулю, а в міру віддалення від стінок до осі швидкість рідини поступово збільшується.

Сила внутрішнього тертя є результатом дії сил молекулярного зчеплення на межі двох шарів і переходу молекул внаслідок теплового хаотичного руху з одного шару в інший. При цьому вони переносять певну кількість напрямленого руху. Тому кількість руху шару з більшою швидкістю зменшується, а шару з меншою відповідно збільшується. За другим законом механіки, зміна кількості руху шару рідини за одиницю часу визначає силу, що діє на нього, тобто силу внутрішнього тертя.

Ньютон встановив, що **сила внутрішнього тертя пропорційна градієнту швидкості** ($\Delta v / \Delta z$) **і площі шарів** S , **між якими відбувається взаємодія:**

$$F = \eta \left(\frac{\Delta v}{\Delta z} \right) S, \quad (10.6)$$

де η – коефіцієнт внутрішнього тертя, або коефіцієнт в'язкості. Градієнт швидкості в цій формулі виражає зміну швидкості, розраховану на одиницю відстані по нормалі між розглядуваними шарами, Δz – відстань між шарами. Розмірність одиниці градієнта швидкості – c^{-1} .

В'язкість η залежить від природи рідини або газу та їх температури. Встановлено, що з підвищенням температури в'язкість рідин дуже зменшується, а в'язкість газів з підвищенням температури збільшується.

З формули (10.6) встановлюють одиниці для вимірювання коефіцієнта в'язкості: у системі СГС в'язкість вимірюють *пуазами* – $\text{дин}\cdot\text{с}/\text{см}^2$, у системі СІ – $\text{Н}\cdot\text{с}/\text{м}^2$. Співвідношення між ними таке:

$$1 \text{ Н}\cdot\text{с}/\text{м}^2 = 10 \text{ пуаз}.$$

В'язкість є важливою характеристикою рідин і газів. Віскозиметричні дослідження рідин дозволяють встановлювати природу речовини, процентний вміст домішок у речовинах і є важливим компонентом загальної експертизи речовин і матеріалів.

10.5. Ламінарний і турбулентний потоки

Внутрішнє тертя істотно впливає на характер потоку рідин і газів у широких трубах. У потоках рідин і газів, що мають малу швидкість, при відсутності сторонніх збуджень зберігається певне розміщення шарів з різними швидкостями – одні шари ковзають по поверхні інших без перемішування. Такий потік називають *ламiнарним*.

Коли швидкість потоку стає значною, то спочатку біля стінок труби, а потім по всьому об'єму виникають безладні завихрення потоку – відбувається перемішування їх шарів. Такий потік називають *турбулентним*.

У трубі з турбулентним потоком різко спадає тиск. Якщо в ламінарному потоці спад тиску пропорційний швидкості (закон Пуазейля), то в турбулентному він пропорційний квадрату швидкості потоку. Іншим стає розподіл швидкостей в перерізі: біля стінок труби градієнт швидкості стає дуже великим, а в середній частині труби – незначним. Рейнольдс, досліджуючи потоки рідин і газів, встановив, що характер будь-якого потоку визначається безрозмірним числом, знайденим за таким виразом:

$$Re = \frac{\rho v l}{\eta},$$

де ρ – густина рідини або газу, v – швидкість потоку, l – діаметр труби, η – коефіцієнт в'язкості. Знайдене таким способом число називають числом Рейнольдса. Було встановлено, що доки для потоку в круглій трубі $Re < 2000$, потік ламінарний, а коли $Re > 2000$, потік нестійкий і легко переходить у турбулентний. Це число є наче ознакою подібності різних потоків: потоки різних рідин і газів у трубах різного перерізу будуть однакового характеру, якщо числа Рейнольдса для них однакові.

Число Рейнольдса використовують для визначення опору і підіймальної сили у випадках руху твердих тіл у рідинах і газах. Його записують у такому вигляді: $Re = vl/\nu$, де $\nu = \eta/\rho$ – коефіцієнт так званої кінематичної в'язкості (η – динамічна в'язкість).

10.6. Сила лобового опору

Важливим завданням гідро- й аеродинаміки є вивчення сил, що діють на тверді тіла, які рухаються в рідинах і газах. Однією з таких сил є сила лобового опору. На подолання лобового опору витрачається значна потужність. Сила лобового опору є результуючою двох сил: сили внутрішнього тертя і сили тиску середовища. З'ясуємо суть цих двох складових.

Коли тверде тіло рухається у в'язкому середовищі, на його поверхні утворюється супроводжуючий потік рідини або газу. Шар безпосереднього прилипання до твердого тіла переміщується з ним як одне ціле. Від нього внаслідок внутрішнього тертя приводяться в рух сусідні шари середовища. В міру віддалення від поверхні тіла швидкість шарів зменшується

і на деякій відстані вона вже дорівнює нулю. Так, навколо твердого тіла утворюється потік із значним градієнтом швидкості. Цей потік інакше називають пограничним шаром речовини. Його товщина тим більша, чим більша в'язкість середовища. Сили внутрішнього тертя, що виникають у пограничному шарі навколо твердого тіла, чинять опір його руху.

Позаду тіла утворюється область завихрення, в якій тиск менший від тиску потоку, що набігає на лобову частину. Ця різниця тисків протидіє руху твердого тіла.

Співвідношення між складовими силами лобового опору, тобто силою тертя і силою тиску, залежить від форми тіла і швидкості його руху, точніше – від числа Рейнольдса (при цьому для l у виразі береться лінійний розмір перерізу тіла, v – відносна швидкість руху тіла). Якщо форма тіла така, що зменшує завихрення за, то сила тиску теж мала. Такої форми надають сучасним швидкохідним літакам, автомобілям тощо.

Дослідження показали, що коли швидкості малі – порядку кількох сантиметрів на секунду, – сила лобового опору пропорційна швидкості, а при великих – квадрату швидкості:

$$F_1 = k_1 v; \quad F = k v^2.$$

Важливе практичне значення мають точніші формули для визначення цих сил. Зокрема, **формула Стокса** для лобового опору кульки при малих швидкостях її руху у в'язкому середовищі:

$$F_1 = 6\pi r\eta v,$$

де r – радіус кульки; η – в'язкість середовища, і **формула Ньютона** для лобового опору будь-якого тіла:

$$F = C_x \rho S v^2,$$

де ρ – густина середовища; S – площа проекції тіла на площину, перпендикулярну до напрямку руху; C_x – коефіцієнт опору. Коефіцієнт опору C_x є функцією від числа Рейнольдса і залежить від форми тіла.

При надзвукових швидкостях на рух тіл істотно впливають зміни густини середовища. Швидкість тіла тут оцінюють числом Маха, тобто відношенням швидкості тіла v до швидкості звуку a :

$$M = v/a.$$

Коефіцієнт опору тіла з наближенням до звукової швидкості зростає. За умови $M = 1,2$ він набуває максимуму і потім спадає. Підвищення сили опору поблизу звукової швидкості називають **звуковим бар'єром**.

10.7. Падіння тіл у в'язкому середовищі

Відомо, що в пустоті всі тіла падають однаково, з прискоренням приблизно $9,8 \text{ м/сек}^2$. На тіло, що падає у в'язкому середовищі, діє, крім сили тяжіння (ваги) і виштовхувальної сили, яку знаходять за законом Ар-

хімеда, ще сила лобового опору. Тому рівняння динаміки для нього має такий вигляд:

$$ma = P - P' - F.$$

Вагу P і виштовхувальну силу P' можна вважати сталими; сила опору F з ростом швидкості зростає і через деякий час досягне величини:

$$F = P - P'. \quad (10.7)$$

Отже, прискорення стає рівним нулю і падіння тіла у в'язкому середовищі лише спочатку буде прискореним, а через незначний проміжок часу тіло падатиме зі сталою швидкістю. Величина цієї швидкості для різних тіл різна, вона залежить також від середовища. Наприклад, в атмосфері малі дощові краплі падають із швидкістю приблизно $0,2$ м/с, а великі – 10 м/с; швидкість падіння людини – 60 м/с, а з парашутом, коли штучно збільшується опір, – 5 м/с.

Оскільки вага тіла пропорційна його об'єму, тобто кубу лінійних розмірів, а сила опору пропорційна площі перерізу тіла, тобто квадрату лінійних розмірів, то із збільшенням розмірів однорідного тіла певної форми його вага зростає швидше, ніж сила опору. Тому більші тіла падають у в'язкому середовищі з більшою швидкістю, ніж менші тієї самої форми. Оскільки швидкість падіння маленьких тіл у в'язкому середовищі мала, можна для таких тіл кулястої форми застосувати **закон Стокса**:

$$F_1 = 6\pi r\eta v.$$

Підставляючи це значення сили в рівність (10.7) і виражаючи P і P' через об'єм, густину кульки ρ , і середовища ρ' , можна знайти швидкість падіння кульки, а саме:

$$6\pi r\eta v = \rho g \frac{4}{3}\pi r^3 - \rho' g \frac{4}{3}\pi r^3, \text{ звідки} \quad v = \frac{2}{9} \frac{\rho - \rho'}{\eta} gr^2. \quad (10.8)$$

Цю формулу застосовують для обчислення в'язкості рідини і для визначення радіуса дуже маленьких частинок.

Треба пам'ятати, що закон Стокса, а отже, і вираз (10.8), досить точно виконується лише для випадків, коли число Рейнольдса $Re < 1$. Для дослідження в'язкості рідини за падінням металевих або фарфорових кульок радіус останніх має бути меншим від 1 мм. Формула придатна для випадку руху у повітрі краплинок рідини з радіусом приблизно $0,1$ мм і менше. Уже для великих дощових крапель вона дає незадовільні результати.

10.8. Підймальна сила крила літака

На крило літака під час польоту діють сила лобового опору і підймальна сила. Зменшення сили опору досягається вибором обтічної форми крила. Підймальна сила, яка зрівноважує вагу літака в польоті, утворюється завдяки використанню крила особливого профілю. Суть виникнення підймальної сили на крилі така. Внаслідок великої швидкості літака і

специфічної форми його крила навколо нього виникає так звана компенсаційна циркуляція повітря в напрямі руху стрілки годинника. Циркуляція накладається на основний потік повітря зверху і знизу крила, збільшуючи його швидкість зверху і зменшуючи знизу. Внаслідок цього, згідно з рівнянням Бернуллі, тиск повітря на крило стає більшим знизу, а зверху меншим. Тому знизу крила виникає сила тиску R (Рис. 10.3), вертикальна складова якої F_y є підйнятною силою, а горизонтальна F_x є силою лобового опору. Формулу для підймальної сили крила літака встановив М. Є. Жуковський:

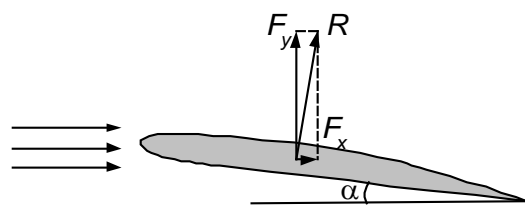


Рисунок 10.3

де ρ – густина повітря; S – площа крила; v – швидкість польоту; C_y – коефіцієнт підймальної сили. Коефіцієнт підймальної сили C_y залежить від форми крила і від нахилу до напрямку польоту – кута атаки. Найвигідніший кут атаки для крила буде при найбільшому значенні відношення

$$F_y/F_x = C_y/C_x.$$

Це відношення називають якістю крила (C_x – коефіцієнт опору). Максимальне значення воно має при кутах атаки $\alpha = 4-6^\circ$.

Розділ 11. Реальні гази і фазовий перехід газ – рідина

11.1. Реальні гази. Рівняння Ван-дер-Ваальса

Уже згадувалося про те, що в інтервалі середніх температур і низьких тисків (при малій густині) газів справджуються закони Бойля-Маріотта і Гей-Люссака або в об'єднаному вигляді – рівняння Менделєєва-Клапейрона. У таких умовах гази називають ідеальними.

З точки зору внутрішньої будови ідеальний газ можна уявляти як сукупність молекул, які рухаються хаотично і розмірами яких окремо і їх сумарним об'ємом в цілому можна знехтувати; можна знехтувати також взаємодіями між молекулами. З таких уявлень про ідеальний газ було виведене основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів, яке підтверджується дослідними даними. Проте ще Реньо (1847), Менделєєв (1875) та інші вчені того часу, проводячи точніші і ширші дослідження газів, встановили, що при великих тисках, коли густина газу істотно збільшується, закон Бойля-Маріотта не виконується. Речовини в газоподібному стані, що знаходяться за таких умов, надалі називатимемо реальними газами.

З'ясуємо причини відхилення газів від закону Бойля-Маріотта. Цих причин дві.

1. Для ідеальних газів, оскільки розмірами молекул нехтують, змінним об'ємом, що входить до виразу закону Бойля-Маріотта, вважали увесь об'єм, заповнений газом. Але ж при стисненні газу сумарний об'єм самих молекул може стати порівняльним з усім об'ємом, заповненим газом.

Справді, ефективний радіус молекули приблизно 10^{-8} см, тому її об'єм $\sim 10^{-24}$ см³. В 1 см³ газу в нормальних умовах міститься $2,7 \cdot 10^{19}$ молекул. Тому об'єм усіх молекул в 1 см³ за нормальних умов $\sim 2,7 \cdot 10^{-4}$ см³, тобто становить десятитисячну частину всього об'єму. Але при тиску 10^7 Па об'єм усіх молекул становитиме соту частину, а при 10^8 Па – десятину всього об'єму газу. В таких умовах розмірами молекул вже не можна нехтувати. Тому, щоб дістати змінну частину об'єму газу, треба від усього об'єму, заповненого газом, відняти сумарний об'єм самих молекул. Інакше кажучи, для реальних газів до закону Бойля-Маріотта треба внести поправку на об'єм самих молекул.

2. У нормальних умовах середні відстані між молекулами приблизно 10^{-7} см, тобто в десять разів більші від розмірів молекул. При нижчих тисках відстані між молекулами ще більші, тому взаємодії між молекулами настільки послаблені, що ними можна знехтувати.

При значному стисненні газу відстані між молекулами суттєво зменшуються, тому взаємодія між молекулами дуже посилюється. В результаті рух молекул прискорюється, а тому збільшується кількість їх зіткнень між собою та зі стінками посудини за секунду. Саме через це тиск реального газу більший від обчисленого за законом Бойля-Маріотта.

Відхилення реальних газів від закону Бойля-Маріотта проаналізував Ван-дер-Ваальс у праці „Про неперервність газоподібного і рідкого станів” (1873). Він вніс поправки до рівняння стану ідеального газу і отримав узагальнене рівняння стану газів (реальних і ідеальних), яке було названо його ім'ям. Це рівняння має такий вигляд:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT, \quad (11.1)$$

де a , b – сталі, що залежать від виду газу, або точніше, a – стала, що залежить від інтенсивності молекулярних взаємодій; b – поправка, що залежить від розмірів молекул газу.

Сталі a та b визначають експериментально. Щоб знайти a , при ізохоричному процесі виміряний тиск $p' = p + a/V^2$ зіставляють з обчисленим за законом Шарля $p = p_0(1 + \beta t)$ й одержують:

$$a = V^2(p' - p).$$

Щоб знайти b , при ізотермічному процесі спостерігають зміни величин p і pV .

Рівняння Ван-дер-Ваальса точніше відображає властивості газів, ніж закон Бойля-Маріотта. Рівняння (11.1) стосується одного моля газу. Щоб

дістати рівняння для будь-якої кількості газу, досить виразити об'єм газу через молярний об'єм V_1 :

$$V = \frac{m}{\mu} V_1,$$

визначити з цього виразу об'єм моля V_1 і підставити його в (11.1):

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2} \right) \left(V - \frac{m}{\mu} b \right) = \frac{m}{\mu} RT, \quad (11.2)$$

де m – маса газу; μ – його молекулярна маса; V – об'єм газу.

11.2. Внутрішня енергія реального газу

Оскільки молекули ідеального газу не взаємодіють між собою, внутрішня енергія цього газу визначається сумою кінетичних енергій окремих молекул, тому залежить лише від абсолютної температури газу. Щоб визначити внутрішню енергію реального газу, треба до суми кінетичних енергій окремих молекул додати ще їх взаємну потенціальну енергію.

За своєю природою молекулярні взаємодії зводяться до електричних взаємодій. Молекулу газу можна розглядати як електричний диполь. Із зменшенням об'єму газу і зближенням молекул їх потенціальна енергія, зумовлена силами відштовхування, збільшується, тоді як потенціальна енергія, зумовлена силами притягання, зменшується. Тому внутрішня енергія реального газу повинна залежати і від температури, і від об'єму газу.

Коли газ розширюється, то при цьому виконується робота проти внутрішніх сил взаємодії молекул. Ця робота є мірою зміни внутрішньої енергії газу, тому:

$$dU = dA = p_i dV,$$

де p_i – тиск поверхневої оболонки газу, зумовлений силами взаємного притягання молекул. З рівняння Ван-дер-Ваальса відомо, що $p_i = a/V^2$:

$$dU = \frac{a}{V^2} dV.$$

Якщо проінтегрувати за об'ємом останній вираз, то отримаємо:

$$U = -\frac{a}{V} + C.$$

Величину сталої інтегрування C знайдемо з граничних умов. При $V \rightarrow \infty$, $\frac{a}{V} \rightarrow 0$ газ наближається до ідеального, тому остаточно дістаємо такий вираз для внутрішньої енергії реального газу (для одного моля):

$$U = C_v V - \frac{a}{V}. \quad (11.3)$$

З виразу (11.3) випливає, що при ізотермічному розширенні реального газу внутрішня енергія його збільшується.

11.3. Ефект Джоуля-Томсона

Міжмолекулярні сили в реальних газах наочно виявляються в ефекті Джоуля-Томсона. Внаслідок взаємодії молекули реального газу мають деяку потенціальну енергію. Зміну цієї енергії можна спостерігати під час розширення газу, особливо в умовах адіабатичного розширення без виконання зовнішньої роботи (газ з балона витікає в розріджений простір). У процесі розширення газу, якщо переважають сили відштовхування, швидкості молекул збільшуються, інакше кажучи, потенціальна енергія сил відштовхування зменшується, а кінетична енергія молекул збільшується, тому температура газу зростає. Навпаки, коли переважають сили притягання, то з розширенням газу потенціальна енергія молекул збільшується, а кінетична енергія зменшується, тому температура газу знижується. Такі теплові ефекти спостерігалися в дослідах Джоуля і Томсона.

В їхніх дослідах газ по теплоізолюваній трубці переходив через пористий ватний тампон з області високого тиску p_1 в область низького тиску p_2 і розширювався. У першій частині приладу тиск p_1 підтримувався нагнітальним насосом, а в іншій частині тиск p_2 підтримувався розріджувальним насосом. Термометрами в обох частинах приладу вимірювали температуру і визначали її зміну з розширенням газу.

Досліди при кімнатній температурі показали, що майже всі гази, розширюючись, охолоджуються – спостерігався так званий позитивний ефект Джоуля-Томсона. Виняток становили водень і гелій, які з розширенням дещо нагрівалися – давали негативний ефект Джоуля-Томсона.

Було встановлено, що інтенсивність ефекту залежить від природи газу, перепаду тиску і початкової температури газу. Так, наприклад, зниження температури (ΔT) становило для повітря $0,25\text{ K}$; для вуглекислого газу – $1,3\text{ K}$; для водню підвищення температури становило $0,3\text{ K}$ з розрахунку на одну атмосферу (10^5 Па) перепаду тиску (Δp).

11.4. Діаграми рівноваги пари і рідини. Критичний стан

З рівняння Ван-дер-Ваальса випливає важлива ідея про неперервність переходу від газоподібного до рідкого стану речовини. Рівняння Ван-дер-Ваальса можна звести до такого вигляду:

$$V^3 - \left(b + \frac{RT}{p}\right)V^2 + \frac{a}{p}V - \frac{ab}{p} = 0, \quad (11.4)$$

тобто воно є кубічним рівнянням відносно об'єму, тому має три корені. Інакше кажучи, при тих самих значеннях температури і тиску речовина може перебувати в трьох різних станах.

Найбільш наочно розв'язки рівняння (11.4) можна проілюструвати на графіку функції тиск-об'єм $p = f(V)$ при сталій температурі, тобто на

ізотермі Ван-дер-Ваальса (рис. 11.1). З графіка видно, що температурі T_1 і тиску p_1 відповідають три стани речовини з об'ємами V_1 , V_2 , V_3 .

Широкі експериментальні дослідження газів при різних температурах і тисках показали, що найменший об'єм V_1 відповідає рідкому стану, а найбільший об'єм V_3 – газоподібному. Щоб з'ясувати проміжний стан з об'ємом V_2 , розглянемо детальніше перебіг дослідів.

Досліди проводили за такою принциповою схемою. Досліджуваний газ, наприклад CO_2 , був у прозорій товстостінній трубці, сполученій з манометром. Його стискали поршнем при кімнатній температурі. Спочатку із зменшенням об'єму газу тиск його зростає (ділянка ab , рис. 11.1). Після

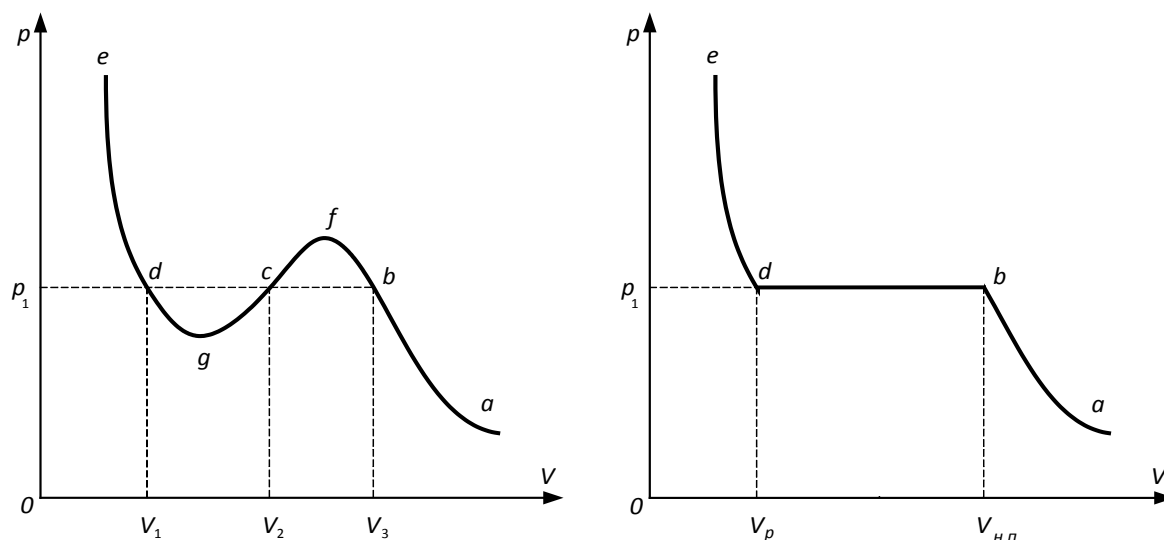


Рисунок 11.1

значного стиснення газу утворюється стан насиченої пари вуглекислоти об'ємом $V_{н.п.}$. При подальшому зменшенні об'єму все більше пари конденсується в рідину, а тиск залишається незмінним (ділянка bd). Нарешті, при об'ємі V_p весь вуглекислий газ переходить в рідкий стан. Оскільки здатність до стиснення рідин дуже мала, то наступні незначні зміни об'єму призводять до різкого підвищення тиску (ділянка de).

Зауважимо, що ділянки ab і de ізотерми Ван-дер-Ваальса збігаються з відповідними ділянками експериментальної ізотерми (рис. 11.1), тому відображають, відповідно, газоподібний і рідкий стани речовини.

Ділянки ізотерми bf і dg в особливих випадках можна дістати експериментально. Ділянка bf відповідає стану перенасиченої пари. Її дістають в умовах, коли в речовині відсутні центри конденсації пари у вигляді пилинок твердої речовини, електричних зарядів тощо.

Ділянка dg відповідає стану перегрітої рідини. Буває, що при температурі, вищій від точки кипіння, рідина зберігає свій стан і не кипить. Це відбувається тоді, коли в об'ємі рідини відсутні центри кипіння – бульбашки повітря. Ділянки bf і dg відображають так звані **метастабільні** стани речовини.

На ізотермах, отриманих експериментально, із збільшенням температури ділянка конденсації пари bd скорочується. Нарешті, при температурі $31,1\text{ }^\circ\text{C}$ і тиску близько $75 \cdot 10^5\text{ Па}$ для вуглекислого газу ця ділянка вироджується в точку (точка K , рис. 11.2). Ця точка відповідає так званому критичному стану речовини, в якому зникає різниця між газом і рідиною. В цій точці такі параметри речовини, як питома теплота пароутворення і коефіцієнт поверхневого натягу, для “рідини” дорівнюють нулю.

При ще вищих температурах дослідні ізотерми набувають більш плавного вигляду і все більше наближаються до ізотерм ідеального газу, що задаються законом Бойля-Маріотта.

Легко переконатися, що при температурі, нижчій від $31,1\text{ }^\circ\text{C}$, вуглекислий газ стисненням можна перетворити в рідину, а при температурі, вищій від $31,1\text{ }^\circ\text{C}$, при яких завжди великих тисках зрідження газу неможливе. Така гранична температура, при якій зникає можливість перетворення газу в рідину, називається **критичною** температурою.

Параметри, що визначають критичний стан речовини, називають **критичними параметрами** і позначають p_k , V_k , T_k . Це індивідуальні характеристики речовини, що залежать від властивостей її молекул.

Критичні параметри можуть бути визначені, виходячи з рівняння Ван-дер-Ваальса, записаного для критичних параметрів системи. Таким чином може бути встановлений зв'язок між критичними параметрами речовини p_k , V_k , T_k і сталими a , b рівняння Ван-дер-Ваальса. Цей зв'язок має наступний вигляд:

$$p_k = \frac{a}{27b^2}; \quad V_k = 3b; \quad T_k = \frac{8a}{27bR}.$$

11.5. Зрідження газів і добування низьких температур

Як впливає із описаних вище діаграм стану речовини, будь-який газ можна розглядати як ненасичену пару відповідної рідини, оскільки газ можна перетворити на рідину. Для цього треба охолодити газ до температури, нижчої від критичної, і піддати стисненню.

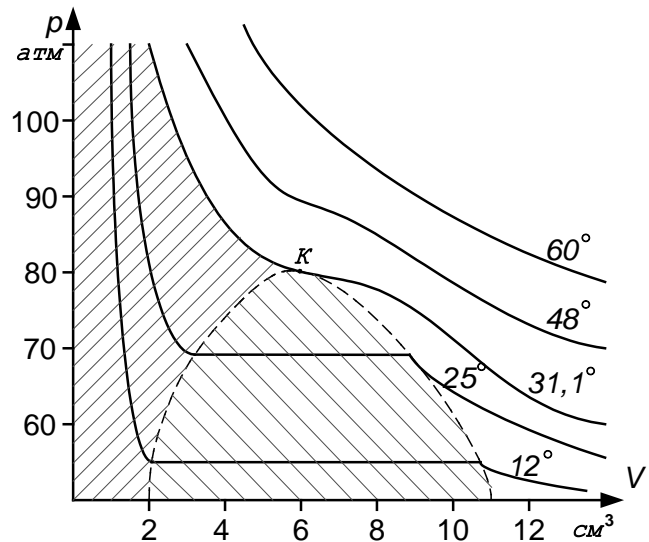


Рисунок 11.2

Критична температура для більшості газів низька. Ось деякі її значення: вуглекислий газ $+31,1\text{ }^{\circ}\text{C}$; кисень $-118,8\text{ }^{\circ}\text{C}$; азот $-147\text{ }^{\circ}\text{C}$; водень $-240\text{ }^{\circ}\text{C}$; гелій $-267,9\text{ }^{\circ}\text{C}$; повітря $-140,7\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Тому способи зрідження газів зводяться, насамперед, до добування низьких температур. Один зі способів зрідження газів базується на позитивному ефекті Джоуля-Томсона. Метод зводиться до того, що коли стиснутий газ розширюється через пористу перегородку або щілину, то робота розширення газу виконується за рахунок внутрішньої енергії газу і тому газ охолоджується. Цей ефект використано в машині Лінде для промислового зрідження повітря.

Для зрідження водню і гелію Дьюар і Каммерлінг-Оннес використали каскадний спосіб, тобто спосіб послідовного охолодження за допомогою зріджених газів, які киплять при все нижчій температурі. Так, наприклад, у дослідах Дьюара водень для зрідження з балона A під тиском $2 \cdot 10^7\text{ Па}$ проходив через ряд змієвиків, занурених у рідкі гази.

У процесі кипіння рідкого водню при зниженому тиску Дьюар зафіксував температуру $-259\text{ }^{\circ}\text{C}$. Пізніше Каммерлінг-Оннес використав цю температуру в каскаді для зрідження гелію. У процесі кипіння рідкого гелію при зниженому тиску (приблизно $1,5\text{ Па}$.) Каммерлінг-Оннес зафіксував температуру $0,9\text{ К}$. У 1926 р. Кеєз добув твердий гелій. Отже, було доведено, що всі гази можна перетворити в рідкий і твердий стани.

Зріджують гази також охолодженням їх у процесі адіабатичного розширення і виконання зовнішньої роботи. Машини, дія яких ґрунтується на використанні цього способу, називаються детандерами. Перші детандери являли собою поршневі машини і були малоефективними. У 1939 р. радянський фізик П. Л. Капіца побудував дуже ефективну машину – турбодетандер для зрідження повітря. Машина дає 30 кг рідкого повітря за годину, її к. к. д. досягає 80% .

Найбільше технічне значення має зрідження повітря. Повітря зріджують, щоб розділити його на складові частини: з нього спочатку випаровуються неон і азот, а потім – кисень і аргон.

11.6. Властивості речовин при низьких температурах

При температурах рідкого повітря, водню і гелію можна спостерігати якісно нові властивості речовин. Незвичайно змінюється електропровідність металів поблизу абсолютного нуля. Каммерлінг-Оннес встановив, що опір деяких металів і сплавів при певних температурах раптово спадає до нуля. Це явище він назвав *надпровідністю*. Надпровідність виявлено у ртуті при температурі, нижчій від $4,2\text{ К}$, в олова – нижчій від $3,75\text{ К}$, в свинцю – $7,2\text{ К}$ та в інших металів.

У 1939 р. академік П.Л. Капіца відкрив поблизу абсолютного нуля особливі властивості рідкого гелію. Він встановив, що при зниженні тем-

ператури гелію від $4,1\text{ K}$ до $2,19\text{ K}$ гелій кипить і поводить ся, як усякий зріджений газ. Але при $2,19\text{ K}$ кипіння припиняється і поверхня рідини стає гладенькою. Як тепер говорять, гелій I перетворюється на гелій II. Досліджуючи гелій II, вчений встановив, що він володіє надзвичайно високою теплопровідністю і практично не володіє в'язкістю, тобто внутрішнє тертя між шарами відсутнє. Останню властивість гелію II вчений назвав *надтекучістю*. Цей ефект пояснюється лише на основі квантово-механічних уявлень.

Розділ 12. Рідини

12.1. Властивості й структура рідини

За властивостями і структурою рідина займає проміжне місце між газами і твердими тілами. З одного боку, рідина, подібно до газів, не має власної форми, а набуває форми посудини; вона тече, характеризується в'язкістю. При критичних температурі й тиску різниця між рідиною і газом взагалі зникає. Рівняння Ван-дер-Ваальса для реальних газів у першому наближенні можна застосувати і до рідин.

З другого боку, рідина за деякими характеристиками близька до твердих тіл. Близькі значення густини речовини в рідкому і твердому станах; мало різняться значення їх теплоємностей; однакового порядку коефіцієнти об'ємного стискування. До чого ближча рідина за своїми властивостями – до газу чи до твердого тіла – це залежить від її температури і тиску. В умовах, близьких до кристалізації речовини, рідина більше наближається до твердого тіла, з підвищенням температури вона наближається до газу.

Атоми або молекули твердого тіла, на відміну від газів, групуються між собою й утворюють комірку кристала, яка строго повторюється по всьому об'єму твердого тіла. Кажуть, що в твердому тілі існує *дальній порядок* молекул. Рідина як проміжний стан між газом і твердим тілом в своїй структурі певною мірою відображає і безладність, і порядок у розміщенні молекул. Аналіз дослідних даних дає підстави твердити, що в рідинах існує так званий *ближній порядок* молекул.

Як показує досвід, в результаті плавлення кристалічної речовини її об'єм змінюється незначно. При цьому не може статися великих змін у взаємодіях молекул. Близькі значення теплоємностей речовини в твердому і рідкому станах теж вказують на подібний характер руху їх частинок.

Існування в рідинах ближнього порядку молекул підтверджується структурним аналізом розсіяного рентгенівського випромінювання. Отже, в окремих мікрооб'ємах рідини молекули зберігють впорядкованість, а за межами цих об'ємів відбуваються безладні зміни в розташуванні молекул. Таким чином, для рідин характерні і порядок, і безладність молекул.

12.2. Поверхневі властивості рідин. Поверхневий натяг

Поверхневі властивості рідин мають важливе значення в природі й практиці, тому заслуговують на детальне вивчення. Поверхневий шар рідини має специфічні властивості, котрі зумовлюються особливостями молекулярних взаємодій у рідкому стані речовини.

Раніше згадувалось, що між молекулами виявляються і сили притягання, і сили відштовхування. Очевидно, молекули в рідині коливаються відносно положень, в яких сили притягання точно зрівноважуються силами відштовхування. При стисканні рідини і зменшенні відстані між молекулами виявляються значні сили відштовхування. Цим пояснюється дуже малий коефіцієнт об'ємного стискування рідин (приблизно 10^{-11} Па^{-1}). Із збільшенням відстані між молекулами починають переважати сили притягання. Здебільшого кінетична енергія молекул рідини недостатня для подолання сил притягання, тому рідина займає цілком визначений об'єм.

Молекули на поверхні і всередині рідини перебувають у різних умовах (рис. 12.1). Коли молекула перебуває всередині рідини, то її з усіх боків симетрично оточують молекули, дії яких взаємно компенсуються. У молекули, яка знаходиться на поверхні рідини, оточення несиметричне – переважають дії молекул нижчих шарів. Взаємодії молекул рідини з молекулами повітря над рідиною незначні, і ними можна нехтувати. Тобто, усі молекули, що знаходяться в поверхневому шарі, товщина якого дорівнює радіусу сфери молекулярної взаємодії R , перебувають під дією результуючих сил міжмолекулярних взаємодій, напрямлених всередину рідини. Чим вище молекула в поверхневому шарі, тим більша результуюча сила. Ці сили створюють поверхневий молекулярний тиск на рідину. Вони виявляються також на поверхні твердих тіл, а в газах створюють додатковий тиск, що входить як поправка до рівняння Ван-дер-Ваальса.

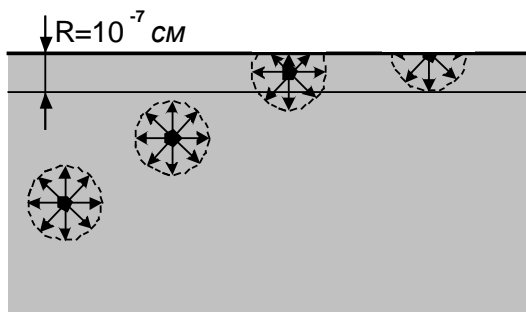


Рисунок 12.1

Безпосередньо виміряти молекулярний тиск неможливо, бо рідина завжди оточена своїм поверхневим шаром. Цей тиск можна визначити за поправкою у рівнянні Ван-дер-Ваальса або за пароутворенням рідини. Питомо теплота пароутворення r визначається роботою виходу молекул з поверхні рідини. Обчислюючи роботу, яку виконує N_A/μ молекул, що становлять одиницю маси, при подоланні відстані R проти сил поверхневого молекулярного тиску p_0 , отримуємо:

$$A = r = p_0(\pi r_0^2) \cdot R(N_A/\mu),$$

де r_0 – ефективний радіус молекули; N_A – число Авогадро; μ – маса моля рідини; R – радіус взаємодії молекул в рідині. З цієї рівності можна визна-

чити молекулярний тиск поверхневого шару p_0 . Молекулярний тиск поверхневого шару в рідинах і твердих тілах досить значний, наприклад для води він становить приблизно 10^9 Па.

Молекули поверхневого шару мають більшу потенціальну енергію, ніж молекули решти об'єму рідини за рахунок виконання роботи проти результуючих сил взаємодії з молекулами нижніх шарів. Будь-яка фізична система прагне до стану, що характеризується мінімальним значенням потенціальної енергії. Тому поверхня рідини намагається зменшуватися. Сили, які зумовлюють таке скорочення поверхневої плівки рідини, називаються **силами поверхневого натягу**.

Сила поверхневого натягу, що діє на будь-якій межі поверхні рідини, пропорційна довжині контура цієї поверхні:

$$F = \alpha \cdot l,$$

де l – довжина межі поверхні рідини; α – коефіцієнт поверхневого натягу, котрий чисельно дорівнює силі поверхневого натягу, що виникає на поверхні рідини, обмеженої контуром довжиною 1 м. Одиницею вимірювання коефіцієнта поверхневого натягу є Н/м.

Коефіцієнт поверхневого натягу є важливою характеристикою рідини. Величина його залежить також від температури і наявності домішок.

З підвищенням температури коефіцієнт поверхневого натягу зменшується і за критичної температури дорівнює нулю. Домішки можуть збільшувати або зменшувати коефіцієнт поверхневого натягу. Наприклад, розчинення цукру у воді збільшує, а розчинення мила зменшує її коефіцієнт поверхневого натягу.

При зменшенні поверхні рідини прямокутної форми розмірами $l \times h$ за рахунок зменшення її висоти на Δh робота сили поверхневого натягу:

$$\Delta A = F \cdot \Delta h = \alpha \cdot l \cdot \Delta h = \alpha \cdot \Delta S. \quad (12.1)$$

Тобто виконана робота пропорційна зміні площі поверхні рідини ΔS . Отже, поверхневий шар рідини має деяку вільну енергію. Вільною називають ту частину енергії системи, яка може перетворитися на роботу, за умови стабільності температури системи. Для поверхневого шару рідини вільною енергією є надлишок його потенціальної енергії порівняно з внутрішніми шарами. Відповідно до (12.1) **коефіцієнт поверхневого натягу чисельно дорівнює вільній енергії одиниці площі поверхні рідини**.

Отже, зменшення поверхні рідини є прямованням до мінімуму вільної енергії системи. Кулеподібність краплі рідини, злиття двох крапель в одну – це приклади мінімізації поверхонь рідини.

12.3. Меніск. Формула Лапласа

Поверхня рідини біля стінки посудини викривляється, утворюючи меніск. Це явище пояснюється різними значеннями коефіцієнта поверхне-

вого натягу на межі: рідина – пара, рідина – тіло, пара – тверде тіло. Напрями сил поверхневого натягу на цих межах за умови, що початковий рівень поверхні рідини горизонтальний, показано на рис. 12.2 *а*.

Бачимо, що на частинку рідини, яка знаходиться на межі трьох середовищ, діють три сили поверхневого натягу. Оскільки $\alpha_{рт}$ (сила поверхневого натягу на межі рідина – тверде тіло) в загальному випадку не дорівнює $\alpha_{пт}$ (на межі пара – тверде тіло), то рідина в області біля стінки посудини підніматиметься або опускатиметься, залежно від того, яка з указаних сил більша. При $\alpha_{пт} > \alpha_{рт}$ утвориться вгнутий меніск (рис. 12.2 *б*), при $\alpha_{рт} > \alpha_{пт}$ – опуклий (рис. 12.2 *в*).

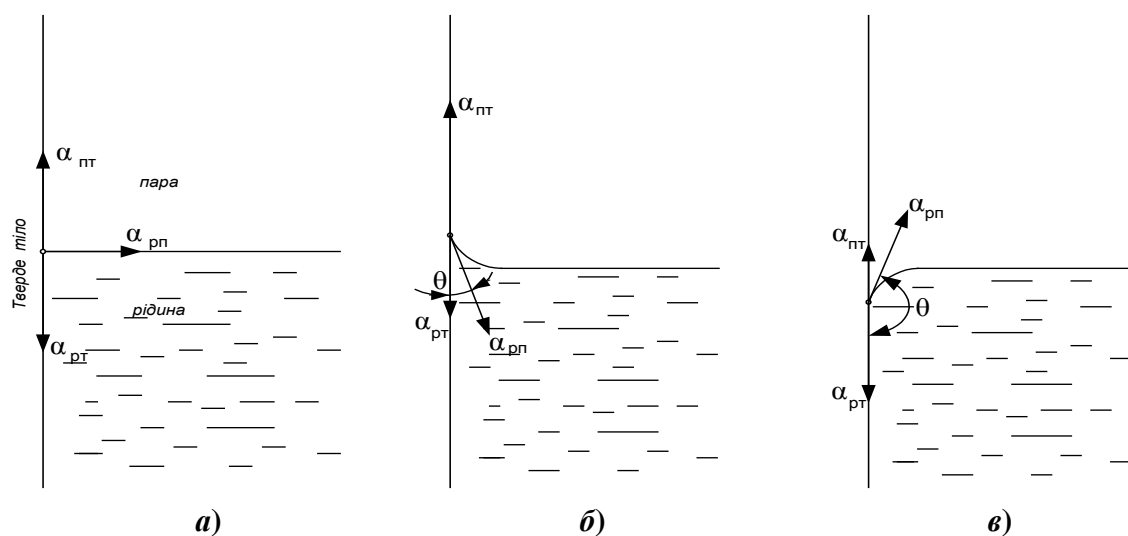


Рисунок 12.2

Рівновага настає, коли забезпечується рівність:

$$\alpha_{пт} = \alpha_{рт} + \alpha_{рп} \cos \theta$$

Крайовий кут θ вимірюють завжди з боку рідини, тому для вгнутого меніска він гострий, а для опуклого – тупий.

Форма меніска рідини поблизу стінок посудини тісно пов'язана з явищем змочування. Суть явища пояснюється взаємодіями молекул рідини з молекулами стінок посудини. Якщо молекули рідини сильніше притягуються до молекул твердого тіла, ніж одна до одної, то рідина прилипає до твердого тіла, змочує його. Якщо ж молекули рідини сильніше притягуються між собою, ніж з молекулами твердого тіла, то рідина не прилипає до твердого тіла, не змочує його. Рідини, що змочують посудину, мають вгнутий меніск; незмочуючі рідини мають опуклий меніск. Ці явища відіграють істотну роль у капілярах.

Викривлена поверхня рідини під дією сил поверхневого натягу намагається скоротитися до мінімальної площі в бік зменшення своєї потенціальної енергії. Зокрема, викривлена поверхнева плівка всередині капілярної трубки намагається стати плоскою. Це призводить до збільшення тиску на рідину з боку опуклої поверхні і до його зменшення зі сторони

вгнутої. Тобто викривлена поверхнева плівка створює на рідину додатковий тиск, порівняно з тиском плоскої поверхневої плівки.

Знайдемо величину додаткового тиску під викривленою поверхнею. Нехай рідина обмежена сферичною поверхнею з радіусом R (рис. 12.3). Під дією додаткового тиску поверхневої плівки рідина стискається, тому радіус сфери зменшується на dR . При цьому виконується деяка робота dA . Цю роботу можна обчислити двома способами. За тиском поверхневої плівки p_α і зміною об'єму рідини dV :

$$dA = p_\alpha dV, \quad (12.2)$$

або за коефіцієнтом поверхневого натягу α й скороченням поверхні dS :

$$dA = \alpha dS. \quad (12.3)$$

Прирівнявши праві частини формул (12.2) і (12.3) і виразивши диференціали об'єму dV і поверхні рідини dS через диференціал радіуса dR сфери, отримаємо для додаткового тиску викривленої поверхневої плівки:

$$p_\alpha = \frac{2\alpha}{R} \quad (12.4)$$

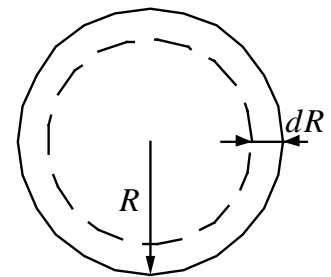


Рисунок 12.3

У випадку вгнутої сферичної поверхні рідини цей тиск буде від'ємним. У загальному вигляді, коли поверхня рідини є поверхнею двоякої кривизни, додатковий тиск поверхневої плівки визначають за **формулою Лапласа**:

$$p_\alpha = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

де R_1 і R_2 – радіуси кривизни будь-яких двох взаємно перпендикулярних нормальних перерізів поверхні рідини. При $R_1 = R_2$ така поверхня перетворюється на сферичну, а формула Лапласа – у співвідношення (12.4).

Отже, додатковий тиск викривленої поверхні прямо пропорційний коефіцієнту поверхневого натягу й обернено пропорційний радіусу її кривизни. У дуже малих бульбашках повітря або пари у воді лапласівський тиск стає значним. Так, наприклад, в бульбашці повітря радіусом 10^{-7} см у воді тиск за формулою (12.4) буде $1,5 \cdot 10^8$ Па.

Явище утворення бульбашок у рідині називається кавітацією. Кавітація виникає в швидких потоках рідини в трубах, коли працюють гребні гвинти в кораблях, струмінь пари потрапляє у воду тощо. Середовище кавітаційних бульбашок з величезним тиском у них є жорстким середовищем, яке може спричиняти руйнування гребних гвинтів у кораблях і т. ін.

12.4. Капілярні явища

У широких посудинах поверхня рідини горизонтальна і плоска. Тому форма меніска біля стінок такої посудини істотної ролі не відіграє. Якщо ж посудина дуже вузька – капілярна, то вся поверхня рідини в ній має фо-

рму вгнутого або опуклого меніска. З достатньою точністю його можна вважати сферичним. За малого радіуса капіляра додатковий тиск, що виникає під викривленою поверхнею, стає настільки значним, що починає істотно впливати на рівень рідини в капілярі, зануреному в рідину.

Розглянемо умову рівноваги рідини в капілярній трубці (рис. 12.4). Якщо капіляр змочується рідиною, то в ньому утворюється вгнутий меніск і тиск на рідину всередині капіляра стає меншим, ніж зовні. Тому рідина переходить у капіляр і піднімається в ньому доти, доки надлишок гідростатичного тиску за рахунок піднімання рідини в капілярі не стане рівним додатковому тиску, створеному викривленою поверхнею, тобто доки не виконається рівність сил гідростатичного тиску і поверхневого натягу:

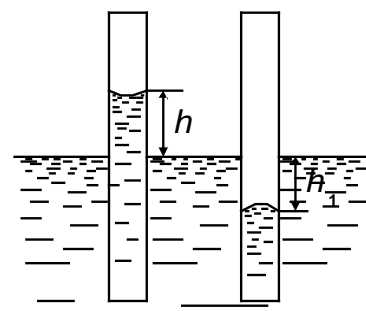


Рисунок 12.4

$$\rho gh = \frac{2\alpha}{R}, \quad (12.5)$$

де R – радіус кривизни меніска. З рівності (12.5) знаходимо висоту піднімання рідини в капілярі:

$$h = \frac{2\alpha}{\rho g R}. \quad (12.6)$$

Якщо капіляр не змочується рідиною, то в ньому утворюється опуклий меніск і тиск на рідину всередині капіляра стає більшим, ніж за його межами. Тому рівень рідини в капілярі знижується доти, поки надлишок гідростатичного тиску за межами капіляра не компенсує додаткового тиску під опуклим меніском у капілярі.

У формулі (12.6) зручніше використовувати замість радіуса кривизни поверхні рідини R радіус самого капіляра r . Ці величини зв'язані між собою співвідношенням: $r = R \cos \theta$. Таким чином, остаточна формула для визначення висоти підйому рідини всередині капіляра має вигляд:

$$h = \frac{2\alpha}{\rho g r} \cos \theta,$$

де r – радіус капіляра; θ – крайовий кут змочування.

Висота підняття рівня рідини в капілярі h обернено пропорційна радіусу трубки й залежить від виду рідини та крайового кута. Максимальне піднімання чи опускання рідини буде за умови повного змочування або незмочування капіляра, коли θ дорівнює відповідно 0° або 180° , а $\cos \theta = \pm 1$. Висота піднімання рідини зменшується з підвищенням температури, бо при цьому коефіцієнт поверхневого натягу рідини α зменшується швидше ніж її густина ρ .

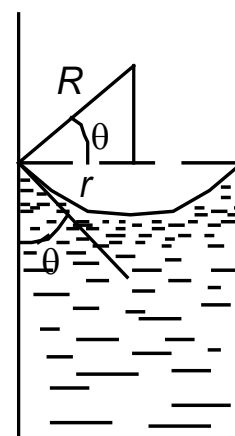


Рисунок 12.5

Запитання для повторення

1. Який потік рідини або газу називається стаціонарним?
2. В чому полягає суть теореми про нерозривність потоку?
3. В чому полягає суть рівняння Бернуллі?
4. Якими є принципи дії водострумного насосу і трубки Піто?
5. Чи можна визначити в'язкість рідини за формулою Пуазейля?
6. Запишіть формулу Ньютона для сили внутрішнього тертя.
7. Який потік рідини (газу) називається ламінарним, турбулентним?
8. Що можна визначити за допомогою числа Рейнольдса?
9. Запишіть формули Стокса і Ньютона для сили лобового опору.
10. Яка сила називається підіймальною, чому?
11. За яких умов газ можна назвати реальним, а не ідеальним?
12. Назвіть причини переходу газу з ідеального стану в реальний?
13. Запишіть рівняння Ван-дер-Ваальса.
14. Чому дорівнює внутрішня енергія реального газу?
15. Які стани речовини називають метастабільними?
16. Що характеризують критичні параметри речовини?
17. Які властивості речовини в критичному стані?
18. У чому полягає ефект Джоуля-Томсона?
19. У чому полягає суть ефектів надпровідності і надтекучості?
20. Що називають ближнім, дальнім порядком частинок у речовині?
21. Яка причина виникнення сили поверхневого натягу?
22. Чому дорівнює робота виходу молекули з поверхні рідини?
23. Чому дорівнює сила поверхневого натягу?
24. Який фізичний зміст коефіцієнта поверхневого натягу?
25. Чому дорівнює робота, яку необхідно виконати проти сили поверхневого натягу при збільшенні поверхні рідини?
26. Чому дорівнює додатковий тиск під викривленою поверхнею рідини?
27. Запишіть формулу Лапласа для додаткового тиску.
28. Чому дорівнює висота піднімання рідини в капілярі?

Розділ 13. Тверді тіла

13.1. Кристалічні й аморфні тіла. Основні характеристики кристалів

З макроскопічної точки зору твердим тілом у механіці називають таке тіло, яке зберігає свою форму. За іншими властивостями тверді тіла поділяють на *кристалічні* й *аморфні*.

З мікроскопічної точки зору, з точки зору внутрішньої будови під твердим тілом розуміють тіло кристалічної будови. Аморфні (некристалічні) тіла – скло, смола, вар, пластмаси – інакше називають переохолодженими рідинами, тому що властивості аморфних тіл загалом такі самі, як і властивості дуже в'язких рідин. Рідини й аморфні тіла ізотропні, тобто їх

фізичні властивості в усіх напрямках однакові.

Властивості кристалічних тіл різко відмінні від властивостей рідин. Особливістю тіл кристалічної будови є їх **анізотропність** – фізичні властивості кристалів неоднакові в різних напрямках. Наприклад, по деяких площинах кристалічне тіло можна легко розколоти (ці площини називають площинами спайності), тоді як по інших площинах міцність кристалів на зсув може бути дуже значною; у кристалах є напрями найбільшої і найменшої пружності, напрями різної теплопровідності тощо. Те, що кристали льоду мають різну теплопровідність у різних напрямках, ілюструють візерунки на замерзлих вікнах.

У деяких кристалічних тілах, наприклад у металах, анізотропність не виявляється, тому що ці тіла складаються з багатьох дрібних кристалів (так званих кристалітів, або зерен), розміщених безладно. Такі тіла називають **полікристаллами**. У прокатаному металі й відтягнутій дротині спостерігається деяка упорядкованість у розміщенні кристалів, і, хоч будова металу полікристалічна, метал виявляє анізотропність.

Яскраво виражена анізотропність монокристалів є результатом певного упорядкованого розміщення частинок тіла, утворення так званих кристалічних решіток. Така упорядкованість у розміщенні частинок характерна для всього об'єму тіла (дальній порядок). **Монокристал** – тіло, всі частинки якого вкладаються в одну загальну просторову решітку. Анізотропія в такій структурі повинна виявлятися хоча б тому, що в просторовій решітці в різних напрямках на однакові відрізки припадає різна кількість частинок (рис. 13.1; на горизонтальному відрізку – 6 частинок, на похилому – 5 частинок).

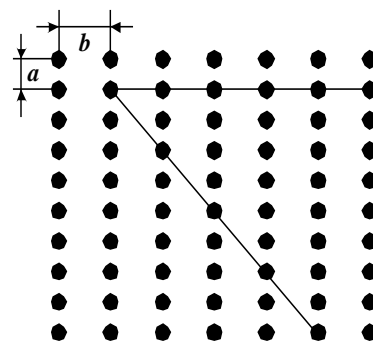


Рисунок 13.1

Частинки кристала розміщені правильними рядами вздовж трьох координатних осей координат. Частинки здійснюють коливальні рухи навколо своїх положень рівноваги, які називають **вузлами** кристалічної решітки. Залежно від того, які саме частинки знаходяться у вузлах кристалічних решіток, розрізняють такі чотири типи решіток: **йонну, атомну, молекулярну і металічну**.

У вузлах **йонної решітки** чергуються позитивні й негативні йони. Завдяки електричним взаємодіям вони створюють стійку структуру кристала. При утворенні сполуки між сильно електропозитивними металами та електронегативними неметалами валентні електрони „переходять” з атомів металу на атоми неметалу і утворюють протилежно заряджені йони, взаємодія між якими забезпечує утворення молекули або кристала. Переважна більшість кристалів має йонну решітку. До них відносяться кристали неорганічних речовин NaCl, CsCl і т. д. Потенціальна енергія взаємодії

йонів натрію і хлору, що знаходяться на рівноважній відстані r_0 , визначається згідно з законами електростатики:

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0},$$

де e – заряд електрона. Енергія іонного зв'язку досягає $10^5 - 10^6$ Дж/моль. Провідність йонних кристалів за кімнатної температури на десятки порядків нижча за електропровідність металів. Іонні кристали прозорі для електромагнітних хвиль у широкому діапазоні частот аж до граничної частоти, яка визначається періодом власних коливань йонів у кристалічній решітці.

В **атомних решітках** нейтральні атоми сусідніх вузлів зв'язуються між собою валентними електронами. Такий зв'язок називається **ковалентним** або **гомеополярним**. При наближенні атомів одного елемента між зовнішніми електронами виникає обмінна взаємодія, природа якої є квантовою і пояснюється тотожністю двох електронів, що взаємодіють. Внаслідок цього орбіталі електронів зміщуються так, що вони обертаються як спільні навколо ядер сусідніх атомів і цим зв'язують атоми. Аналогічним чином зв'язуються між собою атоми в молекулах. Атомну решітку мають графіт, алмаз, карборунд, кремній, германій та ін. Енергія зв'язку ковалентних кристалів $10^5 - 10^6$ Дж/моль. Ковалентні кристали, як правило, є напівпровідниками з різною шириною забороненої зони. Чим нижче розташований елемент у відповідній групі періодичної системи, тим слабшим стає ковалентний зв'язок між його атомами і вужчою ширина забороненої зони – від 5,3 eV у алмаза до 0,1 eV у сірого олова ($1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж).

Молекулярні решітки утворюються полярними молекулами. Різноманітні заряджені частини двох сусідніх молекул притягуються між собою і зв'язують молекули в решітці. Сили взаємодії між окремими молекулами називаються Ван-дер-Ваальсівськими. Їх природа пояснюється взаємодією дипольних моментів полярних молекул або наведених дипольних моментів неполярних молекул. Порівняно з йонними, молекулярні решітки слабкі, легше деформуються. Такі решітки, наприклад, у гуми, парафіну, целюлози тощо. Енергія зв'язку молекулярних кристалів має порядок $10^3 - 10^4$ Дж/моль.

Металічні решітки утворюються позитивними йонами металу, які зв'язуються вільними (точніше – колективізованими) електронами, що заповнюють простір поза вузлами решітки. Такі решітки властиві металам. Взаємодія йонів металу з електронним газом обумовлює всі властивості металів: високу електро- і теплопровідність, металевий блиск, механічні властивості та ін. Метали непроникні для електромагнітних хвиль. Енергія зв'язку металічної решітки становить $10^4 - 10^5$ Дж/моль. Різні метали відмінні за температурою плавлення, коефіцієнтом теплового розширення, міцністю, що зумовлено різною енергією зв'язку між атомами.

Наведені види зв'язків не вичерпують усіх можливих варіантів взаємодії частинок у кристалі. Речовини зі складною кристалічною будовою часто неможливо віднести до кристалів з одним конкретним типом зв'язку. У деяких металів проявляються властивості ковалентного і міжмолекулярного зв'язків. У кристалах з міжмолекулярним зв'язком, наприклад кристалах льоду, важливу роль відіграє водневий зв'язок. За своєю природою це не окремий тип зв'язку, але його можна виділити в окрему категорію міжмолекулярного зв'язку. Структура і властивості кристалів з водневим зв'язком значно відрізняються від кристалів подібних сполук без водневих зв'язків.

Спільною особливістю усіх типів зв'язку є розташування частинок, що утворюють кристал, на рівноважних відстанях. У рівноважному положенні енергія частинки досягає мінімального значення, а сила взаємодії із сусідніми частинками стає рівною нулю.

Причиною упорядкованого розміщення частинок твердого тіла є сили взаємодії між ними: притягання і відштовхування. Частинки у кристалі займають певні положення рівноваги, при яких сили притягання і відштовхування взаємно врівноважуються. Потенціальна енергія частинок у полі сил взаємодії стає мінімальною тоді, коли вони знаходяться у вузлах кристалічної решітки. Отже, впорядкована кристалічна решітка, утворена однотипними частинками, є енергетично більш вигідною, ніж невпорядкована структура.

Атоми і молекули не є нерухомими у рівноважних положеннях. Вони перебувають у безперервному коливальному русі навколо положень рівноваги. Амплітуда і кінетична енергія коливань частинок зростає з підвищенням температури. Зростає також імовірність переходу частинки з одного рівноважного положення в інше.

Потенціальна енергія зв'язку частинок кристалу є дуже важливою характеристикою речовини. Енергія зв'язку визначає механічні властивості кристалу (модуль пружності) і температуру плавлення матеріалу.

Основоположником вчення про кристали є російський вчений Євграф Степанович Федоров (1853 – 1917). Він створив математичне вчення про симетрію і дослідив усі можливі просторові розміщення частинок кристала. Федоров встановив можливість існування 230 різних просторових груп і запропонував за ознаками симетрії поділити їх на 32 класи. У сучасній кристалографії ці класи об'єднуються в 7 систем: триклінну, моноклінну, ромбічну, тригональну, гексагональну, тетрагональну і кубічну. Сукупність елементів симетрії кристала називається його **групою симетрії**. Групи елементів симетрії, при виконанні котрих залишається нерухомою хоча б одна точка кристалу, називається **точковою групою симетрії**.

Будь-яку просторову решітку можна розділити на нескінченну кількість елементарних паралелепіпедів (комірок), котрі можуть бути суміщені

ні одна з одною шляхом переміщення (трансляції) у певному вибраному напрямку. Якщо до точкових груп симетрії додати трансляційну симетрію (гвинтові осі симетрії), характерну для нескінченних структур, то сукупність цих елементів симетрії утворює **просторову групу симетрії**.

У 1912, 1914 рр. російський фізик Ю.В. Вульф і англійські вчені В.Г. Брегг і В.Л. Брегг започаткували дослідження кристалів за допомогою рентгенівського випромінювання. Ці дослідження повністю підтвердили вчення Є.С. Федорова.

Реальні тіла відрізняються від ідеалізованих моделей наявністю численних порушень у регулярному розташуванні частинок у кристалічній решітці. Такі відхилення називаються дефектами. Існування дефектів у реальних кристалах сильно впливає на їхні фізичні властивості. Мікроскопічні дефекти поділяються на **точкові, лінійні та площинні**.

Аморфні тіла складаються переважно з молекул великих розмірів і несиметричної будови. Це заважає їм розташуватись у просторі в регулярному порядку. Іншою причиною утворення аморфної структури може бути швидке охолодження, коли в'язкість рідини різко зростає і речовина переходить у твердий стан. У такому стані речовина володіє надлишком вільної енергії порівняно з кристалічним станом.

Методом швидкого охолодження отримують аморфні плівки металів. Фізичні властивості цих плівок суттєво відрізняються від властивостей цих металів у кристалічному стані.

13.2. Плавлення і кристалізація. Випаровування твердих тіл. Потрійна точка

В результаті неперервного нагрівання тверді тіла розширюються, а потім переходять у рідкий стан, плавляться. Аморфні й кристалічні тіла плавляться по-різному.

Аморфне тіло (віск, скло) в міру підвищення температури поступово розм'якшується і переходить у рідину; протягом усього процесу температура його зростає (рис. 13.2, крива 2).

Кристалічне тіло при нагріванні залишається твердим, доки не буде досягнуто певної температури плавлення. При дальшому нагріванні тіло плавиться, а температура його залишається сталою. Лише коли все тверде тіло розплавиться, температура рідини почне підвищуватись (рис. 13.2, крива 1). Така різниця кривих нагрівання аморфних і кристалічних тіл віддзеркалює структурні перебудови, що відбуваються в різних речовинах при переході „тверде тіло рідину”.

Щоб розплавити тверде тіло при температурі плавлення, йому необ-

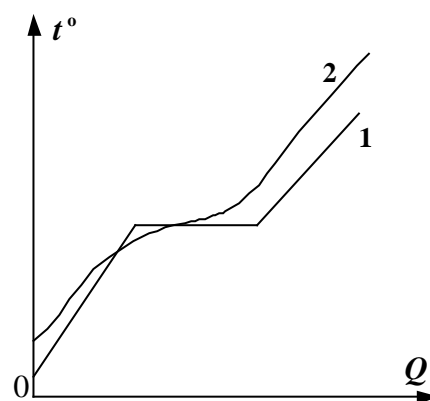


Рисунок 13.2

хідно надати певну кількість теплоти. Кількість теплоти, потрібну для плавлення 1 кг даного твердого тіла при температурі його плавлення, називають **питомою теплотою плавлення**.

Впорядковане розміщення частинок у кристалах відповідає мінімуму їх потенційної енергії. Тому перехід до рідкого стану супроводжується збільшенням внутрішньої енергії речовини. Спочатку, в міру нагрівання, кінетична енергія частинок зростає, але є ще недостатньою для руйнування зв'язків в кристалічній решітці. Коли ж досягається температура плавлення, кінетична енергія частинок тіла стає достатньою для руйнування кристалічної решітки. З цього моменту вся теплота, яку дістає тіло, витрачається на руйнування кристалічної решітки і збільшення потенціальної енергії частинок. Тому температура тіла залишається сталою, поки воно повністю не розплавиться. Далі теплота, яку дістає тіло, знову витрачається на збільшення кінетичної енергії частинок, температура підвищується.

Якщо в процесі плавлення припинити підведення теплоти, то плавлення припиниться і при тій самій температурі рідина і тверде тіло перебуватимуть у динамічній рівновазі. Зрозуміло, що їх частинки відрізняються за потенціальною енергією – молекули рідини мають надлишок потенціальної енергії.

У процесі плавлення твердих *аморфних* тіл теплота, яку дістають тіла, йде на збільшення кінетичної енергії молекул, температура тіла під час плавлення і після нього весь час збільшується. Аморфне тіло не має певної температури плавлення. Воно поводить себе як дуже в'язка переохолоджена рідина.

Температура плавлення кристалічного тіла залежить від зовнішнього тиску, при якому відбувається процес, а питома теплота плавлення, в свою чергу, є функцією температури плавлення. У більшості тіл в процесі плавлення об'єм збільшується, а зовнішній тиск протидіє цьому збільшенню, тому із збільшенням тиску температура плавлення зростає. Деякі тіла – лід, чавун, сурма, вісмут, – плавлячись, зменшуються в об'ємі, тому із збільшенням тиску температура їх плавлення зменшується. Наприклад, для льоду, температура плавлення зменшується на 1° з ростом тиску на 10^7 Па.

З підвищенням температури плавлення твердого тіла питома теплота плавлення його зменшується.

Процес переходу рідкої фази в тверду називається **кристалізацією**. Кристалізація тіла в даних умовах починається при тій самій температурі, при якій тіло плавилось. Для цього повинні бути зародки кристалізації у вигляді дрібних зерен. Якщо таких зародків немає, тверднення часто загальмовується. Процес кристалізації пов'язаний із зменшенням внутрішньої енергії тіла, тому, щоб він відбувся, від тіла треба відводити теплоту.

При всякій температурі тверді тіла можуть також випаровуватися. Перетворення твердого тіла безпосередньо в газоподібний стан називають

сублімацією. Легко можна спостерігати випаровування кристаликів йоду в пробірці, нафталіну, камфори та інших пахучих твердих речовин. У процесі висихання білизни на морозі випаровується лід. Процес сублімації супроводжується поглинанням певної кількості теплоти. Враховуючи енергетичні зміни в частинках речовини в процесі сублімації, можна прийти до висновку, що питома теплота сублімації l дорівнює сумі питомої теплоти плавлення λ і пароутворення r :

$$l = \lambda + r.$$

Підсумуємо фазові переходи речовини. Розглядаючи властивості насиченої пари, ми з'ясували умови переходу рідини в газоподібний стан, а також межу між рідкою і газоподібною фазами в координатній площині p - T (рис. 13.3, крива OK). У цьому параграфі ми визначили межу між твердою і рідкою фазами в цій самій площині p - T (рис. 13.3, крива OA). Точка O перетину згаданих вище кривих (рис. 13.3) виражає умову рівноваги трьох фаз речовини: твердої, рідкої і газоподібної. Цю точку називають **потрійною точкою**. Нижче від цієї точки крива OC зображає межу твердої і газоподібної фаз (криву сублімації).

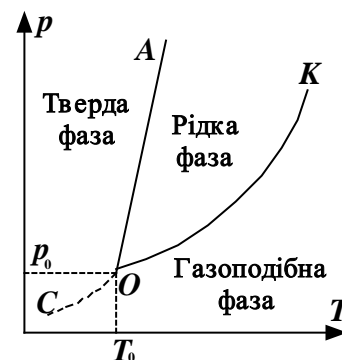


Рисунок 13.3

Потрійна точка води має координати: $T_0=273,1\text{ K}$, $p_0=6,02 \cdot 10^2\text{ Па}$; для вуглекислоти $T_0 = 216,5\text{ K}$, $p_0 = 5,11 \cdot 10^6\text{ Па}$ і т. д. Звідси видно, що вуглекислота при нормальному тиску в рідкому стані не може існувати, тому ми спостерігаємо безпосередній перехід її з твердого стану в газ.

13.3. Теплоємність твердих тіл. Недоліки класичної теорії, поняття про квантову теорію теплоємності

Якщо керуватися класичним принципом рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності, то частину внутрішньої енергії речовини, що залежить від температури, можна виразити так:

$$U = \frac{i}{2} kTN,$$

де i – кількість ступенів вільності частинки; k – стала Больцмана; T – температура; N – кількість частинок у тілі. Кожна частинка у вузлі кристалічної решітки твердого тіла має 6 ступенів вільності: три ступені для кінетичної енергії і три для потенціальної. Тому молярна теплоємність всякої простої речовини в твердому стані повинна бути:

$$C_V = \frac{dU}{dT} = \frac{6}{2} kN = 3R \approx 25 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{K}} \approx 6 \frac{\text{кал}}{\text{моль} \cdot \text{K}}.$$

При звичайних температурах молярна теплоємність C_V для більшості хімічно простих твердих тіл дорівнює вказаній величині. Цей факт став

відомий понад 150 років тому як закон Дюлонга-Пті.

Для хімічно складних твердих тіл застосовують закон Неймана (1831), згідно з яким молярна теплоємність $C_V = 25 \cdot n$ (Дж/моль·К), де n – кількість атомів у молекулі речовини. Точніші вимірювання теплоємності твердих тіл показали, що навіть у межах звичайних температур закон Дюлонга-Пті і закон Неймана мають наближений характер. Для низьких температур закони Дюлонга-Пті і Неймана не виконуються, вони взагалі не враховують залежності теплоємності від температури. Насправді ж зі зниженням температури теплоємність усіх твердих тіл зменшується і з наближенням до абсолютного нуля прямує до нуля.

Теорія теплоємності твердих тіл пов'язана з уточненнями квантової механіки. Згідно з ними, енергія окремих частинок може змінюватися лише стрибкоподібно – певними порціями, квантами. Саме це треба враховувати, визначаючи зміну енергії коливальних рухів частинок у вузлах кристалічної решітки твердого тіла. Порція енергії, на яку стрибкоподібно змінюється енергія частинки, дорівнює $h\nu$, де $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – стала Планка; ν – частота коливань частинки. Для температур, за яких середня енергія частинки, що припадає на один ступінь вільності, $\overline{W}_0 = \frac{1}{2}kT$, є великою порівняно з $h\nu$, можна вважати, що енергія частинки змінюється неперервно з температурою, і застосовувати класичну теорію. Для низьких температур, коли енергія, що припадає на один ступінь вільності частинки, стає порівнянною з енергією кванта, треба застосовувати квантову теорію. Частота коливань частинок у вузлах кристалічної решітки приблизно 10^{12} Гц. Тому з нерівності $\frac{1}{2}kT > h\nu$ випливає, що класична теорія теплоємності може виконуватися при $T > 100$ К.

Квантову теорію теплоємності твердих тіл розробили Ейнштейн і Дебай. Зокрема, Дебай встановив, що при низьких температурах теплоємність твердих тіл – непровідників пропорційна кубу абсолютної температури: $C_V = aT^3$, де a – сталий множник.

Розділ 14. Механічні властивості твердих тіл

14.1. Основні поняття і визначення

Механічними називають такі властивості, які проявляються під дією механічних силових факторів. Реальні тверді тіла мають дискретну структуру, але у багатьох випадках їх можна розглядати як суцільне середовище і застосовувати для них закони класичної механіки. Такий підхід використовується у теорії пружності твердих тіл, опорі матеріалів, де не розглядається конкретна фізична структура, а властивості тіл описуються фе-

номенологічно. Цей підхід широко застосовується у практиці інженерних розрахунків конструкцій, машин, деталей тощо.

При вивченні механічних властивостей застосовуються такі гіпотези:

- матеріал тіла вважається абсолютно пружним;
- матеріал тіла вважається ізотропним, тобто тіло має однакові властивості вздовж різних напрямків;
- матеріал вважається однорідним, тобто його властивості однакові у різних точках тіла;
- застосовується гіпотеза суцільності. Приймається, що матеріал заповнює весь об'єм тіла, обмежений його поверхнею.

До механічних властивостей відносяться міцність, пружність, пластичність, твердість, в'язкість. Під дією силових факторів тіла деформуються. **Деформацією** тіла називається зміна його розмірів і форми. Деформацію розрізняють за методом прикладання силових факторів, за наслідками дії сил і за величиною.

За **методом навантаження** розрізняють деформації **стиску-розтягу, зсуву, згину, кручення**. Найчастіше зустрічаються комбінації цих простих видів навантаження.

За **наслідком дії сил** розрізняють **пружну, пластичну і високоеластичну** (у полімерах) деформації.

Розглянемо найпростіший вид деформації – **розтяг (стиск)**. Нехай тіло до видовження мало початковий лінійний розмір l_0 . Під дією сили F воно видовжилось до величини l . Тоді величина $\Delta l = l - l_0$ називається **абсолютною деформацією** (рис. 14.1).

Абсолютна деформація може бути різною при деякому сталому значенні сили, але для тіл із різними початковими лінійними розмірами. Тому для об'єктивної характеристики деформації вводять поняття **відносної деформації**. Відносну деформацію ε визначають за формулою:

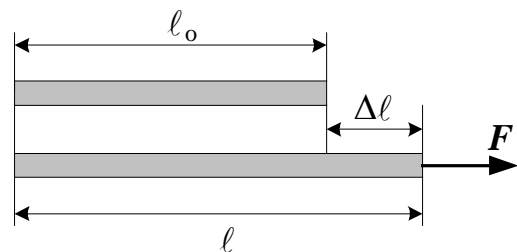


Рисунок 14.1

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0}. \quad (14.1)$$

Якщо $\varepsilon > 0$, це є деформація розтягу, і за умови $\varepsilon < 0$ – деформація стиску. Атомно-молекулярною будовою твердих тіл і характером сил взаємодії між атомами визначається вид деформації – пружна або пластична. Здатність тіла відновлювати свою форму і розміри після припинення дії зовнішніх сил називається **пружністю**, а відповідний вид деформації – **пружною деформацією**.

Здатність тіл зберігати набуту під дією зовнішнього (чи внутрішнього) силового фактора деформацію після припинення його дії називається **пластичністю**, а відповідна деформація – **пластичною**.

У реальних тілах загальна деформація є сумою пружної і пластичної, лише в одних тілах переважає пружна деформація, а у інших – пластична. Процес поступового збільшення пластичної деформації при сталому значенні зовнішньої сили називається **текучістю**.

У полімерних матеріалах, що складаються з молекул значних лінійних розмірів, у певному температурному інтервалі існує ще один вид деформації – **високоеластична**. Вона зумовлюється розгортанням клубків лінійних молекул під дією зовнішніх сил. Після припинення дії зовнішніх сил вона зникає. Особливо чітко цей вид деформації ($\varepsilon \geq 1000\%$) спостерігається у каучукових полімерах і матеріалах на їх основі (гумах).

14.2. Механічні напруження

Розглянемо тверде тіло у вигляді циліндра, що розтягується зовнішньою силою F_1 вздовж його осі. Умовно розріжемо його площиною під кутом α , як показано на рис. 14.2. Будемо вважати, що для збереження рівноваги відрізаної частини у площині перерізу $n-n_1$ діють рівномірно розподілені внутрішні сили, напрям яких протилежний напрямку дії зовнішньої сили, а рівнодіюча дорівнює зовнішній силі F_1 :

$$\sum F_{\text{вн}} = F_1.$$

Відношення величини внутрішньої сили, що виникає у певному перерізі тіла, до площі цього перерізу S називається механічним напруженням. Якщо напруження перпендикулярне до вибраної площини перерізу, то воно називається **нормальним** і позначається літерою σ .

$$\sigma = \frac{F}{S}. \quad (14.2)$$

За одиницю механічного напруження приймається $1\text{Па} = 1\text{Н/м}^2$. Нормальне напруження вважається додатнім для деформації розтягу і від'ємним для стиску. Рівнодійні внутрішніх сил, що діють у перерізах $n-n_1$ та $n-n_2$ рівні між собою, але площі перерізів різні. Якщо площа перерізу $n-n_1$ рівна S_1 , а перерізу $n-n_2$ – S_0 , то їх відношення:

$$S_0/S_1 = \cos \alpha,$$

де α – кут між площинами перерізу. Напруження, що напрямлене паралельно діючій силі, називається **повним** і позначається літерою P . У площині перерізу, перпендикулярній до діючої сили, повне напруження буде рівним нормальному. Напруження P , що діють у перерізі $n-n_1$ під кутом α до

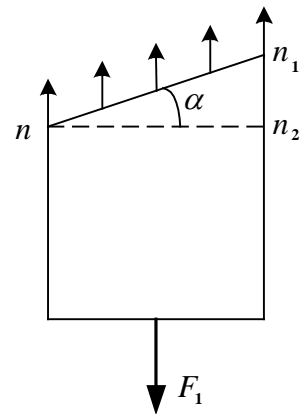


Рисунок 14.2

площини перерізу, можна розкласти на дві взаємно перпендикулярні складові – напруження, що діє вздовж нормалі до площини перерізу, і напруження, що діє вздовж дотичної до площини перерізу (рис.14.3). Напруження, яке діє по дотичній у площині перерізу, називається **тангенційним** і позначається літерою τ . З умови рівності внутрішніх сил у всіх перерізах стержня $P \cdot S_1 = \sigma_0 S_0$ випливає, що

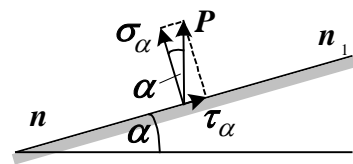


Рисунок 14.3

$$\sigma_{\alpha} = P \cdot \cos \alpha = \sigma_0 \frac{S_0}{S_1} \cos \alpha = \sigma_0 \cdot \cos^2 \alpha, \quad (14.3)$$

тоді як тангенційне напруження

$$\tau_{\alpha} = P \cdot \sin \alpha = \sigma_0 \cos \alpha \sin \alpha = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha.$$

З формули (14.3) випливає, що найбільшого значення нормальне напруження досягає у перерізах, перпендикулярних до лінії дії сили. У цих перерізах тангенційне напруження $\tau = 0$. Тангенційне напруження досягає максимуму ($\tau_{\alpha} = \sigma_0/2$) за умови $\alpha = \pm 45^\circ$. У перерізах ($\alpha = 0^\circ$) і ($\alpha = 90^\circ$) тангенційні напруження дорівнюють нулю. Нормальні напруження відривають атомні площини від сусідніх, тангенційні – зсувають їх одна відносно одної. Такі зсуви можна спостерігати при розтязі зразків пластичних металів.

14.3. Поздовжні і поперечні деформації

Повздовжньою деформацією розтягу (або стиску) називається деформація, яка відбувається у напрямку дії сили. Для пружної деформації, як свідчить експеримент, **відносне видовження** ε пропорційне силі і обернено пропорційне площі поперечного перерізу, до якого прикладена сила розтягу або стиску, і визначається за формулою:

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \frac{F}{S}.$$

Враховуючи, що $F/S = \sigma$ – нормальне напруження, запишемо:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (14.4)$$

де E – модуль пружності першого роду, або модуль Юнга. Формула (14.4) виражає закон Гука для повздовжньої деформації. Значення модуля Юнга для різних матеріалів різне і наводиться у довідниках. Так, для сталі $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$, для міді – $E = 1 \cdot 10^{11} \text{ Па}$.

Враховуючи, що $\varepsilon = \Delta \ell / \ell_0$, формула (14.4) набуває вигляду: $\Delta \ell = \frac{F \ell_0}{ES}$. Величина ES називається жорсткістю матеріалу при розтязі (стиску). За цією формулою враховують допустимі деформації при зада-

ному значенні сили і жорсткості конструкції, або необхідні параметри конструкції, яка може витримувати задане зусилля.

Будемо вважати, у першому наближенні, що об'єм матеріалу при пружній деформації не змінюється (у більшості випадків він дещо зростає). Тоді при односторонньому розтязі чи стиску поряд зі зміною довжини стержня змінюються також його поперечні розміри: при розтязі вони зменшуються, при стиску – збільшуються. Досліди свідчать, що для більшості матеріалів поперечна деформація у 3-4 рази менша за повздовжню. Величина $\mu = -\varepsilon_{\perp} / \varepsilon_{\parallel}$, що дорівнює відношенню деформації у перпендикулярному напрямку до деформації у паралельному, називається **коефіцієнтом Пуассона**. Знак мінус враховує, що при деформаціях розтягу (стиску) величини ε_{\perp} і ε_{\parallel} мають протилежні знаки. **Коефіцієнт Пуассона характеризує зміну об'єму при однічному розтягу (стиску)**. Для більшості твердих тіл значення коефіцієнта Пуассона – у межах $0,30 \div 0,40$. Максимальне значення коефіцієнта Пуассона $\mu = 0,5$ мають еластомери. При такому значенні μ об'єм тіла при деформації не змінюється.

14.4. Деформація ізотропних твердих тіл

Механічні властивості твердих тіл найбільш повно проявляються на діаграмах деформації. Діаграма деформації – це графік залежності механічного напруження σ , яке виникає у тілі при накладанні зовнішньої сили, від відносної деформації тіла ε . Для запису діаграми розтягу матеріалів застосовують зразки стандартних розмірів, які розтягуються на спеціальних розривних машинах з постійною швидкістю деформації.

У сучасних розривних машинах спеціальний пристрій автоматично фіксує залежність деформації від величини прикладеної сили і накреслює графік цієї залежності. Вид залежності визначається пружно-деформаційними властивостями матеріалу і дозволяє визначити основні механічні параметри. На рис 14.4 наведена діаграма розтягу пластичного металу. На діаграмі можна виділити ряд характерних точок і ділянок. На ділянці 0-A між напруженням σ і деформацією ε існує лінійний зв'язок, який описується залежністю $\sigma = E \cdot \varepsilon$, де коефіцієнт пропорційності $E = \operatorname{tg} \alpha$ і чисельно дорівнює модулю Юнга. Особливістю цієї ділянки є те, що при знятті навантаження розміри зразка відновляються, тобто деформація на цій ділянці є пружною. Напруження, що відповідають точці А, називаються **межею пропорційності**. За точкою А відбувається викрив-

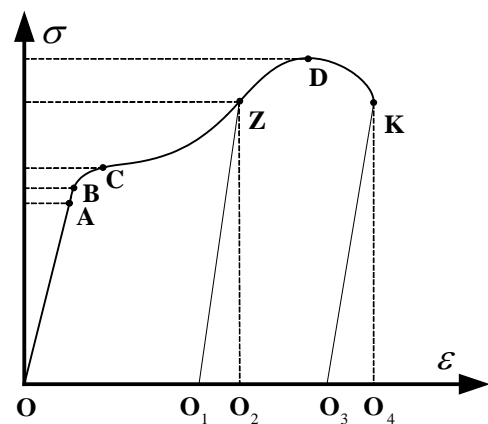


Рисунок 14.4

лення діаграми. Максимальне напруження, при якому у матеріалі ще не виникають залишкові деформації (точка B), називається **межею пружності**. За межею пружності розпочинається пластична деформація матеріалу. Межа пружності вважається досягнутою, якщо залишкова відносна деформація становить 0,001 – 0,005 %.

Наступною характерною точкою діаграми розтягу є точка C . Напруження, що відповідає цій точці, називається **границею (межею) текучості**. При напруженнях, більших за межу текучості σ_T , деформація зростає дуже швидко при незначній зміні навантаження – матеріал “тече”. Таким чином межа текучості – це напруження, при якому деформація зростає за умови майже сталої величини напруження. Пластична деформація притаманна не всім кристалам. Такі крихкі речовини, як наприклад, кварц, миш’як, корунд, які мають напрямлені зв’язки у просторі, і деякі метали при низьких температурах зазнають при деформації крихкого руйнування. Пластична деформація здійснюється під дією тангенціальних напружень за рахунок зсуву одних атомних площин відносно інших і за рахунок **двійникування кристалів**. Ковзання відбувається так, що атомні шари не віддаляються один від одного, а атоми переміщуються вздовж площини ковзання на ціле число трансляцій.

Внаслідок пластичної деформації відбувається підвищення міцності і зменшення пластичності матеріалу (наклеп). Це явище пов’язане з пониженням рухливості дислокацій. Отже, деформація призводить до значного зростання концентрації дислокацій, підвищення міцності і зменшення пластичності матеріалу.

У точці D на діаграмі розтягу досягається максимальне напруження, яке називається **межею міцності**. При подальшому розтязі швидкість текучості зростає. Тому розривне напруження, у розрахунку на одиницю площі перерізу зразка, зменшується і в точці K відбувається розрив зразка. При значних пластичних деформаціях (за точкою D) у зразка утворюється місцеве звуження „шийка” – місце максимальних значень реальних напружень.

Якщо навантаження довести до точки Z , то деформація тіла буде відповідати відрізку OO_2 . При знятті навантаження відрізок OO_1 відповідає залишковій (пластичній) деформації, а відрізок O_1O_2 – пружній. В момент розриву зразок має пружну деформацію (O_3O_4) і залишкову (відрізок OO_3).

Запитання для повторення

1. Які існують агрегатні стани речовини і чим вони відрізняються?
2. Чому при однаковій температурі різні речовини знаходяться в різних агрегатних станах?
3. Чим відрізняються аморфні тверді тіла від кристалічних?

4. Чому при плавленні (кристалізації) кристалів температура незмінна?
5. Які види зв'язків існують між частинками кристалічних твердих тіл?
6. Чим відрізняється монокристал від полікристалу?
7. Чим пояснюється анізотропія властивостей кристалу?
8. Що називається кристалічною решіткою і якими параметрами характеризується елементарна комірка кристала?
9. Які існують елементи симетрії кристалічних структур?
10. Що називається елементарною коміркою, які її види є у твердих тілах?
11. Які існують дефекти кристалічних ґраток і чим вони викликані?
12. Що називається дислокацією і які існують види дислокацій?
12. Чому теплоємність твердих тіл при низьких температурах не підпорядковується закону Дюлонга-Пті?
14. Чому електрони практично не впливають на теплоємність металів?
15. Які існують види теплопередачі і чим вони характеризуються?
16. Чому метали краще проводять теплоту, ніж діелектрики?
17. Що називається деформацією і за якими ознаками вони поділяються?
18. Що називається напруженням і які існують види напружень?
19. Що характеризує коефіцієнт Пуассона? Сформулюйте закон Гука.
20. Сформулюйте узагальнений закон Гука.
21. Коли виникають внутрішні напруження, чому вони дорівнюють?
22. Чому реальна міцність твердих тіл відрізняється від теоретичної?
23. Поясніть механізм крихкого і пластичного руйнувань матеріалів.

Розділ 15. Електростатика

15.1. Електричні заряди і їх взаємодія

Електростатика – розділ фізики, що вивчає властивості і взаємодію нерухомих (у даній системі) електричних зарядів і властивості постійного електричного поля.

Електричний заряд – це внутрішня властивість тіл або частинок, що характеризує їх здатність до електромагнітних взаємодій.

Одиниця електричного заряду – **кулон (Кл)** – електричний заряд, що проходить через поперечний переріз провідника при силі струму 1 *ампер* за час 1 *секунда*.

Існує **елементарний (мінімальний) електричний заряд**
 $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.

Носій елементарного негативного заряду – **електрон**. Його маса $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$. Носій елементарного позитивного заряду – **протон**. Його маса $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.

Фундаментальні властивості електричного заряду встановлені дослідним шляхом:

- існує в двох видах: **позитивний** і **негативний**. Однойменні заряди відштовхуються, різнойменні – притягуються;
- електричний заряд **інваріантний** – його величина не залежить від системи відліку, тобто від того, рухається він чи знаходиться в стані спокою;
- електричний заряд **дискретний** – заряд будь-якого тіла є завжди цілим числом кратним від елементарного електричного заряду e ;
- електричний заряд **адитивний** – заряд будь-якої системи тіл (частинок) рівний сумі зарядів тіл (частинок), що входять в систему;
- для електричного заряду виконується **закон збереження заряду**: *Алгебраїчна сума електричних зарядів будь-якої замкнутої системи залишається незмінною, які б процеси не відбувалися всередині даної системи.*

Під замкнутою системою в даному випадку розуміють систему, яка не обмінюється зарядами із зовнішніми тілами. При **електризації** тіл відбувається лише перерозподіл зарядів різних знаків внаслідок виконання механічної роботи (тертя) або інших причин. При цьому на одному тілі виникає надлишок зарядів певного знаку і недостача зарядів іншого знаку. На іншому тілі виникає зворотна ситуація з розподілом зарядів.

В електростатиці використовується фізична модель – **точковий електричний заряд** – заряджене тіло, форма і розміри якого неістотні в умовах даної задачі.

Закон взаємодії точкових зарядів – **закон Кулона**: сила взаємодії F між двома нерухомими точковими зарядами, що знаходяться у вакуумі,

пропорційна величинам цих зарядів q_1 і q_2 , і обернено пропорційна квадрату відстані r між ними:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

Сила F направлена вздовж прямої, що з'єднує заряди, тобто є центральною. Різнойменні заряди притягаються ($F < 0$), а однойменні – відштовхуються ($F > 0$). У векторній формі сила, що діє на заряд q_1 з боку заряду q_2 :

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r}, \quad (15.1)$$

де \vec{r}_{12} – вектор, напрямлений від точкового заряду q_1 до заряду q_2 , ϵ_0 – діелектрична стала, що відноситься до фундаментальних сталих:

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$ де Φ (**фарад**) – одиниця електричної ємності (див. п. 19.1). Тоді: $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{м}}{\Phi}$. На заряд q_2 з боку заряду q_1 діє,

згідно з третім законом Ньютона, сила $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$.

Якщо взаємодіючі заряди знаходяться в деякому ізотропному середовищі а не у вакуумі, то кулонівська сила зменшується в ϵ разів:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

де ϵ – **діелектрична проникність середовища** – безрозмірна величина, що показує, в скільки разів сила взаємодії F між зарядами в даному середовищі менша від сили їх взаємодії F_0 у вакуумі на такій самій відстані:

$$\epsilon = \frac{F_0}{F}.$$

Тоді очевидно, що діелектрична проникність вакууму рівна одиниці. Близькими до одиниці є також діелектричні проникності повітря і газів у нормальних умовах. Докладніше діелектрики та їх властивості будемо розглядати нижче (розділ XVIII).

Будь-яке заряджене тіло можна розглядати як *сукупність точкових зарядів*, аналогічно до того, як у механіці будь-яке тіло можна вважати сукупністю матеріальних точок. Тому електростатична сила, з якою одне заряджене тіло діє на інше, рівна геометричній сумі сил, прикладених до всіх точкових зарядів другого тіла з боку кожного точкового заряду першого тіла.

Часто буває значно зручніше вважати, що заряди **розподілені в зарядженому тілі неперервно** – уздовж деякої лінії (наприклад, у випадку зарядженого тонкого стержня), поверхні (у випадку зарядженої пластини)

або по об'єму. Відповідно використовуються поняття *лінійної, поверхневої і об'ємної густини зарядів*.

Об'ємна густина електричних зарядів: $\rho = dq/dV$, де dq – заряд малого елемента зарядженого тіла об'ємом dV .

Поверхнева густина електричних зарядів: $\sigma = dq/dS$, де dq – заряд малої ділянки зарядженої поверхні площею dS .

Лінійна густина електричних зарядів: $\tau = dq/dl$, де dq – заряд малої ділянки зарядженої лінії завдовжки dl .

15.2. Напруженість електростатичного поля

Взаємодія електричних зарядів на відстані безпосередньо у вакуумі свідчить про існування навколо кожного зарядженого тіла деякого силового поля, яке надалі називатимемо електростатичним або просто електричним. Електростатичним полем називається поле, створюване нерухомими електричними зарядами.

Електростатичне поле описується двома величинами: **напруженістю** (силова векторна характеристика поля) і **потенціалом** (енергетична скалярна характеристика поля).

Напруженість електростатичного поля – векторна фізична величина, яка чисельно дорівнює силі, що діє на одиничний додатній заряд q_0 , поміщений в дану точку поля і за напрямком співпадає із вектором цієї сили:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}. \quad (15.2)$$

Одиниця напруженості електричного поля – ньютон на кулон ($H/Кл$): $1 H/Кл = 1 В/м$, де $В$ (вольт) – одиниця потенціалу електричного поля. **Напруженість поля точкового заряду q** можна одержати з рівнянь (15.2; 15.1):

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q \vec{r}}{r^2 r},$$

де \vec{r} – радіус-вектор, що з'єднує точковий заряд q із даною точкою поля.

Напрямок вектора \vec{E} співпадає з напрямком сили, що діє у даній точці поля на додатній заряд. В скалярній формі для напруженості електричного поля точкового заряду можна записати:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r^2}.$$

Якщо поле створюється **позитивним** зарядом, то вектор \vec{E} направлений уздовж радіус-вектора від заряду *в зовнішній простір* (відштовхування пробного позитивного заряду q_0). Якщо поле створюється негативним

зарядом, то вектор \vec{E} направлений до заряду (притягання заряду q_0) (рисунок 15.1 (б)).

Графічно електростатичне поле зображають за допомогою **ліній напруженості** – ліній, дотичні до яких в кожній точці співпадають з напрямом вектора \vec{E} (рис. 16.1(а)). Лініям напруженості задається напрям, що співпадає з напрямом вектора напруженості. Оскільки в даній точці простору вектор напруженості має лише один напрям, то лінії напруженості *ніколи не перетинаються*. Густина ліній напруженості у певній ділянці простору прямо пропорційна до абсолютного значення напруженості поля в цій області. Для **однорідного поля** (коли вектор напруженості в будь-якій точці простору постійний за абсолютною величиною і напрямом) лінії напруженості – прямі, паралельні до вектора напруженості, і густина ліній напруженості стала по всій області однорідного поля. Якщо поле створюється точковим зарядом, то лінії напруженості – радіальні прямі, що виходять із заряду, якщо він позитивний, і що входять в нього, якщо заряд негативний (рис. 15.1(б)).

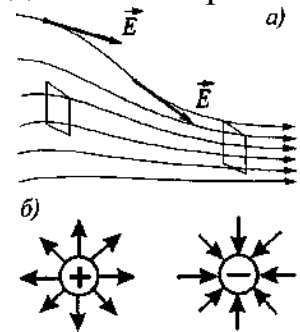


Рисунок 15.1

15.3. Потік вектора напруженості електричного поля

Щоб за допомогою ліній напруженості можна було характеризувати не тільки напрям, але і значення напруженості електростатичного поля, їх проводять з певною густиною. *Кількість ліній напруженості, що пронизують одиницю площі поверхні, перпендикулярної до ліній напруженості, повинно бути рівним модулю вектора E .*

Тоді число ліній напруженості, що пронизують елементарну поверхню dS , дорівнює $E \cdot dS \cos \alpha = E_n dS$, де E_n – проекція вектора \vec{E} на нормаль \vec{n} до поверхні dS , α – кут між векторами \vec{E} і \vec{n} (вектор \vec{n} – одиничний вектор, перпендикулярний поверхні dS). Величина

$$d\Phi_E = E \cdot d\vec{S}_\perp = E \cdot dS \cos \alpha = E_n dS = \vec{E} \cdot \vec{dS}$$

називається **поток вектора напруженості** через елементарну поверхню dS . Тут $\vec{dS} = dS \cdot \vec{n}$ – вектор, модуль якого рівний dS , а напрям вектора співпадає з напрямом нормалі \vec{n} до поверхні. Повний потік вектора \vec{E} через довільну замкнуту поверхню S визначається інтегруванням по цій поверхні:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S \vec{E} \cdot \vec{dS}.$$

15.4. Принцип суперпозиції електростатичних полів

До кулонівських сил застосовний розглянутий у механіці **принцип незалежності дії сил** – результуюча сила, що діє з боку поля на пробний

заряд, дорівнює *векторній сумі сил*, прикладених до нього з боку кожного із зарядів, що створюють електростатичне поле.

Напруженість результуючого поля, що створюється системою зарядів, також рівна векторній сумі напруженостей полів, створюваних в даній точці кожним із зарядів окремо:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

Ця формула виражає **принцип суперпозиції (накладання) електростатичних полів**. Він дозволяє розрахувати електростатичні поля будь-якої системи нерухомих зарядів, якщо представити її у вигляді сукупності точкових зарядів.

Нагадаємо правило визначення абсолютної величини вектора \vec{c} , що є сумою двох векторів \vec{a} і \vec{b} (рис. 16.2):

$$|\vec{c}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \beta}$$

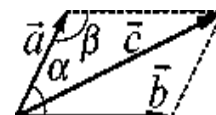


Рисунок 15.2

15.5. Теорема Остроградського-Гауса

Розрахунок напруженості поля системи електричних зарядів за допомогою принципу суперпозиції можна суттєво спростити, використовуючи теорему Гауса, що визначає потік вектора напруженості електричного поля *через довільну замкнуту поверхню*.

Розглянемо потік вектора напруженості через сферичну поверхню радіусом r , центр якої співпадає з точковим зарядом q :

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = E_n \oint_S dS = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Цей результат справедливий для будь-якої замкнутої поверхні довільної форми, що охоплює заряд.

Якщо замкнута поверхня не охоплює заряду, то потік вектора \vec{E} через неї дорівнює нулю, оскільки число ліній напруженості, що входять в поверхню, дорівнює числу ліній напруженості, що виходять з неї.

Розглянемо загальний випадок **довільної** поверхні, що оточує систему n зарядів. Згідно з принципом суперпозиції, напруженість поля \vec{E} , що створюється системою зарядів, дорівнює сумі напруженостей \vec{E}_i , створюваних кожним зарядом зокрема. Тому

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S \left(\sum_{i=1}^n \vec{E}_i \right) \cdot \vec{dS} = \sum_{i=1}^n \oint_S \vec{E}_i \cdot \vec{dS} = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i$$

Отже, **теорема Остроградського-Гауса** для електростатичного поля у вакуумі: **потік вектора напруженості електростатичного поля у вакуумі через довільну замкнуту поверхню дорівнює алгебраїчній сумі зарядів усередині цієї поверхні, поділений на ϵ_0** . При додаванні зарядів слід

пам'ятати, що позитивні заряди беруться зі знаком “плюс”, а негативні – зі знаком “мінус”.

Якщо заряд розподілений у просторі з об'ємною густиною $\rho = dq/dV$, то згідно з теоремою Гауса:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV.$$

15.6. Работа по переміщенню заряду в електричному полі

Якщо в електростатичному полі точкового заряду q з точки 1 в точку 2 уздовж довільної траєкторії переміщається інший точковий заряд q_0 , то електростатична сила, що діє на заряд, виконує певну роботу. Робота сили на елементарному переміщенні $d\vec{l}$ рівна:

$$dA = \vec{F} d\vec{l} = F dl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} dl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} dr,$$

де $d\vec{r} = d\vec{l} \cos \alpha$ – проекція вектора $d\vec{l}$ на напрям дії сили. Тоді повна робота кулонівської сили при переміщенні заряду q_0 з точки 1 в точку 2:

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (15.3)$$

Робота A_{12} не залежить від траєкторії переміщення, а визначається тільки положеннями початкової і кінцевої точок. Отже, електростатичне поле точкового заряду є **потенційним**, а електростатичні сили – **консервативними**. Тому, робота по переміщенню заряду в електростатичному полі вздовж довільного замкнутого контура L дорівнює нулю:

$$\oint_L dA = 0. \quad (15.4)$$

Якщо заряд q_0 **одичний**, то елементарна робота сил поля на шляху $d\vec{l}$ рівна $dA = \vec{E} d\vec{l} = E_l dl$, де $E_l = E \cos \alpha$ – проекція вектора \vec{E} на напрям елементарного переміщення $d\vec{l}$. Тоді згідно рівнянням (16.4):

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \oint_L E_l dl = 0. \quad (15.5)$$

Інтеграл (16.5) називається **циркуляцією вектора напруженості** по заданому замкнутому контуру L . Отже, теорема про циркуляцію вектора напруженості електричного поля формулюється так: **циркуляція вектора напруженості електростатичного поля уздовж будь-якого замкнутого контура дорівнює нулю**. Силоне поле, що володіє такою властивістю, називається **потенційним**. Ця формула справедлива **тільки для** електричного поля **нерухомих** зарядів (**електростатичного поля**).

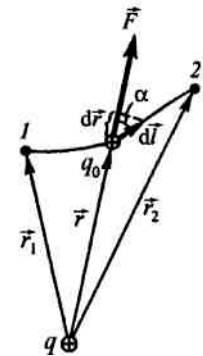


Рисунок 15.3

В потенційному силовому полі тіла володіють потенційною енергією, і робота консервативних сил поля виконується за рахунок зменшення потенційної енергії тіла. Тому, роботу A_{12} (15.3) можна представити, як різницю потенційних енергій заряду q_0 в початковій і кінцевій точках поля заряду q :

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r_2} = W_1 - W_2. \quad (15.6)$$

Потенційна енергія заряду q_0 , що знаходиться в полі точкового заряду q на відстані r від нього дорівнює:

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r} + const. \quad (15.7)$$

При віддаленні заряду на нескінченно велику відстань його потенційна енергія зменшується до нуля. Тому в (15.7): $const = 0$.

Для **однойменних** зарядів потенційна енергія їх взаємодії (*відштовхування*) позитивна, для **різнойменних** зарядів потенційна енергія їх взаємодії (*притягання*) негативна. Якщо електростатичне поле створюється системою n точкових зарядів, то потенційна енергія заряду q_0 , що знаходиться в цьому полі, рівна сумі його потенційних енергій, створюваних кожним із зарядів окремо:

$$W = \sum_{i=1}^n U_i = q_0 \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i}. \quad (15.8)$$

15.7. Потенціал електростатичного поля

З рівняння (15.7) слідує, що значення відношення W/q_0 не залежить від величини пробного заряду q_0 . Очевидно, що це відношення є *енергетичною характеристикою* тієї точки поля, в якій знаходиться пробний заряд. Ця величина називається **потенціалом електричного поля**:

$$\varphi = W/q_0. \quad (15.9)$$

Потенціал φ в деякій точці електричного поля – *скалярна фізична величина, що чисельно дорівнює потенційній енергії одиничного позитивного заряду, поміщеного в цю точку*. Наприклад, потенціал поля, що створюється точковим зарядом q на відстані r , дорівнює:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (15.10)$$

15.8. Різниця потенціалів

Робота, що виконується силами електростатичного поля при переміщенні заряду q_0 з точки 1 в точку 2, може бути представлена як різниця значень потенційної енергії цього заряду у відповідних точках:

$$A_{12} = W_1 - W_2 = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) = q_0\Delta\varphi. \quad (15.11)$$

Тобто, робота по переміщенню заряду в електричному полі дорівнює добутку переміщуваного заряду на різницю потенціалів в початковій і кінцевій точках поля. Отже, **різниця потенціалів** двох точок 1 і 2 в електростатичному полі чисельно дорівнює роботі, що виконується силами поля, при переміщенні **одиночного** позитивного заряду з точки 1 в точку 2:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = \frac{A_{12}}{q_0}. \quad (15.12)$$

Користуючись визначенням напруженості електростатичного поля, можемо записати роботу A_{12} у вигляді

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{l} = \int_1^2 q_0 \vec{E} d\vec{l} = q_0 \int_1^2 \vec{E} d\vec{l}. \quad (15.13)$$

Звідси

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = \frac{A_{12}}{q_0} = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = \int_1^2 E_l dl. \quad (15.14)$$

де інтегрування можна проводити уздовж будь-якої лінії, що з'єднує початкову і кінцеву точки, оскільки робота сил електростатичного поля не залежить від траєкторії переміщення.

Якщо переміщати заряд q_0 з **довільної точки за межі поля** (на нескінченність), де потенційна енергія заряду, а значить і потенціал поля рівні нулю, то робота сил електростатичного поля визначається рівністю: $A_\infty = q_0\varphi$, звідки

$$\varphi = \frac{A_\infty}{q_0}. \quad (15.15)$$

Таким чином, ще одне визначення потенціалу: **потенціал** – фізична величина, що чисельно дорівнює роботі по переміщенню **одиночного позитивного заряду** при переміщенні його з даної точки поля в нескінченно віддалену.

Одиниця потенціалу – вольт (В): 1В це потенціал такої точки поля, в якій заряд величиною 1Кл володіє потенційною енергією 1Дж (1В = 1Дж/1Кл).

Принцип суперпозиції потенціалів електростатичних полів: якщо поле створюється декількома зарядами, то потенціал поля системи зарядів рівний **алгебраїчній сумі** потенціалів полів всіх цих зарядів. Для графічного зображення розподілу потенціалу електростатичного поля використовуються **еквіпотенціальні поверхні** – поверхні, у всіх точках яких потенціал має одне і те ж значення.

Еквіпотенціальні поверхні звичайно проводять так, щоб різниці потенціалів між двома сусідніми еквіпотенціальними поверхнями були однакові. Тоді густина еквіпотенціальних поверхонь наочно характеризує напруженість поля в різних точках. Там, де ці поверхні розташовані густіше, напруженість поля більша і навпаки. На рисунку 165.4 пунктиром зображені силові лінії електричного поля, суцільними лініями – перетини еквіпотенціальних поверхонь площинною рисунка для: позитивного точкового заряду (а), диполя (б), двох однойменних зарядів (в), зарядженого провідника складної конфігурації (г).

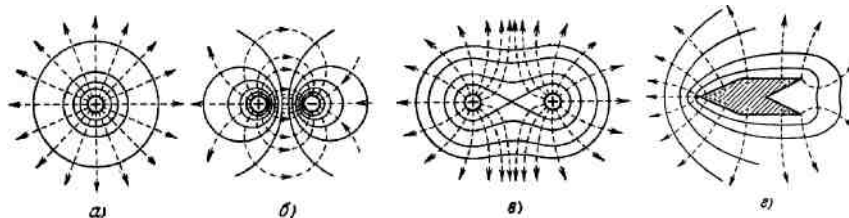


Рисунок 15.4

Для точкового заряду потенціал $\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$. Тому еквіпотенціальні по-

верхні – концентричні сфери, а лінії напруженості – радіальні прямі. Отже, лінії напруженості перпендикулярні до еквіпотенціальних поверхонь. Можна показати, що у будь-якій точці поля

- 1) вектор \vec{E} перпендикулярний до еквіпотенціальних поверхонь,
- 2) вектор \vec{E} завжди направлений у бік зменшення потенціалу.

15.9. Зв'язок між напруженістю і потенціалом електричного поля

Для будь-якого потенційного поля, між консервативною (потенційною) силою і потенційною енергією існує зв'язок:

$$\vec{F} = -\overline{\text{grad}}W = -\vec{\nabla}W, \quad (15.16)$$

де ∇ ("набла") – **оператор Гамільтона**: $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$, який пере-

творює скалярну величину (потенційну енергію) у векторну – силу. В результаті дії цього оператора на скалярне поле W одержуємо деяке поле векторів $\overline{\text{grad}}W$. У кожній точці поля вектор градієнта направлений у сторону найшвидшої зміни скалярної величини W , а довжина цього вектора пропорційна швидкості зміни скаляра в цьому напрямку.

Оскільки сила, що діє на заряд q в даній точці поля $\vec{F} = q\vec{E}$, а потенційна енергія заряду $W = q\varphi$, то з рівняння (15.16) отримаємо:

$$\vec{E} = -\overline{\text{grad}}\varphi = -\vec{\nabla}\varphi. \quad (15.17)$$

Знак мінус показує, що вектор \vec{E} направлений у бік зменшення потенціалу поля.

15.10. Приклади розрахунку електростатичних полів у вакуумі

15.10.1. Електростатичне поле електричного диполя у вакуумі

Електричним диполем (або подвійним електричним полюсом) називається система двох рівних по модулю і різнойменних точкових зарядів $(+q, -q)$, відстань l між якими значно менша, ніж відстань до тих точок поля, в яких визначається напруженість або потенціал поля ($l \ll r$). **Плече диполя** (\vec{l}) – вектор, направлений вздовж осі диполя від негативного заряду до позитивного і за абсолютним значенням рівний відстані між ними.

Електричний дипольний момент (\vec{p}_e) – вектор, що співпадає за напрямком з плечем диполя і за абсолютним значенням рівний добутку модуля заряду q на плече \vec{l} : $\vec{p}_e = |q|\vec{l}$

1) *Напруженість і потенціал поля диполя в точці А, що лежить на продовженні осі диполя, визначаються співвідношеннями:*

$$E_A = E_+ - E_-, \quad \varphi_A = \varphi_+ + \varphi_-.$$

Нехай r – відстань до точки А від середини плеча диполя. Тоді, враховуючи, що $l \ll r$:

$$E_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2ql}{r^3} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^3}, \quad (15.18)$$

$$\varphi_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^2}. \quad (15.19)$$

2) *Напруженість поля в точці В на перпендикулярі до осі диполя, проведеному з його середини, за умови $l \ll r'$ (рис. 15.5):*

$$E_B = (E_+) \frac{l}{r'} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{(r')^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{(r')^3}. \quad (15.20)$$

Вектор \vec{E}_B направлений протилежно до вектора \vec{l} (рис. 15.5). Точка В рівновіддалена від зарядів $+q$ і $-q$ диполя, тому потенціал поля в точці В рівний нулю: $\varphi_B = 0$.

3) В зовнішньому електричному полі на диполь діє пара сил, яка прагне розвернути його таким чином, щоб електричний момент \vec{p}_e диполя розвернувся уздовж напрямку поля \vec{E} . В зовнішньому **неоднорідному** полі сили, що діють на кінці диполя, неоднакові і тому їх результуюча “прагне” пересунути диполь в область поля з більшою напруженістю – диполь втягується в область більш сильного поля.

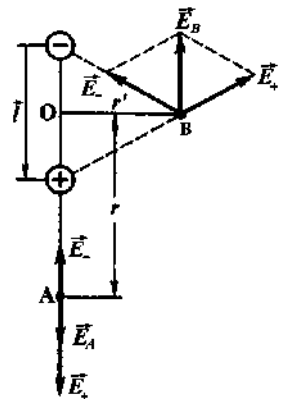


Рисунок 15.5

15.10.2. Поле рівномірно зарядженої нескінченної площини

Нескінченна площина заряджена з постійною поверхневою густиною $+\sigma = dq/dS$. Лінії напруженості перпендикулярні даній площині і направлені від неї в обидві сторони. *Напруженість поля на будь-якій відстані від*

площини – величина стала за абсолютною величиною, таке поле називається **однорідним**.

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad (\text{в діелектрику } E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}). \quad (15.21)$$

Різниця потенціалів між точками, що лежать на відстанях x_1 і x_2 від площини, дорівнює:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_1}^{x_2} E dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (x_2 - x_1). \quad (15.22)$$

15.10.3. Поле двох нескінченних паралельних різнойменно заряджених площин з рівними поверхневими густинами зарядів $+\sigma$ і $-\sigma$

В просторі зовні площин поля, що створюються ними, компенсують одне одного, а в просторі між площинами сумарна напруженість $\vec{E} = 2\vec{E}_1$.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad (\text{в діелектрику } E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}). \quad (15.23)$$

Різниця потенціалів між площинами залежить від відстані d між ними:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E dx = \int_0^d \frac{\sigma}{\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0} \quad (\text{в діелектрику } \Delta\varphi = \frac{\sigma d}{\varepsilon\varepsilon_0}). \quad (15.24)$$

15.10.4. Поле рівномірно зарядженої сферичної поверхні

Сферична поверхня радіусом R із повним зарядом q заряджена рівномірно з поверхневою густиною $\sigma = q/4\pi R^2$. Напруженість поля в точці, що знаходиться на відстані r від центру сфери за умови $r > R$:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}. \quad (15.25)$$

За умови $r < R$ замкнута поверхня не містить усередині зарядів, тому всередині рівномірно зарядженої сфери поле відсутнє: $E = 0$.

Різниця потенціалів між двома точками, що лежать на відстанях r_1 і r_2 від центру сфери ($r_1, r_2 > R$), дорівнює:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (15.26)$$

Якщо прийняти $r_1 = r$ і $r_2 = \infty$, то одержимо потенціал поля зовні сферичної поверхні:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r}. \quad (15.27)$$

Отже, зовні зарядженої сфери поле таке ж, як поле точкового заряду q . Всередині зарядженої сфери поля немає, тому потенціал усюди однаковий:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\sigma R}{\epsilon_0}. \quad (15.28)$$

15.10.5. Поле об'ємно зарядженої кулі

Заряд q рівномірно розподілений по об'єму кулі радіусом R з об'ємною густиною $\rho = \frac{q}{V} = \frac{3q}{4\pi R^3}$. Центр кулі є центром симетрії поля. Очевидно, що для поля зовні кулі ($r > R$) одержуємо такий же результат, що і у випадку сферичної зарядженої поверхні. У середині кулі сфера радіусом $r < R$ охоплює заряд $q = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$. Тому, для напруженості і різниці потенціалів поля, всередині рівномірно зарядженої кулі одержимо:

$$E = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3} = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}, \quad (15.29)$$

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{q}{8\pi\epsilon_0 R^3} (r_2^2 - r_1^2). \quad (15.30)$$

15.10.6. Поле рівномірно зарядженого нескінченного циліндра (нитки).

Нескінченна нитка радіусом R заряджена рівномірно з лінійною густиною заряду $\tau = dq/dl$. Лінії напруженості будуть направлені вздовж радіусів кругових перетинів циліндра з однаковою густиною у всі сторони відносно осі циліндра. Для напруженості і різниці потенціалів поля справедливі такі співвідношення:

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{r} \quad (15.31)$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (15.32)$$

Якщо $r < R$, то поверхня не містить всередині зарядів. Тому $E = 0$.

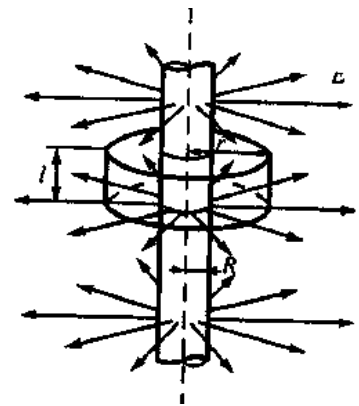


Рисунок 15.6

Розділ 16. Електростатичне поле в діелектричному середовищі

16.1. Поляризація діелектриків в зовнішньому електричному полі

Діелектриками називаються речовини, які за звичайних умов практично не проводять електричний струм.

Діелектрик, як і всяка інша речовина, складається з атомів або молекул, кожен з яких в цілому електрично нейтральний, але складаються із певного набору заряджених частинок.

Якщо замінити всі позитивні заряди ядра молекули сумарним зарядом $+q$, що знаходиться в деякій точці – “центрі позитивних зарядів”, а заряди

всіх електронів молекули – сумарним негативним зарядом $-q$, що знаходиться в “центрі негативних зарядів”, то такі молекули можна розглядати як **електричні диполі** з відповідним дипольним моментом. Розрізняють три типи діелектриків.

1) **Діелектрики з неполярними молекулами**, симетричні молекули яких за відсутності зовнішнього електричного поля мають дипольний момент рівний нулю (наприклад H_2 , O_2 , CO_2).

2) **Діелектрики з полярними молекулами**, молекули яких внаслідок асиметрії мають ненульовий дипольний момент навіть за відсутності зовнішнього поля (наприклад, H_2O , NH_3 , SO_2 , CO).

3) **Йонні діелектрики** (наприклад $NaCl$, KCl). Йонні кристали є просторовими кристалічними решітками, у вузлах котрих по чергово розміщені йони різних знаків.

Внесення діелектриків в зовнішнє електричне поле приводить до виникнення відмінного від нуля результуючого (сумарного) електричного дипольного моменту діелектрика.

Поляризацією діелектрика називається процес орієнтації дипольних моментів молекул або появи під впливом електричного поля орієнтованих вздовж поля диполів.

Відповідно до трьох видів діелектриків розрізняють три види їх поляризації в зовнішньому електричному полі.

1) **Електронна**, або **деформаційна**, поляризація діелектрика з неполярними молекулами – за рахунок деформації електронних орбіталей виникає індукований дипольний момент у атомів або молекул діелектрика.

2) **Орієнтаційна**, або **дипольна**, поляризація діелектрика з полярними молекулами – орієнтація наявних дипольних моментів молекул вздовж поля (рис. 16.1) (ця орієнтація тим сильніша, чим більша напруженість електричного поля і чим нижчою є температура).

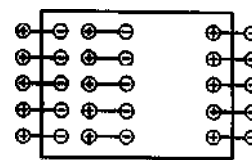


Рисунок 16.1

3) **Йонна** поляризація діелектрика, що є йонною кристалічною решіткою – зсув підрешітки позитивних йонів уздовж поля, а підрешітки негативних – проти приводить до виникнення дипольних моментів, орієнтованих уздовж поля.

16.2. Вектор поляризації

Помістимо пластину з однорідного діелектрика в однорідне зовнішнє електричне поле, створене двома нескінченними паралельними різномірно зарядженими площинами. В зовнішньому електричному полі діелектрик **поляризується**. Тобто об’єм діелектрика V , що знаходиться в зоні

дії поля, набуває дипольного моменту $\vec{p}_V = \sum_i^n \vec{p}_i$, де \vec{p}_i – дипольний момент однієї молекули, n – кількість молекул всередині об'єму V .

Для кількісного опису поляризації діелектрика використовується векторна величина – вектор поляризації, який визначається як дипольний момент одиниці об'єму діелектрика:

$$\vec{P} = \frac{\vec{p}_V}{V} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{V}. \quad (16.1)$$

У випадку ізотропного діелектрика вектор поляризації (для більшості діелектриків за винятком сегнетоелектриків) лінійно залежить від напруженості зовнішнього поля:

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}, \quad (16.2)$$

де χ – *діелектрична сприйнятливість речовини*, додатна безрозмірна величина, що характеризує властивість діелектрика поляризуватись у зовнішньому електричному полі.

16.3. Діелектрична проникність середовища

Внаслідок поляризації на поверхні діелектрика з'являються некомпенсовані заряди, які називають *зв'язаними* (на відміну від *вільних* зарядів, які створюють зовнішнє поле).

Поле E' усередині діелектрика, створене зв'язаними зарядами, направлене проти зовнішнього поля E_0 , створюваного вільними зарядами. Результуюче поле усередині діелектрика

$$E = E_0 - E'. \quad (16.3)$$

У нашому випадку поле, створюване двома нескінченно зарядженими площинами з поверхневою густиною зарядів σ' : $E' = \sigma' / \varepsilon_0$. Тому

$$E = E_0 - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}. \quad (16.4)$$

Повний дипольний момент діелектричної пластинки з товщиною d і площею грані S дорівнює добутку поверхневого заряду на відстань між поверхнями пластини: $|\vec{p}_V| = qd = \sigma' Sd$. З другого боку, враховуючи (16.1), $|\vec{p}_V| = PV = PSd$. Звідси $\sigma' = P$ – *вектор поляризації чисельно дорівнює поверхневій густині зв'язаних зарядів*. Тому

$$E = E_0 - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{\chi \varepsilon_0 E}{\varepsilon_0} = E_0 - \chi E \quad (16.5)$$

Звідси напруженість результуючого поля всередині діелектрика:

$$E = \frac{E_0}{1 + \chi} = \frac{E_0}{\varepsilon}. \quad (16.6)$$

Безрозмірна величина $\varepsilon = 1 + \chi = E_0 / E$ називається *діелектричною проникністю середовища*. Вона також характеризує здатність діелектри-

ків поляризуватися в зовнішньому електричному полі і показує, у скільки разів поле послаблюється діелектриком, тобто у скільки разів сила взаємодії між зарядами у середовищі менша ніж у вакуумі

16.4. Вектор індукції (зміщення) електричного поля

Напруженість електростатичного поля залежить від діелектричної проникності середовища ε . Крім того, на межі розділу двох середовищ вектор напруженості E змінюється *стрибокподібно*. Тому для опису (неперервного) електричного поля з урахуванням поляризаційних властивостей діелектриків вводиться нова величина – **вектор електричної індукції**, який для ізотропного середовища записується у вигляді:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \quad (16.7)$$

Одиниця вимірювання електричної індукції – Кл/м². Вектор \vec{D} описує електростатичне поле, що створюється *вільними* зарядами (тобто у вакуумі), але при такому їх розподілі в просторі, який виникає за наявності діелектрика.

Аналогічно до ліній напруженості, можна ввести *лінії електричної індукції*. На поверхні розділу двох діелектриків, тобто в тих областях поля, де є зв'язані заряди, лінії вектора \vec{D} залишаються неперервними.

Для довільної *замкнутої* поверхні S потік вектора \vec{D} через цю поверхню визначається співвідношенням:

$$\Phi_D = \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S D_n dS \quad (16.8)$$

де D_n – проекція вектора \vec{D} на нормаль \vec{n} до поверхні dS .

Теорема Гауса для вектора індукції електростатичного поля: *потік вектора індукції електростатичного поля в діелектричному середовищі через довільну замкнуту поверхню дорівнює алгебраїчній сумі вільних електричних зарядів усередині цієї поверхні.*

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^n q_i \quad (16.9)$$

16.5. Граничні умови на межі розділу двох діелектричних середовищ

За відсутності на межі двох діелектриків вільних зарядів, циркуляція вектора \vec{E} вздовж контуру, який охоплює поверхню розділу двох середовищ, рівне нулю: $\oint_{ABCD} \vec{E} d\vec{l} = 0$. Тоді для тангенціальних (паралельних до поверхні) складових вектора напруженості маємо: $E_{\tau 1} l - E_{\tau 2} l = 0$. Тому:

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}, \quad (16.10)$$

де $E_{\tau 1}, E_{\tau 2}$ – тангенціальні складові вектора \vec{E} в першому і другому середовищах відповідно. Враховуючи рівність $D = \varepsilon_0 \varepsilon E$, для тангенціальних складових вектора електричної індукції отримаємо:

$$\frac{D_{\tau 1}}{D_{\tau 2}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \quad (16.11)$$

Згідно з теоремою Гауса, потік вектора \vec{D} через циліндричну поверхню безмежно малої висоти, яка охоплює поверхню розділу, рівний нулю (немає вільних зарядів). Тоді для нормальних (перпендикулярних до поверхні) складових вектора індукції маємо: $D_{n1} \Delta S - D_{n2} \Delta S = 0$. Тому:

$$D_{n1} = D_{n2}, \quad (16.12)$$

$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \quad (16.13)$$

Таким чином, під час переходу через межу розділу двох діелектричних середовищ тангенціальна складова вектора \vec{E} (E_{τ}) і нормальна складова вектора \vec{D} (D_n) змінюються неперервно (не зазнають стрибка), а нормальні складові вектора \vec{E} (E_n) і тангенціальна складова вектора \vec{D} (D_{τ}) зазнають стрибок.

16.6. Сегнетоелектрики і п'єзоелектрики

Сегнетоелектриками називаються кристалічні діелектрики, у яких навіть за умови відсутності зовнішнього електричного поля виникає спонтанна (невимушена) орієнтація дипольних електричних моментів його частинок (молекул). Орієнтація дипольних моментів не є однорідною по всьому об'єму кристалу. Сегнетоелектрики складаються з **доменів** – областей з різними напрямками спонтанної поляризованості (орієнтації дипольних моментів, рис. 16.3). Розміри доменів не перевищують 10^{-4} - 10^{-5} м. Тому усереднене значення поляризованості по всьому об'єму сегнетоелектрика дорівнює нулю. Приклади таких середовищ – сегнетова сіль $NaKC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$; титанат барію $BaTiO_3$.

Температура, вище якої сегнетоелектричні властивості зникають, – **точка Кюрі**. Для сегнетоелектриків зв'язок між векторами \vec{E} і \vec{P} нелінійний і спостерігається явище **діелектричного гістерезису** – збереження залишкової поляризованості після зняття зовнішнього поля. Залишкова поляризація знімається лише після прикладання зовнішнього електрично-

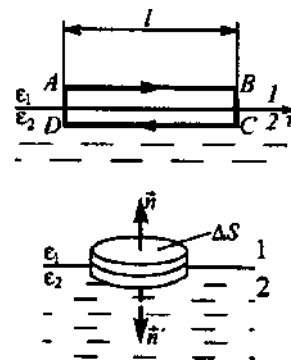


Рисунок 16.2

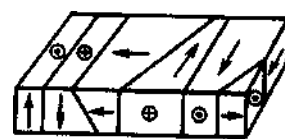


Рисунок 16.3

го поля у зворотному напрямку. Напруженість зворотного поля, при якій залишкова поляризація знімається, називається **коерцитивною**.

П'єзоелектрики – кристалічні діелектрики, в яких внаслідок механічних деформацій виникає електрична поляризація – **прямий п'єзоелект**. На зовнішніх гранях п'єзоелектрика з'являються поверхневі заряди протилежних знаків. Приклади: кристали кварцу і турмаліну.

Зворотний п'єзоелект – поява механічної деформації під дією зовнішнього електричного поля. Обидва ефекти знайшли широке застосування у техніці, починаючи від п'єзо-запальничок і закінчуючи п'єзокерамічними джерелами ультразвукових хвиль у гідролокаторах.

Розділ 17. Провідники в електростатичному полі

17.1. Електроємність відокремленого провідника

Провідники характеризуються наявністю **вільних зарядів**, які можуть переміщатися в межах провідника. Якщо помістити провідник в зовнішнє електростатичне поле або його зарядити, то на його заряди діятиме електростатичне поле, внаслідок чого вони почнуть переміщатися до тих пір, поки не встановиться рівноважний розподіл зарядів. При цьому електростатичне поле усередині провідника завжди дорівнюватиме нулю $\vec{E} = 0$. В іншому випадку, якби поле не дорівнювало нулю, то в провіднику виник би впорядкований рух зарядів вздовж ліній напруженості без витрати енергії від зовнішнього джерела, що суперечить закону збереження енергії.

Наслідками цього положення є:

- потенціал у всіх точках провідника однаковий ($\vec{E} = -\text{grad}\varphi = 0; \Rightarrow \varphi = \text{const}$);

- поверхня провідника є **еквіпотенційною**;

- у всіх точках поверхні провідника вектор \vec{E} направлений по **нормалі** до неї;

- якщо нейтральний провідник помістити в зовнішнє поле, вільні заряди (електрони або іони) почнуть переміщатися: позитивні – вздовж поля, а негативні – проти поля (рис.17.1 (а)). На одному кінці провідника буде **надлишок** позитивних зарядів, на іншому – негативних. Ці заряди називаються **індукованими**. Процес продовжуватиметься до тих пір, поки напруженість поля усередині провідника не стане рівною нулю, а лінії напруженості зовні провідника – перпендикулярними до його поверхні (рис.17.1 (б)).

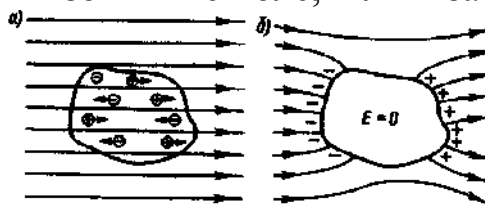


Рисунок 17.1

- якщо провіднику надати деякий заряд q , то *некомпенсовані заряди* розташовуються *лише на поверхні* провідника, причому $D = \sigma$ і $E = \sigma/\epsilon\epsilon_0$, де σ – поверхнева густина зарядів, і ϵ – діелектрична проникність середовища, що оточує провідник.

Нейтральний провідник, внесений в електростатичне поле, розриває частину ліній напруженості; вони закінчуються на негативних індукованих зарядах і знову починаються на позитивних. Індуковані заряди розподіляються на зовнішній поверхні провідника. Явище перерозподілу поверхневих зарядів на провіднику в зовнішньому електростатичному полі називається електростатичною індукцією.

Розглянемо *відокремлений провідник* – провідник, віддалений від інших тіл і зарядів. Відомо, що різні провідники, будучи однаково зарядженими, мають різні потенціали.

Фізична величина, що дорівнює відношенню заряду провідника q до його потенціалу φ , називається *електричною ємністю* цього провідника:

$$C = q/\varphi. \quad (17.1)$$

Ємність окремого провідника чисельно дорівнює величині заряду, який необхідно надати цьому провіднику для того, щоб змінити його потенціал на одиницю (1 *вольт*). Вона залежить від форми, розмірів провідника і від діелектричних властивостей навколишнього середовища. Ємності геометрично подібних провідників пропорційні до їх лінійних розмірів.

Ємність відокремленої провідної кулі: $C = q/\varphi = 4\pi\epsilon_0 R$.

Одиниця електроємності – фарад (Φ): 1Φ – ємність такого відокремленого провідника, потенціал якого збільшується на $1V$, якщо йому надати заряд $1Кл$. Ємністю 1Φ володіє куля з радіусом $R = 9 \cdot 10^6 км$. Ємність Землі $0,7м\Phi$.

17.2. Конденсатори

Якщо до провідника із зарядом q наблизити інші тіла, то на їх поверхні виникнуть індуковані (на провіднику) або зв'язані (на діелектрику) заряди. Ці заряди послаблюють поле, створюване зарядом q . Тим самим вони, знижуючи потенціал провідника, підвищують його електроємність.

Конденсатор – це система з двох провідників (обкладинок) з однаковими по модулю, але протилежними за знаком зарядами. Форма і розташування обкладинок такі, що поле зосереджене у вузькому проміжку між ними. *Ємністю конденсатора* називається фізична величина, що чисельно дорівнює відношенню заряду, що накопичений у конденсаторі, до різниці потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$ між його обкладинками:

$$C = q / \Delta\varphi. \quad (17.2)$$

1. Ємність плоского конденсатора (дві паралельні металеві пластини площею S кожна, розташовані на відстані d одна від одної):

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}. \quad (17.3)$$

2. Ємність циліндрового конденсатора (два коаксіальні циліндри завдовжки l з радіусами r_1 і r_2):

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln(r_2/r_1)}. \quad (17.4)$$

3. Ємність сферичного конденсатора (дві концентричні сфери з радіусами r_1 і r_2):

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}. \quad (17.5)$$

Сумарна ємність групи конденсаторів залежить від схеми їх з'єднання. У паралельно з'єднаних конденсаторів C_1, C_2, \dots, C_n різниця потенціалів $\Delta\varphi$ на обкладинках однакова. Тому повна ємність такого з'єднання:

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{\sum_{i=1}^n q_i}{\Delta\varphi} = \frac{\sum_{i=1}^n C_i \Delta\varphi}{\Delta\varphi} = \sum_{i=1}^n C_i \quad (17.6)$$

У послідовно з'єднаних конденсаторів C_1, C_2, \dots, C_n заряди q всіх обкладинок рівні по величині, а повна різниця потенціалів рівна сумі різниць потенціалів на кожному конденсаторі: $\Delta\varphi = \sum_{i=1}^n \Delta\varphi_i = \sum_{i=1}^n \frac{q}{C_i} = \frac{q}{C}$, звідки:

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \quad (17.7)$$

17.3. Енергія електричного поля

17.3.1. Енергія системи нерухомих точкових зарядів

Для системи двох точкових зарядів q_1 і q_2 , що знаходяться на відстані r один від одного, кожен з них володіє потенційною енергією в полі іншого:

$$W = q_1\varphi_{12} = q_1 \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_2}{r} = q_2\varphi_{21} = \frac{1}{2}(q_1\varphi_{12} + q_2\varphi_{21}). \quad (17.8)$$

Тому, додаючи послідовно по одному заряду, отримаємо енергію взаємодії системи n нерухомих точкових зарядів:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i \quad (17.9)$$

де φ_i – потенціал, що створюється в тій точці, де знаходиться заряд q_i , всіма іншими зарядами, окрім i -го.

17.3.2. Енергія зарядженого відокремленого провідника

Розглянемо окремих провідник, заряд, ємність і потенціал якого рівні відповідно q, C і φ . Елементарна робота dA , яку необхідно виконати для того, щоб змінити заряд провідника на величину dq , рівна $dA = \varphi dq = \varphi C d\varphi$. Щоб зарядити провідник від нульового потенціалу до потенціалу φ , необхідно виконати роботу:

$$A = \int_0^{\varphi} C \varphi d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2} \quad (17.10)$$

Згідно з законом збереження енергії, робота електризації провідника іде на збільшення енергії його поля. Тому, **енергія зарядженого відокремленого провідника** (враховуючи $C = q/\varphi$) визначається рівністю:

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2}. \quad (17.11)$$

17.3.3. Енергія зарядженого конденсатора

Робота зовнішніх сил при збільшенні заряду конденсатора від 0 до q (по перенесенню цього заряду з обкладинки 2 конденсатора на обкладинку 1) рівна:

$$A = \int_0^q \Delta\varphi dq = \int_0^q \frac{q dq}{C} = \frac{q^2}{2C}. \quad (17.12)$$

Тому, **енергія зарядженого конденсатора** (використовуючи визначення ємності $C = q/\Delta\varphi = q/U$) може бути записана у трьох еквівалентних формах:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}. \quad (17.13)$$

17.3.4. Енергія електростатичного поля

На прикладі поля плоского конденсатора виразимо енергію поля між обкладинками через напруженість електричного поля. Для конденсатора справедливі наступні співвідношення: $C = \varepsilon\varepsilon_0 S / d$ і $U = Ed$. Тоді, враховуючи (17.13), одержимо:

$$W = \frac{1}{2} \varepsilon\varepsilon_0 E^2 S d = \frac{1}{2} \varepsilon\varepsilon_0 E^2 V, \quad (17.14)$$

де V – об'єм конденсатора. В **однорідному** полі конденсатора його енергія розподілена рівномірно по всьому об'єму поля. Тому **об'ємна густина енергії** електростатичного поля плоского конденсатора:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} ED = \frac{1}{2} \frac{D^2}{\varepsilon \varepsilon_0}, \quad (17.15)$$

де $D = \varepsilon \varepsilon_0 E$ – індукція (зміщення) електричного поля. Ця формула є віддзеркаленням того факту, що електростатична енергія зосереджена в електростатичному полі. Цей вираз *справедливий також і для неоднорідних полів*.

В загальному випадку *електричну енергію будь-якої системи заряджених нерухомих тіл* – провідників і діелектриків – можна знайти за формулою:

$$W = \frac{1}{2} \int_S \varphi \sigma dS + \frac{1}{2} \int_V \varphi \rho dV, \quad (17.16)$$

де σ і ρ – поверхнева і об'ємна густина *вільних* зарядів; φ – потенціал результуючого поля всіх вільних і зв'язаних зарядів в точках малих елементів dS і dV заряджених поверхонь і об'ємів. Інтегрування проводиться по всіх заряджених поверхнях S і по всьому зарядженому об'єму V тіл системи.

Розділ 18. Постійний електричний струм

18.1. Постійний електричний струм, сила і густина струму

Електродинаміка – розділ вчення про електрику, в якому розглядаються явища і процеси, обумовлені рухом електричних зарядів. *Електричним струмом* називається впорядкований рух електричних зарядів. *За напрям струму приймають напрям руху позитивних зарядів*.

Кількісною мірою електричного струму є *сила струму* I – скалярна фізична величина, що чисельно дорівнює відношенню заряду dq , який переноситься через дану поверхню за деякий проміжок часу dt , до величини цього проміжку:

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (18.1)$$

Електричний струм називається *постійним*, якщо сила струму і його напрям не змінюються з часом. Для постійного струму:

$$I = \frac{q}{t}, \quad (18.2)$$

де q – електричний заряд, що проходить за час t через поперечний переріз провідника. *Одиниця сили струму – ампер (А)*.

Для характеристики напрямку електричного струму в різних точках поверхні перерізу провідника і розподілу сили струму по цій поверхні служить *вектор густини струму* \vec{j} . Сила струму, що протікає через довільну поверхню S , визначається як потік вектора густини струму через цю поверхню:

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S}, \quad (18.3)$$

де $d\vec{S} = \vec{n}dS$ (\vec{n} – одиничний вектор нормалі до елементарної поверхні dS). Отже *густиною електричного струму* називається вектор \vec{j} , що співпадає за напрямом з електричним струмом в даній точці і чисельно дорівнює відношенню сили струму dI , який протікає через елемент поверхні dS , *перпендикулярної* напрямку струму, до площі поверхні цього елемента:

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}. \quad (18.4)$$

Для постійного струму I , що протікає перпендикулярно до перетину S провідника:

$$j = \frac{I}{S}. \quad (18.5)$$

Якщо за час dt через поперечний перетин S провідника переноситься заряд $dq = n_0 e u S dt$ (де n_0 і u – концентрація і середня швидкість впорядкованого руху зарядів, e – величина заряду), то сила і густина струму визначатимуться відповідно:

$$I = dq/dt = n_0 e u S, \quad (18.6)$$

$$\vec{j} = n_0 e \vec{u}. \quad (18.7)$$

Одиниця густини струму – A/m^2 .

18.2. Джерела струму. Електрорушійна сила. Сторонні сили. Напруга

Для виникнення та існування електричного струму необхідним є виконання двох умов:

1) наявність вільних *носіїв струму* – заряджених частинок, здатних переміщатися впорядковано;

2) наявність *електричного поля*, енергія якого використовується для переміщення носіїв струму і тому повинна якимсь чином поповнюватись.

Якщо в електричному колі діють лише сили електростатичного поля, то переміщення носіїв відбувається таким чином, що потенціали всіх точок кола вирівнюються і електростатичне поле всередині провідника зникає.

Для існування постійного струму необхідна наявність в колі пристрою, здатного створювати і підтримувати різницю потенціалів за рахунок сил *не електростатичного* походження. Такі пристрої називаються *джерелами струму*. Сили не електростатичного походження, що діють на заряди з боку джерела струму, називаються *сторонніми*. Кількісною характеристикою сторонніх сил є поле сторонніх сил і його напруженість $\vec{E}_{\text{стор}}$.

Природа сторонніх сил може бути різною. Наприклад, в гальванічних елементах вони виникають за рахунок енергії хімічних реакцій між електродами і електролітами; в генераторі – за рахунок механічної енергії обертання ротора генератора, в сонячних батареях – за рахунок енергії фотонів і

т.п. Роль джерела струму в електричному колі така ж, як роль насоса, який необхідний для підтримки потоку рідини в гідравлічній системі.

Під дією поля сторонніх сил електричні заряди усередині джерела струму рухаються *проти сил електростатичного поля*. Завдяки цьому на клеммах джерела струму підтримується постійна різниця потенціалів і в колі тече постійний електричний струм.

Фізична величина, що чисельно дорівнює роботі, яку виконують сторонні сили при переміщенні одиничного позитивного заряду всередині джерела струму, називається *електрорушійною силою (ЕРС)* цього джерела:

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q_0}. \quad (18.8)$$

Ця робота виконується за рахунок енергії, яка витрачається в джерелі струму. Тому величину \mathcal{E} можна назвати електрорушійною силою джерела струму, включеного в коло. Формули (18.8) і (15.12) мають аналогічний вигляд. Отже, ЕРС, як і різниця потенціалів, вимірюється у *вольтах*.

Ділянка кола, на якій не діють сторонні сили, називається *однорідною*. Ділянка, на якій на носії струму діють сторонні сили, називається *неоднорідною*. Робота сторонніх сил по переміщенню заряду q_0 на замкнутій ділянці кола визначається як інтеграл по замкнутому контуру:

$$A = \oint \vec{F}_{\text{стор}} \vec{dl} = q_0 \oint \vec{E}_{\text{стор}} \vec{dl}. \quad (18.9)$$

Отже, ЕРС, що діє в замкнутому контурі, чисельно дорівнює циркуляції вектора напруженості поля сторонніх сил:

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E}_{\text{стор}} \vec{dl}. \quad (18.10)$$

Циркуляція вектора напруженості сторонніх сил по замкнутому контуру *не дорівнює нулю*. Тому поле сторонніх сил не є потенційним. Електрорушійна сила, що діє на деякій ділянці кола 1-2, рівна:

$$\mathcal{E}_{12} = \int_1^2 \vec{E}_{\text{стор}} \vec{dl} \quad (18.11)$$

В електричному колі на заряд q_0 діють як сторонні сили, так і сили електростатичного поля. Причому всередині джерела струму ці сили діють у протилежних напрямках. Тому, робота результуючої сили по переміщенню заряду q_0 на ділянці 1-2 буде рівною:

$$A_{12} = q_0 \int_1^2 \vec{E}_{\text{стор}} \vec{dl} + q_0 \int_1^2 \vec{E} \vec{dl} = q_0 \mathcal{E}_{12} + q_0 (\varphi_1 - \varphi_2). \quad (18.12)$$

Для замкнутого контуру робота електростатичних сил рівна нулю. Тому повна робота з переміщення заряду вздовж замкнутого кола дорівнює:

$$A = q_0 \mathcal{E}. \quad (18.13)$$

Напругою U на деякій ділянці кола 1-2 називається величина, яка чисельно дорівнює сумарній роботі, що виконується електростатичними і сторонніми силами по переміщенню одиничного позитивного заряду на даній ділянці кола:

$$U_{12} = \frac{A_{12}}{q_0} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}. \quad (18.14)$$

Поняття **напруги** є узагальненням поняття різниці потенціалів: **напруга на кінцях ділянки кола дорівнює різниці потенціалів, якщо ділянка не містить джерела струму** (тобто на ділянці не діє ЕРС).

18.3. Закон Ома. Електричний опір

Закон Ома для однорідної ділянки кола (що не містить джерела струму) формулюється так: **сила струму, що протікає по однорідному металевому провіднику, пропорційна напрузі, прикладеній до кінців провідника** (інтегральна форма закону Ома):

$$I = \frac{U}{R}. \quad (18.15)$$

Коефіцієнт пропорційності R називається **електричним опором** провідника. Одиниця вимірювання електричного опору – **ом (Ом)**: 1 Ом – опір такого провідника, в якому при напрузі 1В тече постійний струм 1А.

Величина, обернена до опору, $G = 1/R$ називається **електричною провідністю** провідника. Одиниця електричної провідності – **сіменс (См)**: 1 См – провідність ділянки електричного кола з опором 1 Ом.

Опір провідника залежить від його розмірів і форми, а також від матеріалу, з якого провідник виготовлений. Наприклад для однорідного лінійного провідника завдовжки l і площею поперечного перетину S опір розраховується за формулою:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (18.16)$$

де ρ – **питомий електричний опір** провідника. Ця величина характеризує матеріал провідника. Одиниця питомого опору – **ом-метр (Ом·м)**. Величина, обернена до питомого опору, називається **питомою електричною провідністю** речовини провідника:

$$\gamma = \frac{1}{\rho}. \quad (18.17)$$

Одиниця питомої електричної провідності – **сіменс на метр (См/м)**.

Напруга на кінцях провідника довжиною l зв'язана з напруженістю електричного поля всередині провідника співвідношенням:

$$U = El. \quad (18.18)$$

Враховуючи співвідношення (18.16) і (18.5) для опору провідника і сили струму у ньому, із закону Ома (18.15) отримуємо співвідношення:

$$j = E/\rho = \gamma E. \quad (18.19)$$

Записане у векторній формі дане співвідношення називається **законом Ома в диференційній формі**. Цей закон зв'язує між собою густину струму в будь-якій точці усередині провідника з напруженістю електричного поля в тій же точці.

18.4. Температурна залежність опору провідників

Дослідним шляхом було встановлено, що для металів зміна питомого опору (а значить і самого опору провідника) з температурою описується лінійним законом:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t), \quad R = R_0(1 + \alpha t), \quad (18.20)$$

де ρ і R – відповідно питомий опір і опір провідника при деякій температурі t , ρ_0 і R_0 – ці ж величини при температурі 0°C (шкала Цельсія), α – **температурний коефіцієнт опору**. На залежності електричного опору металів від температури ґрунтується дія **термометрів опору (термоопорів)**.

Опір деяких металів при дуже низьких температурах ($T = 0,14\text{--}20\text{K}$) стрибкоподібно зменшується до нуля і метал стає абсолютним провідником. Ця температура характерна для кожного металу і називається **критичною** температурою. Це явище називається **надпровідністю**.

18.5. Робота і потужність струму. Теплова дія струму

Кулонівські і сторонні сили при переміщенні заряду q вздовж електричного кола виконують роботу, що називається роботою електричного струму. Розглянемо однорідний провідник з опором R , до кінців якого прикладена напруга U . За час dt через поперечний переріз провідника переноситься заряд $dq = Idt$. Робота по переміщенню елементарного заряду dq між двома точками електричного поля визначається співвідношенням (15.11). Використовуючи закон Ома для ділянки кола, цю рівність можна переписати у вигляді:

$$dA = Udq = UI dt = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt. \quad (18.21)$$

Потужність електричного струму визначається роботою, яку він виконує за одиницю часу:

$$P = \frac{dA}{dt} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \quad (18.22)$$

Аналогічно до роботи і потужності у механіці робота і потужність струму вимірюються у **джоулях (Дж)** і **ватах (Вт)** відповідно. Позасистемні одиниці роботи струму: **ват-година (Вт·год)** і **кіловат-година (кВт·год)**. $1 \text{ Вт}\cdot\text{год}$ – робота, що виконує струм потужністю 1 Вт за час 1

год: $1 \text{ Вт} \cdot \text{год} = 3600 \text{ Вт} \cdot \text{с} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ Дж}$. При проходженні струму по провіднику відбувається розсіяння енергії внаслідок зіткнень носіїв струму між собою і з іншими частинками середовища – атомами та йонами кристалічної решітки. Якщо струм проходить по *нерухомому* провіднику, то згідно з законом збереження енергії вся робота струму dA витрачається на нагрівання провідника (виділення теплоти dQ). Тому

$$dQ = dA = IUdt = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt. \quad (18.23)$$

Кількість теплоти Q , що виділяється протягом скінченного проміжку часу від 0 до t постійним струмом I у всьому об'ємі провідника, електричний опір якого рівний R , одержуємо, інтегруючи попередній вираз по часу:

$$Q = \int_0^t I^2 R dt = I^2 R t. \quad (18.24)$$

Закон Джоуля-Ленца (в інтегральній формі): кількість теплоти, що виділяється постійним електричним струмом на ділянці кола, дорівнює добутку квадрата сили струму на час його проходження і електричний опір цієї ділянки кола.

Виділимо в провіднику циліндровий об'єм $dV = dS dl$ (вісь циліндра співпадає з напрямом струму). Згідно із законом Джоуля-Ленца, за час dt в цьому об'ємі виділиться теплота:

$$dQ = I^2 R dt = (jdS)^2 \rho \frac{dl}{dS} dt = \rho j^2 dV dt. \quad (18.25)$$

Кількість теплоти, що виділяється за одиницю часу в одиниці об'єму провідника, називається питомою тепловою потужністю струму w :

$$w = \frac{dQ}{dV dt} = \rho j^2. \quad (18.26)$$

Використовуючи диференціальну форму закону Ома (18.19) і визначення питомого опору $\rho = 1/\gamma$, отримаємо **закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі:**

$$w = \gamma E^2 = jE. \quad (18.27)$$

Теплова дія електричного струму використовується в освітлювальних лампах розжарювання, електронагрівальних приладах, в процесі електрозварювання і т.д.

18.6. Закон Ома для неоднорідної ділянки кола

Розглянемо неоднорідну ділянку кола 1-2, на якій присутні сили неелектричного походження (сторонні сили). Позначимо через: \mathcal{E}_{12} – електродвижущу силу на ділянці 1-2; $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ – різницю потенціалів, прикладену до кінців ділянки. Робота сторонніх і електростатичних сил, що викону-

ється при переміщенні заряду q_0 вздовж неоднорідної ділянки кола, визначається співвідношенням (18.12), яке з урахуванням позначень запишеться у вигляді:

$$A_{12} = q_0(\mathcal{E}_{12} + \Delta\varphi). \quad (18.28)$$

Якщо ЕРС сприяє руху позитивних зарядів у вибраному напрямку, то вона вважається додатною $\mathcal{E}_{12} > 0$, якщо перешкоджає, то $\mathcal{E}_{12} < 0$. Згідно з законом збереження енергії дана робота рівна кількості теплоти $Q = I^2 R t = I R q_0$, що виділяється на ділянці кола. Прирівнявши між собою останні співвідношення, отримаємо закон Ома для неоднорідної ділянки кола (**узагальнений закон Ома**):

$$I R = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12} \text{ або } I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R}, \quad (18.29)$$

де R – сумарний опір всієї ділянки кола, враховуючи внутрішні опори всіх джерел струму (ЕРС), які розміщені на цій ділянці.

Розглянемо окремі випадки для різного типу ділянок електричного кола.

1) Якщо на даній ділянці кола джерела струму відсутні $\mathcal{E}_{12} = 0$, то ми одержуємо закон Ома для однорідної ділянки кола: $I = U / R$.

2) Якщо коло замкнуте ($\Delta\varphi = 0$), то одержуємо **закон Ома для замкнутого кола**:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}}{r_{\text{внутр}} + R_{\text{зовн}}}, \quad (18.30)$$

де \mathcal{E} – ЕРС, що діє в колі, R – сумарний опір всього кола, $R_{\text{зовн}}$ – опір зовнішньої ділянки кола, $r_{\text{внутр}}$ – внутрішній опір джерела струму.

3) Якщо коло розімкнене, то $I = 0$ і $\mathcal{E}_{12} = \varphi_2 - \varphi_1$. Тобто різниця потенціалів на кінцях розімкнутого кола дорівнює електрорушійній силі, що діє в розімкненому колі. Струм відсутній.

4) У разі короткого замикання опір зовнішнього кола $R_{\text{зовн}} = 0$ і сила струму $I = \mathcal{E} / r_{\text{внутр}}$ в цьому випадку обмежується лише величиною внутрішнього опору джерела.

18.7. Правила Кірхгофа для розгалужених електричних кіл

Вузлом електричного кола називається будь-яка точка кола, в якій сходиться не менше трьох провідників із струмом. Струм, що входить у вузол, вважається додатнім, а струм, що виходить з вузла, – від'ємним.

Перше правило Кірхгофа – алгебраїчна сума струмів, що сходяться в одному вузлі розгалуженого кола, дорівнює нулю:

$$\sum_{s=1}^n I = 0. \quad (18.31)$$

Наприклад, для вузла A на рисунку 18.1 перше правило Кірхгофа запишеться у вигляді:

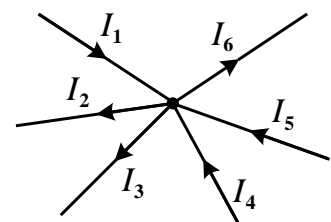


Рисунок 18.1

$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 + I_5 - I_6 = 0.$$

Спадом напруги на певній ділянці кола називається добуток сили струму I , що протікає по цій ділянці, на її опір R .

Друге правило Кірхгофа – в будь-якому замкнутому контурі, довільно вибраному в розгалуженому електричному колі, алгебраїчна сума спадів напруги відповідних ділянок цього контуру дорівнює алгебраїчній сумі електрорушійних сил, увімкнених у цей контур:

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{k=1}^m \mathcal{E}_k. \quad (18.32)$$

При розрахунку складних розгалужених кіл із застосуванням правил Кірхгофа необхідно:

1. *Вибрати довільний напрям струмів на всіх ділянках кола.* Дійсний напрям струмів визначається після розв'язку задачі: якщо шуканий струм має додатній знак, то його напрям був вибраний правильно, а якщо від'ємний – його істинний напрям є протилежним до вибраного.

2. *Вибрати напрям обходу по контуру і строго його дотримуватися.* Спад напруги (добуток IR) додатній, якщо струм на даній ділянці співпадає з напрямом обходу, і від'ємний – у протилежному випадку. Електрорушійні сили, що діють вздовж вибраного напрямку обходу, вважаються додатними, діючи протилежно – від'ємними.

3. *Скласти стільки рівнянь, щоб їх число було рівним числу шуканих величин (в систему рівнянь повинні входити всі опори і ЕРС даного кола); кожний даний контур повинен містити хоча б один елемент, що не міститься в попередніх контурах, щоб не отримати рівняння, які є простою комбінацією вже складених рівнянь.*

Наприклад, для обходу за годинниковою стрілкою замкнутого контуру $ABCD$ (рис. 18.2) друге правило Кірхгофа має вигляд:

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_4 R_4 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3.$$

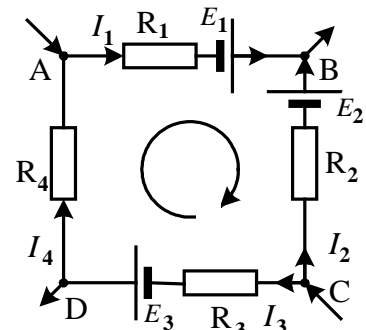


Рисунок 18.2

18.8. Електричні струми в металах, рідинах і газах

18.8.1. Основи теорії провідності металів

Носіями електричного струму в металі є вільні електрони. При утворенні кристалічних решіток електрони зовнішніх оболонок атомів (валентні електрони) “колективізуються” (стають спільними). Внаслідок цього кристал стає решіткою нерухомих йонів металу, між якими хаотично рухаються вільні електрони, утворюючи *електронний газ*, що володіє властивостями ідеального газу.

Згідно з класичною теорією провідності *Друде-Лоренца*, електрони володіють тією ж енергією теплового руху, що і молекули одноатомного газу. Середня швидкість теплового руху електронів

$$\langle u \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_e}}, \quad (18.33)$$

де $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ – стала Больцмана, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ – маса електрона, T – абсолютна (або термодинамічна) температура (в Кельвінах). При кімнатній температурі ($T = 300 \text{ К}$) середня швидкість теплового руху електронів рівна $1,1 \cdot 10^5 \text{ м/с}$. Однак, хаотичний тепловий рух електронів не може стати причиною виникнення струму.

Якщо металевий провідник помістити в електричне поле, то на хаотичний тепловий рух електронів накладається *впорядкований* рух (електричний струм). Навіть при гранично допустимих значеннях густини струму середня швидкість $\langle v \rangle$ впорядкованого руху електронів, що зумовлює електричний струм, значно менша від швидкості їх теплового руху $\langle u \rangle$.

Основні закони електричного струму можна одержати в рамках класичної теорії електропровідності металів.

Нехай в металевому провіднику діє електричне поле $E = \text{const}$. Під дією сили $F = eE$ заряд e рухається рівноприскорено з прискоренням $a = eE/m$ і до кінця вільного пробігу набуває швидкість $v_{\text{max}} = [eE\langle t \rangle]/m$. Середній час вільного пробігу електронів $\langle t \rangle = \langle \lambda \rangle / \langle u \rangle$ визначається середньою довжиною вільного пробігу $\langle \lambda \rangle$ і середньою швидкістю руху електронів відносно кристалічної решітки $\langle u \rangle + \langle v \rangle \cong \langle u \rangle$. Середня швидкість направленого руху електронів:

$$\langle v \rangle = \frac{1}{2} v_{\text{max}} = \frac{eE\langle t \rangle}{2m} = \frac{eE\langle \lambda \rangle}{2m\langle u \rangle}. \quad (18.34)$$

Густина електричного струму, слідуючи рвнянню (18.7), рівна:

$$j = ne\langle v \rangle = \frac{ne^2\langle \lambda \rangle}{2m\langle u \rangle} E. \quad (18.35)$$

Порівнюючи останнє співвідношення з *законом Ома в диференціальній формі* (18.19), отримаємо вираз для питомої провідності металу:

$$\gamma = \frac{ne^2\langle \lambda \rangle}{2m\langle u \rangle}. \quad (18.36)$$

Очевидно, що питома провідність металів зростає з ростом концентрації вільних носіїв заряду n і зменшується з ростом температури металу, тому що середня швидкість руху електронів відносно кристалічної решітки $\langle u \rangle$ пропорційна абсолютній температурі T .

До кінця вільного пробігу електрон під дією поля набуває додаткову кінетичну енергію:

$$\langle E_k \rangle = \frac{m v_{\max}^2}{2} = \frac{e^2 \langle \lambda \rangle^2}{2m \langle u \rangle^2} E^2, \quad (18.37)$$

яка при зіткненні електрона з йоном повністю передається кристалічній решітці. Якщо n – концентрація електронів у металі, то за одиницю часу в одиничному об'ємі відбувається $n/t = n \langle u \rangle / \langle \lambda \rangle$ зіткнень і решітці передається енергія:

$$w = n \frac{\langle u \rangle}{\langle \lambda \rangle} \langle E_k \rangle = \frac{ne^2 \langle \lambda \rangle}{2m \langle u \rangle} E^2 = \gamma E^2. \quad (18.38)$$

Останнє співвідношення виражає **Закон Джоуля-Ленца** в диференціальній формі. На основі теорії провідності Друде-Лоренца можна отримати також закон **Відемана-Франца**: відношення коефіцієнта теплопровідності σ до коефіцієнта питомої провідності γ для всіх металів збільшується пропорційно до абсолютної температури:

$$\frac{\sigma}{\gamma} = \beta T, \quad (18.39)$$

де $\beta = 3(k/e)^2$, k – стала Больцмана, e – заряд електрона.

Класична теорія провідності пояснює ще цілий ряд явищ, однак у деяких випадках існують розходження між теорією і експериментом.

Труднощі класичної теорії провідності металів:

1. Згідно з теорією, температурна залежність опору має вигляд: $R \sim \sqrt{T}$, що суперечить дослідним даним, згідно з якими $R \sim T$.

2. Оцінка середнього пробігу електронів. Щоб отримати величини питомої провідності, що співпадають з дослідним даними, слід приймати $\langle \lambda \rangle$ в сотні раз більшою від міжатомних відстаней у кристалі.

3. Теплоємність металу складається з теплоємності кристалічної решітки і теплоємності електронного газу. Тому питома теплоємність металів повинна бути істотно вищою від теплоємності діелектриків, у яких немає вільних електронів. Це суперечить експерименту.

Всі ці труднощі знімаються квантовою теорією провідності, яка базується на таких основних положеннях:

- хвильові властивості електронів;
- дискретність енергетичних рівнів електронів у атомах;
- розширення енергетичних рівнів при наближенні атомів і утворенні кристалічної решітки, внаслідок чого утворюються енергетичні зони. Основною відмінністю провідників (металів) є перекривання зони провідності із валентною зоною.

18.8.2. Емісійні та контактні явища в металах

На поверхні будь-якого металу завжди існує **поверхнева різниця потенціалів**. Причиною її виникнення є існування на поверхні металу

електронної хмаринки – вільних електронів, які утримуються йонною решіткою. Різниця потенціалів виникає між електронною хмарою, що володіє від'ємним зарядом, та позитивно зарядженими йонами кристалічної решітки. Наявністю електронної хмари пояснюється також існування характерного металічного блиску на поверхні. Для різних металів величина поверхневої різниці потенціалів знаходиться в межах 3,5-5 В.

Робота, яку необхідно виконати для подолання електроном поверхневої різниці потенціалів і видалення його з металу у вакуум, називається роботою виходу електронів з металу. Величина роботи виходу залежить від хімічної природи металів і від чистоти їх поверхні. Підібравши певним чином покриття поверхні, можна значно змінити роботу виходу. Робота виходу виражається в *електрон-вольтах (eV)*: 1 eV чисельно дорівнює роботі, яку виконують електростатичні сили при переміщенні елементарного електричного заряду між двома точками поля, різниця потенціалів між якими дорівнює 1В. Оскільки заряд електрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, то $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Електронна емісія – явище виходу електрона з поверхні металів при наданні йому кінетичної енергії, що рівна або більша від роботи виходу. В залежності від механізму передачі енергії вільним електронам розрізняють такі види емісії:

1. *Термоелектронна емісія* – випускання електронів нагрітими металами. Приклад використання – багатоелектродні електронні лампи.

2. *Фотоелектронна емісія* – емісія електронів з металу під дією електромагнітного випромінювання. Приклад використання – фотоприймачі.

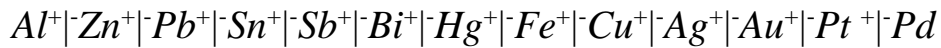
3. *Вторинна електронна емісія* – випускання електронів поверхнею металів, напівпровідників або діелектриків при бомбардуванні їх пучком електронів. Приклад використання – фотоелектронні помножувачі, які використовуються як високочутливі приймачі світлового випромінювання.

4. *Автоелектронна емісія* – емісія електронів з поверхні металів під дією сильного зовнішнього електричного поля.

Якщо привести в контакт два різних метали, то внаслідок існування різних за величиною поверхневих потенціалів, у місці контакту виникає *контактна різниця потенціалів*.

Згідно з *першим законом Вольта*, величина контактної різниці потенціалів залежить від хімічного складу металів і температури контакту.

На основі експериментальних даних Вольта склав ряд металів, у котрому кожен попередній метал в місці контакту заряджається позитивно, а кожен наступний – негативно. Отже, будь-який метал, розміщений ближче до початку ряду має меншу роботу виходу електронів (поверхневу різницю потенціалів) ніж наступний. Ряд Вольта для хімічно чистих металів має такий вигляд:



Другий закон Вольты: якщо скласти послідовно декілька металевих провідників при однаковій температурі, то різниця потенціалів між крайніми провідниками не залежить від хімічних властивостей проміжних провідників, а залежить лише від властивостей крайніх.

Існує дві причини виникнення контактної різниці потенціалів – різна робота виходу електронів з металу і різна густина електронного газу в металах.

Електрони переходять з металу з нижчим значенням роботи виходу до металу з вищим значенням. Цей процес продовжується до тих пір, поки на стику металів не виникає контактна різниця потенціалів, яка загальмовує подальшу міграцію електронів. Її величина визначається співвідношенням:

$$U'_{12} = \frac{A_1 - A_2}{e}, \quad (18.40)$$

де $A_1 > A_2$ – роботи виходу електронів з першого і другого металів відповідно, e – заряд електрона.

Електронний газ у металі створює тиск, пропорційний до концентрації електронів n і температури металу T ($p = nkT$). Якщо концентрація електронів у металах різна, то відбуватиметься перехід електронів з металу із вищим значенням електронного тиску (p_2) до металу з нижчим значенням (p_1) до тих пір, доки сила тиску, зумовлена надлишком концентрації електронного газу, не буде зрівноважена електростатичною силою, що визначається контактною різницею потенціалів. Величина контактної різниці потенціалів, зумовленої різною концентрацією електронів у металах, становить:

$$U''_{12} = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_2}{n_1}, \quad (18.41)$$

де $n_1 < n_2$ – концентрації вільних електронів у першому і другому металах відповідно, k – стала Больцмана. Отже, загальна різниця потенціалів, що виникає в області контакту двох металів буде рівна:

$$U = U'_{12} + U''_{12} = \frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_2}{n_1}. \quad (18.42)$$

Існують також термоелектричні явища, зумовлені виникненням контактної різниці потенціалів на стику двох металів.

Ефект Зеебека: в замкненому колі, що складається з двох різних металевих провідників виникає електрорушійна сила, за умови, що їхні контакти знаходяться у середовищах з різною температурою. Використовуючи рівність (18.42), отримаємо співвідношення для термо-ЕРС, що виникає у такому колі:

$$\mathcal{E} = U_1 + U_2 = \frac{k}{e} \ln \frac{n_2}{n_1} (T_1 - T_2) = \alpha (T_1 - T_2), \quad (18.43)$$

де T_1 і T_2 – температури спаїв металу, $\alpha = (k/e) \ln(n_2/n_1)$ – питома термо-ЕРС. Ця величина чисельно дорівнює електрорушійній силі, яка виникає за умови що, різниця температур контактів рівна одному кельвіну. Для різних пар металів ця величина є різною і знаходиться в межах 10^{-5} - 10^{-4} В/К. Ефект Зеебека використовується для вимірювання температур у широкому температурному діапазоні.

Ефект Пельтьє полягає в тому, що під час проходження електричного струму по колу, що складається з двох різних металевих провідників, один спай нагрівається, а інший охолоджується. Спай, у якому електрони прискорюються контактною різницею потенціалів, – нагріватиметься. В іншому спай електрони сповільнюються контактною різницею потенціалів, і тому він охолоджується.

18.8.3. Струми у рідинах. Електролітична дисоціація. Електроліз. Закони Фарадея для електролізу

Деякі рідини дуже погано проводять електричний струм (дистильована вода, гліцерин тощо). Це пояснюється тим, що в таких рідинах мало носіїв струму – йонів. **Йони** – атоми або групи атомів, в яких не вистачає або є надлишок електронів.

Якщо у рідині розчинити сіль, кислоту або луг, то така рідина стає електропровідною. Під впливом розчинника молекули розчиненої речовини розпадаються на різнойменні йони – **дисоціюють**. Отже, процес розпаду молекул розчиненої речовини на різнойменні йони називається **електролітичною дисоціацією**, а сама речовина – **електролітом**.

Внаслідок теплового руху і стикання різнойменних йонів відбувається також і зворотній процес відновлення нейтральних молекул – **рекомбінація**. При сталій температурі між цими процесами встановлюється термодинамічна рівновага.

Відношення кількості молекул, дисоційованих на іони (n'), до загальної кількості молекул розчиненої речовини (n) називається **коефіцієнтом дисоціації**:

$$\alpha = n'/n. \quad (18.44)$$

Якщо в електроліт занурити два електроди, приєднаних до джерела струму, то позитивні йони (катіони) почнуть рухатись під дією електричного поля до катода (заряд "-"), а негативні (аніони) – до анода (заряд "+"). Проходження електричного струму через електроліт супроводжується **явищем електролізу** – виділенням на електродах складових частин розчиненої речовини, а також інших речовин, що є продуктами вторинних хімічних реакцій.

Закони електролізу були експериментально встановлені Фарадеєм у тридцятих роках ХІХ століття. **Перший закон**: маса речовини, що виділя-

ється на електроді, прямо пропорційна величині заряду, який пройшов через електроліт:

$$m = kq = kIt, \quad (18.45)$$

де k – електрохімічний еквівалент – величина чисельно рівна масі речовини, що виділяється в результаті електролізу зарядом $q = 1 \text{ Кл}$, I – сила постійного струму, що проходить через електроліт протягом часу t .

Другий закон: електрохімічний еквівалент прямо пропорційний хімічному еквіваленту даної речовини:

$$k = \frac{1}{F} \frac{A}{Z} \quad (18.46)$$

де A/Z – хімічний еквівалент, який дорівнює відношенню атомної маси A речовини до її валентності Z , $F = 9,65 \cdot 10^7 \text{ Кл/кг екв}$ – число Фарадея, що чисельно рівне заряду, який має пройти через електроліт, щоб на електроді виділилась маса речовини, рівна її хімічному еквіваленту.

18.8.4 Газові розряди

Під дією йонізатора (сильний нагрів, жорстке випромінювання, потоки частинок) нейтральні молекули (атоми) газу розщеплюються на йони і вільні електрони – відбувається йонізація газу. Енергія, яку треба затратити, щоб з молекули (атома) газу вибити один електрон, називається **енергією йонізації**.

Процес, зворотний до йонізації: позитивні і негативні йони, позитивні йони і електрони, зустрічаючись, з'єднуються між собою з утворенням нейтральних атомів і молекул – називається **рекомбінацією**.

Проходження електричного струму через йонізований газ називається **газовим розрядом**. Якщо розряд існує лише за наявності зовнішніх іонізаторів, то він називається **несамостійним газовим розрядом**. Якщо ж існування розряду в газі зберігається після припинення дії зовнішнього іонізатора, то такий розряд називається **самостійним газовим розрядом**.

Розглянемо електричне коло, що містить газовий проміжок, який піддається безперервній, постійній по інтенсивності дії йонізатора. В результаті дії йонізатора газ набуває деякої провідності і в колі виникає електричний струм. Залежність цього струму від прикладеної напруги називається **вольт-амперною характеристикою** (рисунок 18.3). На ділянці OA виконується закон Ома – лінійна залежність між струмом і напругою. На ділянці AB зростання сили струму сповільнюється, а потім (ділянка BC) припиняється зовсім. В цьому випадку кількість йонів і електронів, які створюються зовнішнім іонізатором, рівна кількості йонів і електронів, що долітають до електродів і нейтралізуються на них. Струм $I_{\text{нас}}$, що відповідає ділянці BC , називається **струмом насичення** і його величина визначається потужністю йонізатора.

При подальшому збільшенні напруги **первинні** електрони (створені йонізатором) прискорюються електричним полем і у свою чергу починають ударно йонізувати молекули газу, утворюючи **вторинні** електрони і йони. Збільшення кількості електронів і йонів зростатиме і в міру їх наближення до анода матиме лавиноподібний характер. Це є причиною збільшення струму на ділянці *CD*. Описаний процес називається **ударною йонізацією**.

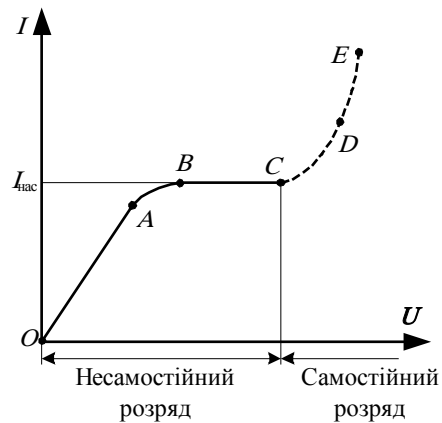


Рисунок 18.3

І, нарешті, при значних напругах між електродами газового проміжку позитивні йони, прискорені електричним полем, також набувають енергії, достатньої для йонізації молекул газу. Це породжує йонну лавину. Коли окрім електронної лавини виникає ще й йонна, сила струму росте вже практично без збільшення напруги (ділянка *DE*).

Лавиноподібне розмноження електронів і йонів призводить до того, що розряд стає самостійним, тобто зберігається після припинення дії зовнішнього йонізатора. Напруга, при якій виникає самостійний газовий розряд називається **напругою пробую**.

Залежно від тиску газу, конфігурації електродів, параметрів зовнішнього кола розрізняють чотири типи самостійного розряду:

1. **Тліючий розряд** – виникає при низькому тиску газу.
2. **Іскровий розряд** – виникає при великій напруженості електричного поля в газі, що знаходиться під тиском порядку атмосферного.
3. **Дуговий розряд** – виникає: а) якщо після запалення іскрового розряду від потужного джерела поступово зменшувати відстань між електродами; б) минаючи стадію іскри, якщо електроди (наприклад, вугільні) наближити до зіткнення, а потім розвести.
4. **Коронний розряд** – виникає при високому тиску в різко неоднорідному полі поблизу електродів з великою кривизною поверхні.

Для виникнення самостійного газового розряду необхідно, щоб концентрація і енергія вторинних йонів і електронів, що утворилися під дією йонізатора, була достатня для лавинного розмноження носіїв (число вторинних носіїв повинно перевищувати число носіїв, що покидають газовий розряд внаслідок рекомбінації або нейтралізації на поверхнях, що оточують газовий розряд).

Запитання для самопідготовки до розділів 15 – 18

1. Чому дорівнює мінімальний (елементарний) заряд?
2. Сформулюйте закон збереження заряду.

3. Як визначається сила взаємодії між точковими електричними зарядами?
4. Який фізичний зміст має діелектрична проникність середовища?
5. Що називається напруженістю електричного поля?
6. В яких одиницях вимірюється напруженість електричного поля?
7. Що називається лінією напруженості електричного поля?
8. Що називається потоком вектора напруженості електричного поля через деяку поверхню?
9. Сформулюйте принцип суперпозиції електростатичних полів.
10. Сформулюйте теорему Остроградського-Гауса.
11. Чому дорівнює робота по перенесенню заряду в електричному полі?
12. Дайте визначення потенціалу електростатичного поля.
13. Які поверхні в електричному полі називаються екіпотенціальними?
14. Як зв'язані між собою потенціал і напруженість електричного поля?
15. Чому дорівнює напруженість електричного поля нескінченної рівномірно зарядженої площини?
16. Чому дорівнює напруженість електричного поля між двома нескінченними рівномірно зарядженими площинами?
17. Чому дорівнює напруженість електричного поля рівномірно зарядженої сферичної поверхні?
18. Чому дорівнює напруженість електричного поля нескінченної рівномірно зарядженої нитки (дротини)?
19. Які типи діелектриків і види їх поляризації вам відомі?
20. Який фізичний зміст має вектор поляризації діелектрика?
21. Що характеризує діелектрична сприйнятливність речовини?
22. Як визначається вектор індукції (зміщення) електростатичного поля?
23. Які речовини називаються сегнетоелектриками?
24. Які речовини називаються п'єзоелектриками?
25. Як визначається ємність відокремленого провідника?
26. Чому дорівнює ємність плоского конденсатора?
27. Чому дорівнює енергія електричного поля окремого провідника?
28. Чому дорівнює об'ємна густина енергії електричного поля?
29. Чому дорівнює сила і густина електричного струму?
30. Що називається електрорушійною силою (ЕРС) джерела струму?
31. Що називається напругою на ділянці кола?
32. Як залежить опір провідника від його геометричних розмірів?
33. Як визначають роботу електричного струму?
34. Запишіть закон Ома для замкнутого кола.
35. Сформулюйте правила Кірхгофа для розгалужених електричних кіл.
36. Сформулюйте закони Вольта для контактних явищ у провідниках.
37. Сформулюйте закони Фарадея для явища електролізу.
38. Назвіть основні види газових розрядів.

Приклади розв'язування типових задач до розділів 15 – 18

Задача 1. Дві кульки масою по $0,2$ г підвішені на тонких шовкових нитках довжиною $0,5$ м кожна так, що їх поверхні торкаються одна одної. Після того, як кульки зарядили однаковими за величиною електричними зарядами, вони відштовхнулися одна від одної і розійшлися на відстань $r = 5$ см між їх центрами. Визначити величину заряду кожної з кульок (рисунок 1). Для повітря взяти: $\varepsilon = 1$, $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м

Розв'язання. Коли кульки розійдуться, на кожну з них діятимуть дві сили: сила ваги $P = mg$ і кулонівська сила відштовхування F . Рівнодіюча цих двох сил N зрівноважиться силою натягу нитки T . Враховуючи, що кут α малий, можемо записати

$$\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \quad \text{або} \quad \frac{F}{P} = \frac{r}{2l}.$$

Звідси визначимо кулонівську силу відштовхування кульок:

$$F = \frac{Pr}{2l} = \frac{mgr}{2l} = \frac{0,2 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot 0,05}{2 \cdot 0,5} = 9,8 \cdot 10^{-5} \text{ Н}.$$

За законом Кулона $F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 r^2}$, звідки:

$$q = 2r \sqrt{\pi F \varepsilon_0} = 2 \cdot 0,05 \sqrt{3,14 \cdot 9,8 \cdot 10^{-5} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \approx 5,2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}.$$

Задача 2. В простір між пластинами плоского конденсатора влітає електрон з швидкістю $3 \cdot 10^7$ м/сек. Вектор швидкості електрона паралельний пластинам конденсатора. Довжина пластин конденсатора 4 см, відстань між пластинами 1 см. На конденсатор подано постійну різницю потенціалів 200 в. Визначити, на скільки зміститься електрон при виході з простору між пластинами від прямої, вздовж якої він рухався б у незарядженому конденсаторі. Зміщення електрона під впливом сили земного тяжіння не враховуємо.

Розв'язання. Сила електричного поля в проміжку між пластинами конденсатора діє на електрон у вертикальному напрямі і тому не може змінити руху електрона в горизонтальному напрямі вздовж пластин. Отже, в цьому напрямі він рухатиметься рівномірно з швидкістю v , з якою він влітає в конденсатор. Звідси визначається час прольоту електрона через конденсатор:

$$t = L/v, \quad (1)$$

де L – довжина пластин конденсатора. У вертикальному напрямі на електрон діє сила $F = eE$, де e – заряд електрона і E – напруженість поля в кон-

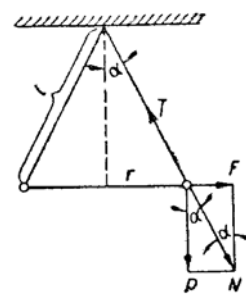


Рисунок 1

денсаторі, яка дорівнює $E = U/d$, причому d – відстань між пластинами, U – різниця потенціалів між ними.

Сила F створює прискорення електрона $a = F/m$. Підставивши значення сили F і напруженості поля E із попередніх співвідношень, одержимо для прискорення:

$$a = \frac{eE}{m} = \frac{eU}{md}. \quad (2)$$

Оскільки у вертикальному напрямі рух буде рівноприскореним з початковою швидкістю, що дорівнює нулеві, то за час t в цьому напрямі буде пройдено шлях $s = at^2/2$. Після підстановки в дане співвідношення знайдених із рівностей (1, 2) значень a і t одержимо:

$$s = \frac{eUE}{2md} \cdot \frac{L^2}{v^2}.$$

Підставивши сюди числові значення, дістанемо

$$s = \frac{1}{2} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 200 \text{ В} \cdot 0,04^2 \text{ м}^2}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 0,01 \text{ м} \cdot 9 \cdot 10^{14} \text{ м}^2 / \text{с}^2} \approx 0,003 \text{ м} = 0,3 \text{ см}.$$

Задача 3. Для порівняння ємностей двох конденсаторів C_1 і C_2 їх зарядили відповідно до напруг $U_1 = 300 \text{ В}$ і $U_2 = 100 \text{ В}$, після чого з'єднали їх паралельно. При цьому різниця потенціалів між обкладками конденсаторів становила 250 В . Знайти відношення ємностей C_1/C_2 .

Розв'язання. Заряди, надані конденсаторам при зарядці, відповідно рівні: $q_1 = C_1 U_1$ і $q_2 = C_2 U_2$. При з'єднанні конденсаторів паралельно загальний заряд залишиться незмінним, а загальна ємність дорівнюватиме сумі ємностей, тобто

$$q_1 + q_2 = (C_1 + C_2)U.$$

Підставивши значення q_1 і q_2 , дістанемо

$$C_1 U_1 + C_2 U_2 = (C_1 + C_2)U, \text{ звідки } \frac{C_1}{C_2} = \frac{U - U_2}{U_1 - U} = \frac{250 - 100}{300 - 250} = 3.$$

Задача 4. Гальванічний елемент був замкнений опором $3,75 \text{ Ом}$ і при цьому в колі встановилася сила струму $0,5 \text{ А}$. Коли зовнішній опір кола збільшився до $4,75 \text{ Ом}$, то сила струму зменшилася до $0,4 \text{ А}$. Визначити електрорушійну силу і внутрішній опір елемента.

Розв'язання. Позначивши силу струму і зовнішній опір при першому замиканні кола через I_1 і R_1 а при другому – через I_2 і R_2 , можемо за законом Ома записати:

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + r} \text{ і } I_2 = \frac{E}{R_2 + r}.$$

Розділивши перше рівняння на друге, одержимо:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2 + r}{R_1 + r}.$$

Звідси внутрішній опір гальванічного елемента:

$$r = \frac{I_2 R_2 - I_1 R_1}{I_1 - I_2} = 0,25 \text{ Ом}.$$

Електрорушійна сила джерела струму:

$$E = I_1 (R_1 + r) = 2 \text{ В}.$$

Задача 5. Знайти опір R розгалуження провідників між точками A і B (рис. 2,а), якщо кожний з провідників, що входять до розгалуження, має опір r .

Розв'язання. Дане розгалуження можна розглядати як складене з трьох окремих віток (рис. 2,б).

Опір центральної частини верхньої вітки обчислюємо як опір паралельно з'єднаних провідників:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{r} + \frac{1}{2r} = \frac{3}{2r}, \text{ звідки } R_1 = \frac{2r}{3}.$$

Повний опір верхньої вітки:

$$2r + \frac{2}{3}r = \frac{8}{3}r.$$

Такий же опір має і нижня вітка. Центральна вітка має опір $2r$. Всі розглянуті вітки з'єднані паралельно, тому загальний опір розгалуження знаходимо так:

$$\frac{1}{R} = 2 \cdot \frac{1}{(8/3)r} + \frac{1}{2r} = \frac{10}{8r}, \text{ звідки } R = 0,8 \cdot r.$$

Задача 6. Сила електричного струму в металевому провіднику з поперечним перерізом $S = 0,5 \text{ см}^2$ дорівнює $I = 3 \text{ А}$. Визначити середню швидкість v напрямленого руху електронів вздовж провідника, якщо 1 см^3 металу містить $n = 4 \cdot 10^{22}$ вільних електронів.

Розв'язання. Виділимо ділянку провідника, довжина якої чисельно дорівнює середній швидкості напрямленого руху електронів. Об'єм цієї частини провідника становить vS . Число вільних електронів в цьому об'ємі nvS , їх заряд $q = nvSe$. Всі вільні електрони за проміжок часу $\Delta t = 1 \text{ с}$ потраплятимуть з об'єму A в об'єм B , пройшовши через поперечний переріз провідника. Отже, сила струму в колі буде рівна

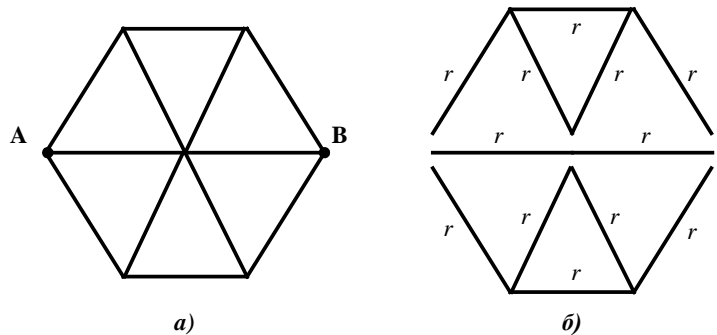


Рисунок 2

$$I = \frac{q}{t} = n v S e .$$

$$\text{Звідки } v = \frac{I}{n S e} = \frac{3 \text{ А}}{4 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3} \cdot 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}} \approx 0,94 \cdot 10^{-5} \text{ м/с} .$$

Задача 7. Дві спіралі з константану і нікеліну з'єднані паралельно. Довжини дротів спіралей відносяться як $l_1:l_2=15:14$, площі їх перерізів відносяться як $S_1:S_2=5:4$. Спіралі опущено в два однакові калориметри, що містять однакову кількість води, і після пропускання протягом однакового часу струму через спіралі вода в обох калориметрах нагрілася на однакове число градусів. Обчислити відношення питомих опорів константану і нікеліну.

Розв'язання. На основі закону Джоуля-Ленца $Q_1 = I_1^2 R_1 t$ і $Q_2 = I_2^2 R_2 t$,

звідки:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{I_1}{I_2} \right)^2 \frac{R_1}{R_2} . \quad (1)$$

За умовою $Q_1/Q_2 = 1$.

Спіралі з'єднані паралельно, тому $I_1 R_1 = R_2 I_2$, або $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$, а звідси з

використанням рівності (1) отримаємо співвідношення між опорами спіралей:

$$R_2/R_1 = 1 .$$

$$\text{Оскільки } R_1 = \rho_1 \frac{l_1}{S_1} \text{ і } R_2 = \rho_2 \frac{l_2}{S_2}, \text{ то } \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{l_2 S_1}{l_1 S_2} \approx 1,16 .$$

Розділ 19. Магнітне поле

19.1. Основні властивості магнітного поля

В XIX столітті дослідним шляхом були встановлені закони взаємодії між постійними магнітами і провідниками, по яких пропускався електричний струм. Досліди показали, що подібно до того, як у просторі, що оточує електричні заряди, виникає електростатичне поле, так і в просторі, що оточує струми або постійні магніти, виникає силове поле, яке називається *магнітним*.

Було встановлено два експериментальні факти:

- 1) *магнітне поле діє на заряди, що рухаються;*
- 2) *заряди, що рухаються, є джерелом магнітного поля.*

Цим магнітне поле істотно відрізняється від електростатичного, яке діє як на ті заряди, що рухаються, так і на нерухомі. *Магнітне поле не діє на заряди, що знаходяться у стані спокою в даній системі координат.*

Аналогічно до того, як при дослідженні електростатичного поля використовувався точковий пробний заряд, при дослідженні магнітного поля

використовується *замкнутий плоский контур зі струмом*, лінійні розміри якого малі в порівнянні з відстанню до струмів або постійних магнітів, що створюють досліджуване магнітне поле.

Орієнтація контура в просторі характеризується напрямом нормалі n до контура (рис. 19.1). За позитивний напрям нормалі приймається напрям, пов'язаний зі струмом **правилом правого гвинта**: за позитивний напрям нормалі приймається напрям поступального руху правого гвинта, при його обертанні у напрямку струму, що протікає в рамці.

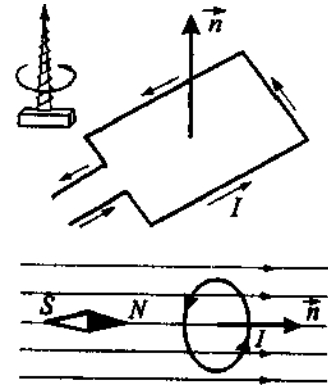


Рисунок 19.1

Магнітне поле здійснює на рамку зі струмом орієнтуючу дію, розвертаючи її певним чином. Ця властивість використовується для вибору *напрямку магнітного поля*.

За напрям магнітного поля в даній точці приймається напрям, уздовж якого розташовується позитивна нормаль до вільно підвішеної рамки зі струмом, або напрям сили, що діє на північний полюс (N) магнітної стрілки, поміщеної в дану точку поля.

19.2. Вектор магнітної індукції

Для замкнутого плоского контура зі струмом I вводиться векторна фізична величина – **магнітний момент струму** \vec{p}_m , що визначається співвідношенням:

$$\vec{p}_m = I \cdot S \vec{n}, \quad (19.1)$$

де S – площа поверхні, обмежена контуром зі струмом, \vec{n} – одиничний вектор нормалі до поверхні контура (рамки зі струмом).

На контур зі струмом у магнітному полі діє обертаючий момент сил таким чином, щоб напрям нормалі до контура співпадав з напрямом магнітного поля (рис. 19.2). Обертаючий момент сил максимальний, якщо вектор \vec{n} перпендикулярний до напрямку поля. Якщо в дану точку поля поміщати контури з різними магнітними моментами, то моменти сил, що діють на них, будуть різними. Однак, відношення максимального обертаючого моменту \vec{M}_{\max} , що діє на контур, до його магнітного моменту \vec{p}_m є величина стала для даної точки поля. Отже, цю величину можна використовувати, як силову характеристику магнітного поля:

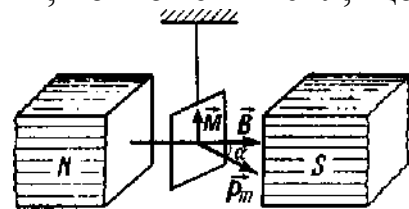


Рисунок 19.2

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m}. \quad (19.2)$$

Цю величину називають **індукцією магнітного поля**. В загальному випадку обертаючий момент сил, що діє на рамку зі струмом у магнітному

полі, визначається векторним добутком $\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]$. Або, згідно з визначенням векторного добутку у скалярній формі:

$$M = p_m B \sin \alpha, \quad (19.3)$$

де α – кут між векторами \vec{p}_m і \vec{B} .

Аналогічно до того, як силовою характеристикою електростатичного поля є вектор напруженості \vec{E} , який чисельно дорівнює силі, що діє на одиничний пробний заряд, **силовою характеристикою магнітного поля є вектор магнітної індукції \vec{B}** , що чисельно дорівнює максимальному обертаючому моменту, який діє на рамку з магнітним моментом, рівним одиниці у випадку, коли нормаль до рамки перпендикулярна до напрямку поля.

Графічно магнітне поле, як і електричне, зображають за допомогою **ліній магнітної індукції** – ліній, дотичні до яких в кожній точці співпадають з напрямком вектора \vec{B} . Лінії магнітної індукції *завжди замкнуті* і охоплюють провідники із струмом, в той час, як лінії електростатичного поля – розімкнені (вони починаються на позитивних і закінчуються на негативних зарядах).

Надалі ми розрізнятимемо **макроскопічні струми**, тобто електричні струми, що протікають у провідниках в електричних контурах, і **мікроскопічні струми**, зумовлені рухом електронів в атомах і молекулах. Наявністю цих мікрострумів визначаються магнітні властивості середовища. Намагніченість постійних магнітів є наслідком існування в них мікрострумів.

Зовнішнє магнітне поле здійснює орієнтуючу дію на мікроструми середовища. Наприклад, якщо поблизу якогось тіла помістити провідник із струмом (або постійний магніт), то під дією зовнішнього магнітного поля мікроструми у всіх атомах тіла певним чином орієнтуються, створюючи в ньому *додаткове* магнітне поле.

Вектор магнітної індукції \vec{B} характеризує *результуюче* магнітне поле, створюване всіма макро- і мікрострумами. Тому, при одному і тому ж значенні зовнішнього поля, вектор \vec{B} в різних середовищах матиме різні значення.

Магнітне поле макроструму описується **вектором напруженості** магнітного поля \vec{H} . В середовищі магнітне поле макрострумів посилюється за рахунок поля мікрострумів. Для однорідного ізотропного середовища вектор магнітної індукції зв'язаний з вектором напруженості магнітного поля співвідношенням:

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}, \quad (19.4)$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ – магнітна постійна, μ – **магнітна проникність середовища**, безрозмірна величина, що показує, в скільки разів магнітне поле \vec{H} посилюється за рахунок поля мікрострумів середовища.

Вектор магнітної індукції \vec{B} – аналог вектора напруженості електростатичного поля \vec{E} . Ці величини визначають силову дію цих полів і залежать від властивостей середовища. Аналогом вектора електричної індукції (зміщення) \vec{D} є вектор напруженості \vec{H} магнітного поля.

Для магнітного поля, як і для електричного, **справедливий принцип суперпозиції**: *магнітна індукція результуючого поля, створеного декількома струмами або рухомими зарядами, дорівнює векторній сумі магнітних індукцій полів, що створюються кожним струмом (рухомим зарядом) зокрема.*

19.3. Закон Біо-Савара-Лапласа

Французькі вчені Ж. Біо та Ф. Савар (1820 р.) досліджували магнітні поля, що створювались провідниками довільної форми зі струмом. Їхньою метою було встановлення універсального закону, який би дозволяв визначити індукцію в довільній точці магнітного поля, створеного електричним струмом, що протікає по провіднику довільної форми. Узагальнити експериментальні дані їм допоміг відомий французький математик П. Лаплас. В універсальній формі може бути записана індукція магнітного поля, що створюється нескінченно коротким елементом провідника $d\vec{l}$. Щоб знайти повну індукцію магнітного поля в даній точці, необхідно провести інтегрування по всій довжині провідника.

Елемент провідника $d\vec{l}$ зі струмом I створює в деякій точці A індукцію магнітного поля:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (19.5)$$

де \vec{r} – радіус-вектор, проведений від елемента провідника $d\vec{l}$ до точки A , в якій визначається індукція поля; $[d\vec{l}, \vec{r}]$ – векторний добуток цих двох векторів (рис. 19.3). Згідно з визначенням векторного добутку, модуль вектора $d\vec{B}$ визначається виразом:

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}, \quad (19.6)$$

де α – кут між векторами $d\vec{l}$ і \vec{r} . Вектор $d\vec{B}$ перпендикулярний до обох векторів $d\vec{l}$ і \vec{r} і співпадає з дотичною до лінії магнітної індукції. Всі лінії магнітної індукції, породженої елементом провідника $d\vec{l}$, є колами, центри яких лежать на прямій, що є продовженням вектора $d\vec{l}$ (рис. 19.3). Використовуючи закон

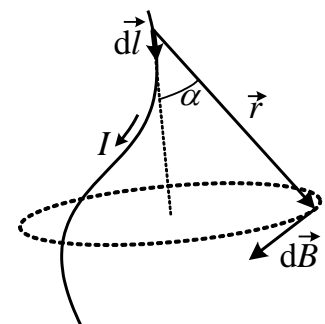


Рисунок 19.3

Біо-Савара-Лапласа (19.5) та (19.6) можна знайти вирази для індукції (напруженості) магнітного поля навколо провідників зі струмом правильної геометричної форми. Розглянемо найпростіші випадки.

19.3.1. Магнітне поле прямого струму

Струм протікає по прямому провіднику нескінченної довжини. Визначимо індукцію магнітного поля в точці, що знаходиться на відстані R від цього провідника. За змінну інтегрування виберемо кут α . Тоді, використовуючи нескладні перетворення, очевидні з геометрії рисунка 19.4:

$$r = \frac{R}{\sin \alpha}; \quad l = r \cos \alpha \Rightarrow dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha} = \frac{R d\alpha}{\sin^2 \alpha}, \quad \text{із рівності (19.6)}$$

одержимо:

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \sin \alpha d\alpha. \quad (19.7)$$

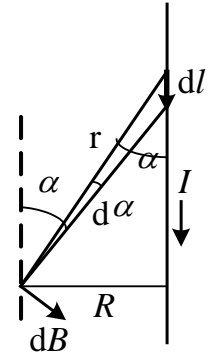


Рисунок 19.4

Кут α для всіх елементів прямого провідника нескінченної довжини змінюється від 0 до π . Згідно з принципом суперпозиції, повна індукція магнітного поля:

$$B = \int dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{R} = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi R}. \quad (19.8)$$

Або, згідно з рівністю (19.4), для напруженості магнітного поля одержимо:

$$H = \frac{I}{2\pi R}. \quad (19.9)$$

У випадку провідника скінченної довжини відповідні співвідношення мають вигляд:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad H = \frac{I}{4\pi R} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad (19.10)$$

де α_1 і α_2 – кути між вектором $d\vec{l}$ і векторами \vec{r}_1 та \vec{r}_2 відповідно. Вектори \vec{r}_1 і \vec{r}_2 направлені від кінців провідника до точки, в якій визначаються характеристики поля. Вирази (19.10) переходять у формули (19.8) і (19.9) за умови, що $\alpha_1 = 0$ і $\alpha_2 = \pi$.

19.3.2. Магнітне поле в центрі колового струму

Струм протікає по коловому провіднику радіусом R . В даному випадку, як і в попередньому, додавання векторів $d\vec{B}$ можна замінити додаванням їх модулів. Враховуючи $\sin \alpha = 1$ і $r = R$, із (19.6) одержимо:

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} dl, \quad \text{звідки: } B = \int dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} 2\pi R = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}, \quad \text{а } H = \frac{I}{2R}.$$

Можна також показати, що на відстані d від центру витка зі струмом уздовж його осі магнітне поле буде визначатися рівностями:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(\sqrt{R^2 + d^2})^3}, \quad H = \frac{IR^2}{2(\sqrt{R^2 + d^2})^3}. \quad (19.11)$$

Напруженість магнітного поля, що створюється коловим струмом, на великій відстані від витка $d \gg R$ буде:

$$H = \frac{IR^2}{2d^3} = \frac{2I\pi R^2}{4\pi d^3} = \frac{2IS}{4\pi d^3} = \frac{p_m}{2\pi d^3}, \quad (19.12)$$

де $p_m = IS$ – магнітний момент витка зі струмом. Порівняємо дане співвідношення з формулою для індукції електричного поля на осі диполя з дипольним моментом p_e (див. п. 16.10.1 та рис. 19.5):

$$D = \varepsilon\varepsilon_0 E = \frac{p_e}{2\pi r^3}. \quad (19.13)$$

Очевидна подібність цих формул пояснює, чому часто говорять, що контур зі струмом подібний за своїми властивостями до електричного диполя.

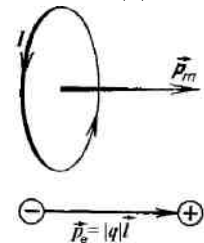


Рисунок 19.5

19.4. Закон Ампера

Дія магнітного поля на рамку зі струмом – це частковий випадок дії магнітного поля на провідник зі струмом. Ампер встановив, що сила $d\vec{F}$, з якою магнітне поле діє на елемент провідника зі струмом довжиною dl , що знаходиться в магнітному полі, дорівнює:

$$d\vec{F} = I [d\vec{l}, \vec{B}], \text{ або в скалярній формі: } dF = BI \cdot dl \sin \alpha, \quad (19.14)$$

де $d\vec{l}$ – вектор рівний за абсолютною величиною довжині елемента dl і такий, що співпадає за напрямом зі струмом, \vec{B} – вектор магнітної індукції, α – кут між векторами \vec{B} і $d\vec{l}$.

Напрямок сили Ампера визначається за **правилом лівої руки**: якщо долоню лівої руки розмістити так, щоб в неї входив вектор \vec{B} , а чотири витягнуті пальці розмістити вздовж напрямку струму в провіднику, то відігнутий під прямим кутом великий палець покаже напрям дії сили Ампера.

Закон Ампера можна застосувати для визначення сили взаємодії двох струмів. Два паралельні провідники зі струмами I_1 та I_2 , що знаходяться на відстані R один від одного, притягуються, якщо струми мають однаковий напрям, і відштовхуються, якщо струми мають протилежний напрям. Напрямок дії сил можна визначити, користуючись правилом лівої руки (рис. 19.6). Ви-

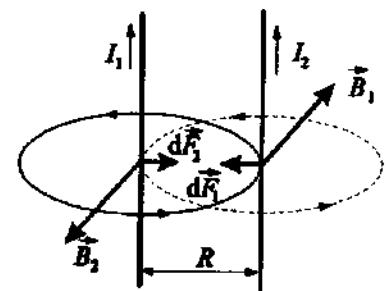


Рисунок 19.6

користовуючи рівності (19.8) для індукції магнітного поля прямого струму і (19.14) – сили Ампера, для сили, з якою взаємодіють між собою елементи двох паралельних провідників довжиною dl одержимо:

$$dF = dF_1 = dF_2 = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R} dl. \quad (19.15)$$

19.5. Магнітна постійна

В системі СІ одиницею вимірювання сили струму є **ампер** – разом з кілограмом, метром і секундою належить до основних фізичних одиниць. Згідно визначенням *один ампер – сила постійного струму, який, проходячи по двох паралельних прямолінійних провідниках нескінченної довжини і безмежно малого поперечного перерізу, що розташовані на відстані 1 метр один від одного у вакуумі, призводить до сили взаємодії між цими провідниками $F = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Н}$ на кожен метр довжини.*

Сила взаємодії, що припадає на одиницю довжини провідника, згідно з (19.15):

$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R}.$$

Тоді, враховуючи, що для вакууму $\mu = 1$, і згідно з визначенням $I_1 = I_2 = 1 \text{ А}$, $R = 1 \text{ м}$, одержимо для магнітної постійної:

$$\mu_0 = \frac{dF}{dl} \cdot 2\pi = 2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-7} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{А}^2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}},$$

де *генрі (Гн)* – одиниця індуктивності – буде визначена пізніше.

Визначимось із одиницями вимірювання силових характеристик магнітного поля – магнітної індукції і напруженості. У випадку, коли елемент провідника $d\vec{l}$ перпендикулярний до напрямку магнітного поля \vec{B} , згідно з законом Ампера магнітна індукція визначається рівністю:

$$B = \frac{dF}{Idl}.$$

Тому, одиниця магнітної індукції B – **тесла (Тл)** – це магнітна індукція такого однорідного магнітного поля, яке діє з силою 1 Н на кожний метр довжини прямолінійного провідника, розташованого перпендикулярно до напрямку поля, якщо по цьому провіднику протікає струм 1 А: $1 \text{ Тл} = 1 \text{ Н}/(\text{А} \cdot \text{м})$.

З формули (19.4) для зв'язку між індукцією і напруженістю магнітного поля ($\mu = 1$ у вакуумі) отримаємо: $H = B/\mu_0 = \left[\frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} \cdot \frac{\text{А}^2}{\text{Н}} \right] = \left[\frac{\text{А}}{\text{м}} \right]$.

Одиниця напруженості магнітного поля H – **ампер на метр (А/м)** – напруженість такого поля, індукція якого у вакуумі дорівнює $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Тл}$.

19.6. Магнітне поле рухомого заряду. Сила Лоренца

Провідник зі струмом створює навколо себе магнітне поле. Електричний струм – це впорядкований напрямлений рух електричних зарядів. Тому, сила струму, що створюється рухомих точковим зарядом q , що рухається з постійною нерелятивістською швидкістю v ($v \ll c$): $I = q/dt = qv/dl$, де dl – відстань, яку пробігає заряд за проміжок часу dt . За аналогією з законом Біо-Савара-Лапласа, магнітне поле B навколо рухомого точкового заряду:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}, \text{ в скалярній формі } dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{qv}{r^2} \sin \alpha, \quad (19.16)$$

де r – радіус-вектор, проведений від заряду q до точки спостереження, α – кут між векторами \vec{v} і \vec{r} .

Так само як і на провідник зі струмом, магнітне поле діє і на окремий заряд, що рухається в цьому полі. Сила, яка діє на рухомий електричний заряд q в магнітному полі з індукцією B , називається силою **Лоренца**:

$$F_{\perp} = BI \cdot dl \sin \alpha = B \frac{qv}{dl} dl \sin \alpha = Bqv \sin \alpha, \quad (19.17)$$

або у векторній формі: $d\vec{F}_{\perp} = q[\vec{v}, \vec{B}]$. Напрямок дії сили Лоренца, як і сили Ампера, визначається за *правилом лівої руки*. Однак при цьому слід пам'ятати, що за напрям струму вибирається напрям руху позитивних зарядів. Тому, для негативних зарядів, чотири витягнуті пальці лівої руки слід розташувати в напрямі, протилежному до вектора швидкості (рис. 19.7).

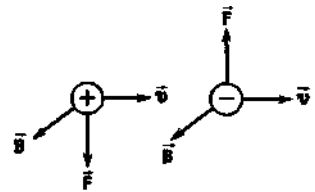


Рисунок 19.7

Сила Лоренца завжди перпендикулярна до швидкості руху зарядженої частинки. Тому вона змінює лише напрям цієї швидкості, не змінюючи її абсолютної величини. Отже, сила Лоренца не змінює кінетичної енергії частинки і тому не виконує роботи з переміщення частинки.

Постійне магнітне поле не виконує роботи над рухомою зарядженою частинкою і кінетична енергія цієї частинки при русі в магнітному полі не змінюється за величиною.

Рух заряду, на який окрім магнітного поля з індукцією \vec{B} діє і електричне поле з напруженістю \vec{E} , описується **формулою Лоренца**:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}]$$

19.7. Рух заряджених частинок в магнітному полі

Вважаємо, що магнітне поле *однорідне* і на рухомі частинки не діють електричні поля. Розглянемо три можливі випадки:

1. Заряджена частинка рухається в магнітному полі уздовж ліній магнітної індукції (кут α між векторами \vec{v} і \vec{B} рівний 0 або π). Сила Ло-

ренца у цьому випадку, згідно з (19.17), дорівнює нулю. Отже магнітне поле на частинку не діє і вона рухається *рівномірно і прямолінійно*.

2. Заряджена частинка рухається в магнітному полі перпендикулярно до ліній магнітної індукції (кут $\alpha = \pi/2$). Сила Лоренца $F = qvB$ постійна за величиною і в довільний момент часу перпендикулярна до траєкторії. У цьому випадку частинка рухатиметься по колу радіусом R з доцентровим прискоренням $a_n = v^2/R$. Згідно з другим законом Ньютона, можемо записати: $qvB = mv^2/R$. Звідки для радіуса траєкторії і періоду обертання частинки отримаємо:

$$R = \frac{mv}{qB}, \quad T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}. \quad (19.18)$$

3. Заряджена частинка рухається під довільним кутом α до ліній індукції. У цьому випадку рух частинки можна представити у вигляді суми (суперпозиції) двох рухів (рис. 19.8):

а) рівномірного прямолінійного руху уздовж поля із швидкістю $v_{\parallel} = v \cos \alpha$;

б) рівномірного руху по колу в площині, перпендикулярній до ліній індукції, з лінійною швидкістю $v_{\perp} = v \sin \alpha$. Сумарний рух буде рухом по спіралі, вісь якої паралельна магнітному полю. Крок і радіус гвинтової лінії визначаються рівняннями:

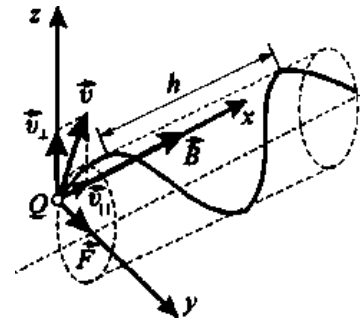


Рисунок 19.8

$$h = Tv_{\parallel} = vT \cos \alpha, \quad R = \frac{mv_{\perp}}{qB}, \quad (19.19)$$

де T – період обертання частинки, що визначається рівнянням (20.18). Якщо магнітне поле неоднорідне і заряджена частинка рухається під кутом до ліній магнітного поля в напрямку зростання поля, то величини R і h зменшуються з ростом індукції поля B . На цьому ґрунтується метод фокусування заряджених частинок магнітним полем.

19.8. Ефект Хола

Ефект Хола полягає у виникненні електричного поля в напрямку, перпендикулярному до напрямку електричного струму в провіднику (або напівпровіднику), розміщеному в зовнішньому магнітному полі, що також є перпендикулярним до струму (рис. 19.8). Ефект Хола – це наслідок дії сили Лоренца на рухомі носії струму. Напруженість електричного поля що встановлюється в провіднику:

$$E = RBj \sin \alpha, \quad (19.20)$$

де R – постійна Хола, α – кут між векторами \vec{j} і \vec{B} .

Якщо металева пластинка зі струмом розташована в магнітному полі, перпендикулярному до струму (рис. 19.9), то внаслідок дії сили Лоренца концентрація носіїв струму – електронів біля верхнього краю пластинки буде підвищуватись а біля нижнього – зменшуватись. Стационарний розподіл зарядів буде досягнутий тоді, коли дія наведеного в такий спосіб електричного поля зрівноважить дію сили Лоренца: $eE = e\Delta\varphi/h = evB$, або $\Delta\varphi = vBh$, де h – товщина пластинки, e – заряд електрона, $\Delta\varphi$ – *поперечна (холівська) різниця потенціалів*.

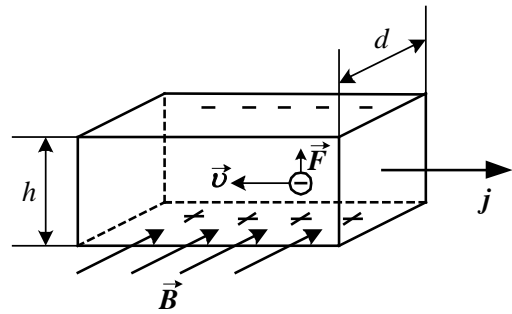


Рисунок 19.9

Використовуючи зв'язок між силою струму в металі, концентрацією вільних носіїв n_0 (електронів) і їх швидкістю впорядкованого руху v (19.6), одержимо:

$$\Delta\varphi = \frac{I}{n_0 e S} B h = \frac{I}{n_0 e d h} B h = \frac{1}{n_0 e} \frac{I B}{d} = R \frac{I B}{d}, \quad (19.21)$$

де $S = dh$ – площа поперечного перетину пластинки товщиною h і шириною d , $R = \frac{1}{n_0 e}$ – постійна Хола. Знак постійної Хола співпадає зі знаком носіїв струму, тому ефект Хола використовують для визначення природи носіїв струму в речовинах і визначення їх концентрації.

19.9. Циркуляція вектора напруженості магнітного поля \vec{H}

Циркуляцією вектора \vec{H} вздовж заданого замкнутого контура L називається наступний інтеграл вздовж цього контура:

$$\int_L \vec{H} d\vec{l} = \int_L H_l dl \quad (19.22)$$

де $d\vec{l}$ – елемент довжини контура, направлений уздовж напрямку обходу; $H_l = H \cos \alpha$ – складова вектора \vec{H} в напрямку дотичної до контура з урахуванням напрямку обходу;

α – кут між векторами \vec{H} і $d\vec{l}$ в даній точці контура.

Розглянемо приклад магнітного поля, що створюється нескінченним прямолінійним провідником зі струмом. Замкнутий контур, що охоплює такий провідник, представимо у вигляді кола радіусом r , центр якого співпадає з провідником. В кожній точці цього кола вектор \vec{H} однако-вий за абсолютною величиною $H = I/2\pi R$ (19.10) і направ-

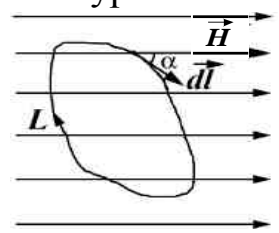


Рисунок 19.10



Рисунок 19.11

лений вздовж дотичної до кола. Тому циркуляція вектора \vec{H} вздовж цього контура:

$$\oint_L H_l dl = \oint_L H dl = H \oint_L dl = \frac{I}{2\pi r} 2\pi r = I. \quad (19.23)$$

Аналогічно можна показати, що у випадку, коли замкнутий контур охоплює декілька струмів, циркуляція вектора \vec{H} вздовж цього контура дорівнює сумі цих струмів. Отже, сформулюємо *теорему про циркуляцію вектора \vec{H}* (закон повного струму для магнітного поля у вакуумі): **циркуляція вектора \vec{H} уздовж довільного замкнутого контуру дорівнює алгебраїчній сумі струмів, охоплених цим контуром:**

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \oint_L H_l dl = \sum_{k=1}^n I_k, \quad (19.24)$$

де n – число провідників зі струмами, охоплених контуром L довільної форми. Слід пам'ятати, що струми, які протікають у протилежних напрямках відносно контура, слід додавати з різними знаками.

Порівняємо вирази для циркуляцій векторів \vec{E} і \vec{H} :

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0, \quad \oint_L \vec{H} d\vec{l} = \sum_{k=1}^n I_k.$$

Принципова відмінність між цими формулами полягає в тому, що циркуляція вектора \vec{E} електростатичного поля завжди дорівнює нулю. Таке поле є **потенційним**. Циркуляція вектора \vec{H} магнітного поля не рівна нулю. Таке поле називається **вихровим** або соленоїдальним.

З урахуванням того, що сила струму I через поверхню S , охоплену контуром L , є потоком вектора густини струму через цю поверхню, (19.3), теорема про циркуляцію вектора \vec{H} матиме вигляд:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{j} d\vec{S}. \quad (19.25)$$

19.9.1. Магнітне поле соленоїда

Соленоїдом називається згорнутий у спіраль ізольований провідник, по якому тече електричний струм. Розглянемо соленоїд завдовжки l , що має N витків. Циркуляція вектора \vec{H} вздовж замкнутого контура $ABCD$, що охоплює всі N витків, рівна: $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = N \cdot I$. У середині соленоїда поле однорідне ($H_l = H$), тому і напруженість магнітного поля всередині нескінченного соленоїда:

$$H = \frac{N \cdot I}{l} = N_0 I, \quad (19.26)$$

де $N_0 = N/l$ – концентрація витків, або кількість

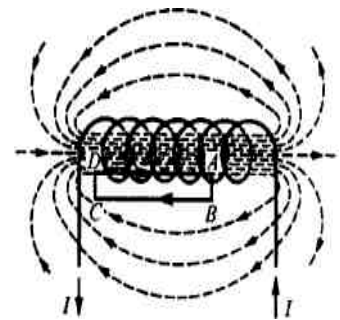


Рисунок 19.12

витків на одиницю довжини соленоїда.

19.9.2. Магнітне поле тороїда

Тороїдом називається кільцева спіраль з витками, намотаними на осердя, що має форму тора. Якщо по такому спіральному провіднику тече струм, то усередині нього магнітне поле є однорідним, а зовні воно практично відсутнє.

Лінії напруженості магнітного поля, як впливає з міркувань симетрії, є колами, центри яких розташовані на осі тороїда. Замкнутий контур може бути одним із таких кіл радіусом r , що проходить всередині тороїда. Згідно з теоремою про циркуляцію $H2\pi r = N \cdot I$, де N – число витків тороїда. Звідси для напруженості магнітного поля всередині тороїда:

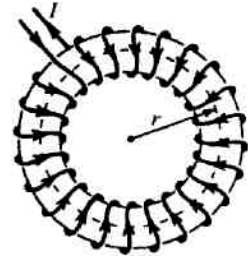


Рисунок 19.13

$$H = \frac{N \cdot I}{2\pi r}. \quad (19.27)$$

19.10. Потік вектора магнітної індукції

Потоком вектора магнітної індукції (магнітним потоком) через елементарну поверхню dS називається скалярна фізична величина, рівна скалярному добутку векторів \vec{B} і $d\vec{S}$:

$$d\Phi_B = \vec{B}d\vec{S} = B_n dS \quad (19.28)$$

де $B_n = B \cos \alpha$ – проекція вектора \vec{B} на напрям нормалі \vec{n} до елементарної поверхні dS , α – кут між векторами \vec{n} і \vec{B} , $d\vec{S}$ – вектор, модуль якого рівний площі dS , а напрям співпадає з напрямом нормалі \vec{n} до поверхні dS .

Потік вектора \vec{B} може бути як додатним, так і від'ємним залежно від знака $\cos \alpha$. Потік вектора \vec{B} пов'язують з контуром, по якому тече струм. Додатний напрям нормалі до контуру пов'язаний з напрямом струму в контурі за правилом правого гвинта. Тому магнітний потік, створений контуром зі струмом через поверхню, обмежену самим контуром, завжди додатний.

Потік вектора магнітної індукції через довільну поверхню S визначається методом інтегрування по цій поверхні:

$$\Phi_B = \int_S \vec{B}d\vec{S} = \int_S B_n dS. \quad (19.29)$$

Якщо магнітне поле однорідне (індукція поля – величина постійна у будь-якій точці поля) і плоска поверхня з площею S розташована перпендикулярно до вектора \vec{B} , то:

$$\Phi_B = BS. \quad (19.30)$$

Одиниця магнітного потоку – **вебер (Вб):** 1Вб – магнітний потік, що проходить через плоску поверхню площею 1 м^2 , розташовану перпендикулярно до однорідного магнітного поля, індукція якого дорівнює 1 Тл , ($1\text{ Вб} = 1\text{ Тл}\cdot\text{м}^2$).

19.11. Теорема Гауса для магнітного поля у вакуумі

Потік вектора магнітної індукції через будь-яку замкнуту поверхню дорівнює нулю:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (19.31)$$

Ця теорема є ще одним відображенням вихрового характеру магнітного поля і факту відсутності поняття «магнітний заряд». Внаслідок цього лінії магнітної індукції не мають ні початку, ні кінця і є замкнутими. Саме тому кількість ліній магнітної індукції, які входять у замкнуту поверхню, завжди рівна кількості ліній, які з неї виходять, і сумарний потік вектора магнітної індукції через замкнуту поверхню дорівнює нулю.

19.12. Робота по переміщенню провідника зі струмом в магнітному полі

Провідник зі струмом I завдовжки l знаходиться в однорідному магнітному полі (рис. 19.14) і може вільно переміщатися в напрямку, перпендикулярно до ліній індукції магнітного поля. Поле направлене перпендикулярно до площини рисунка. Сила Ампера, що діє на провідник: $F = BIl$.

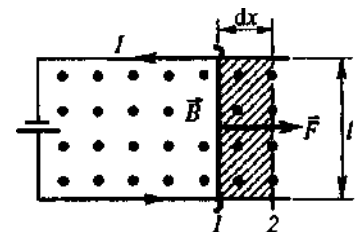


Рисунок 19.14

Під дією цієї сили провідник перемістився з положення 1 в положення 2. Робота, що виконується при цьому магнітним полем:

$$dA = \vec{F} d\vec{x} = IBldx = IBdS = I \cdot d\Phi.$$

Були використані співвідношення: $ldx = dS$ – площа, що перетинається провідником при його переміщенні в магнітному полі; $BdS = d\Phi$ – потік вектора магнітної індукції, що пронизує цю площу. Таким чином

$$dA = I \cdot d\Phi \quad (19.32)$$

Отже *робота по переміщенню провідника зі струмом в магнітному полі дорівнює добутку сили струму на магнітний потік через поверхню, що її описує провідник у процесі руху.*

Визначимо роботу по переміщенню замкнутого контура зі струмом в магнітному полі.

Магнітний потік через поверхню, обмежену замкнутим контуром, називають **потокозчепленням** цього контура. Якщо цей магнітний потік обумовлений магнітним полем струму в самому цьому контурі, то він називається **потокозчепленням самоіндукції**.

Очевидно, що при зміні положення замкнутого контура зі струмом у зовнішньому однорідному магнітному полі, робота цього поля дорівнює нулю, якщо магнітний потік через поверхню, обмежену контуром, залишається незмінним. Це пояснюється тим, що роботи по переміщенню протилежних частин контура, у яких струм протікає у протилежних напрямках, рівні за величиною і протилежні за знаком. Тому робота виконується лише при зміні магнітного потоку Φ через контур. *Робота по переміщенню замкнутого контура зі струмом в магнітному полі рівна добутку сили струму в контурі на зміну магнітного потоку $\Delta\Phi$, що пронизує цей контур (або на зміну його потокозчеплення):*

$$A = I \cdot \Delta\Phi . \quad (19.33)$$

Зміна потоку магнітної індукції через поверхню замкнутого контура в однорідному полі може виникати лише при зміні його кутового положення (повороті) відносно ліній індукції.

Знайдемо, наприклад, потокозчеплення самоіндукції соленоїда з осердям, магнітна проникність якого μ . Магнітний потік через один виток соленоїда площею S дорівнює $\Phi_1 = BS$. Повний магнітний потік, зчеплений зі всіма витками соленоїда, і враховуючи (19.26), рівний:

$$\Phi = \Phi_1 N = BSN = \frac{\mu\mu_0 IN}{l} SN = \mu\mu_0 \frac{IN^2}{l} S . \quad (19.34)$$

Потокозчеплення контура, обумовлене магнітним полем струму, що протікає в іншому контурі, називається *потокозчепленням взаємодукції* цих двох контурів.

Розділ 20. Електромагнітна індукція

20.1. Досліди Фарадея. Закон Фарадея для електромагнітної індукції

У 1831 році Майкл Фарадей на основі експериментів відкрив електричну дію магнітного поля. Було встановлено, що в соленоїді, замкненому на гальванометр, виникає електричний струм в момент зміни відносного положення соленоїда і постійного магніту (рис. 20.1). Тобто в соленоїді індукується електрорушійна сила.

Напрямок відхилення стрілки при наближенні і віддаленні магніту протилежні. Відхилення стрілки гальванометра тим більше, чим більша швидкість руху магніта відносно соленоїда. Такий же ефект буде, якщо постійний магніт залишити нерухомим, а щодо нього переміщати соленоїд.

Схожі ефекти спостерігаються, якщо постійний магніт замінити соленоїдом, підключеним до джерела струму (рис. 20.2). У цьому випадку відхилення стрілки гальванометра спостерігається в моменти вмикання або вимикання струму у першому колі, в моменти його збільшення або

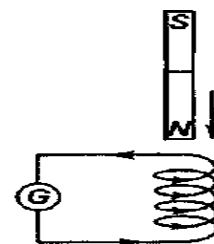


Рисунок 20.1

зменшення, або при переміщенні соленоїдів один відносно одного. При вмиканні і вимиканні стрілка відхиляється в різні боки, тобто знак індукованої ЕРС в цих випадках був різний.

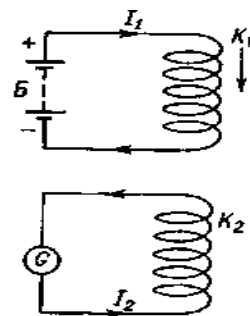


Рисунок 20.2

В дослідах Фарадея було відкрито **явище електромагнітної індукції**. Воно полягає в тому, що в замкнутому провідному контурі при зміні потоку магнітної індукції, що охоплюється цим контуром, виникає електричний струм, що отримав назву **індукційного**.

Основні властивості індукційного струму:

1. Індукційний струм виникає завжди, коли відбувається зміна потоку магнітної індукції, що охоплюється даним контуром (зміна потокозчеплення).

2. Сила індукційного струму не залежить від способу зміни потоку магнітної індукції, а визначається лише *швидкістю* його зміни.

3. Напрямок індукційного струму визначається за **правилом Ленца**: *при всякій зміні магнітного потоку через поверхню, охоплену замкнутим провідним контуром, у ньому виникає індукційний струм такого напрямку, що його власне магнітне поле протидіє зміні зовнішнього магнітного потоку*.

Відкриття явища електромагнітної індукції показало взаємозв'язок між електричним і магнітним полем, а також відкрило спосіб отримання електричного струму за допомогою магнітного поля. Узагальнюючи результати дослідів, Фарадей показав, що завжди, коли відбувається зміна зчепленого з контуром потоку магнітної індукції, в контурі виникає індукційний струм. Виникнення індукційного струму вказує на наявність в колі електрорушійної сили. Ця ЕРС називається **електрорушійною силою електромагнітної індукції**.

Закон Фарадея: ЕРС індукції в контурі чисельно дорівнює і протилежна за знаком до швидкості зміни магнітного потоку через поверхню, обмежену цим контуром:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (20.1)$$

Для замкнутого контура магнітний потік Φ є не що інше, як потокозчеплення цього контура. ЕРС електромагнітної індукції, як і будь-яка інша електрорушійна сила, вимірюється у вольтах.

Максвелл для пояснення ЕРС індукції в нерухомих провідниках припустив, що **змінне магнітне поле породжує в навколишньому просторі вихрове електричне поле**, яке і є причиною виникнення індукційного струму в провіднику. На рисунку 20.3 наведений приклад вихрового електричного поля, що виникає при

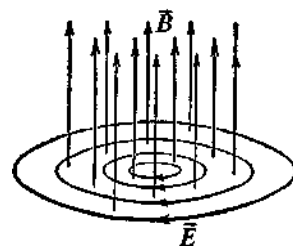


Рисунок 20.3

зростанні магнітного поля. Вихрове електричне поле не є електростатичним. Силкові лінії електростатичного поля завжди розімкнені – вони починаються і закінчуються на електричних зарядах. Саме тому робота по переміщенню заряду вздовж замкнутого контуру в електростатичному полі завжди дорівнює нулю. Це поле не може підтримувати замкнутий рух зарядів і, отже, не може привести до виникнення електрорушійної сили. Навпаки, *вихрове електричне поле, збуджене змінним магнітним полем*, викликає в провіднику рух електронів по замкнутих траєкторіях і приводить до виникнення ЕРС. Сторонніми силами у цьому випадку є сили вихрового електричного поля.

Циркуляція вектора напруженості вихрового електричного поля \vec{E}_B уздовж будь-якого контуру L провідника дорівнює ЕРС електромагнітної індукції:

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = \mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (20.2)$$

20.2. Вихрові струми (струми Фуко)

Індукційний струм виникає не тільки в лінійних провідниках, але і в масивних суцільних провідниках, поміщених у змінне магнітне поле. Ці струми замикаються в товщі провідника і називаються *вихровими або струмами Фуко*.

Напрямок струмів Фуко також визначається правилом Ленца: їх магнітне поле направлено так, щоб протидіяти зміні магнітного потоку, що індукує вихрові струми. Тому масивні провідники гальмуються в магнітному полі. Крім того, вихрові струми викликають сильне нагрівання провідників. Для того, щоб мінімізувати вплив струмів Фуко, магнітопрводи електричних машин збирають з тонких пластин, ізольованих одна від одної спеціальним лаком або іншим шаром діелектрика.

Теплота, що виділяється струмами Фуко згідно з законом Джоуля-Ленца (19.23), використовується в індукційних металургійних печах.

20.3. Індуктивність контура. Самоіндукція

Електричний струм, що протікає в замкнутому контурі, створює навколо себе магнітне поле. Вектор магнітної індукції цього поля, згідно з законом Біо-Савара-Лапласа, пропорційний силі струму. Тому потік магнітної індукції Φ поля, породженого власним струмом, також пропорційний силі струму в контурі:

$$\Phi = LI, \quad (20.3)$$

де коефіцієнт пропорційності L називається *індуктивністю контура*. Одиницею вимірювання індуктивності є *генрі* ($Гн$). Згідно з останнім співвідношенням $1 Гн = 1 Вб/А = 1 В \cdot с/А$. Індуктивність контура чисельно

дорівнює магнітному потоку, який пронизує контур, за умови, що у ньому протікає струм силою 1 А . Очевидно, що індуктивність контура не залежить ні від сили струму I , ні від потоку магнітної індукції Φ , а визначається геометричними розмірами і формою самого контура та магнітною проникністю середовища μ , в якому він знаходиться.

В цьому розумінні *індуктивність контура є аналогом електричної ємності* відокремленого провідника, яка також залежить тільки від форми провідника, його розмірів і діелектричної проникності середовища.

Визначимо індуктивність нескінченно довгого соленоїда. Потокзчеплення Φ соленоїда (повний магнітний потік через соленоїд) визначається співвідношенням (19.34), звідки:

$$L = \frac{\Phi}{I} = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l} S = \mu\mu_0 n_0^2 V, \quad (20.4)$$

де N – число витків соленоїда, l – його довжина, S – площа поперечного перерізу, μ – магнітна проникність середовища всередині соленоїда, $n_0 = N/l$ – число витків на одиницю довжини, V – об'єм соленоїда.

Розглянемо процеси, що відбуваються у замкненому контурі з індуктивністю L в момент вмикання або вимикання струму. При зміні сили струму в контурі змінюватиметься і зчеплений з ним магнітний потік, а це, у свою чергу, індукватиме електрорушійну силу в цьому контурі. *Виникнення ЕРС індукції у замкнутому контурі при зміні в ньому сили струму називається самоіндукцією*. Згідно з законом Фарадея ЕРС самоіндукції:

$$\mathcal{E}_s = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt}.$$

Якщо контур не деформується і магнітна проникність середовища μ не змінюється, то індуктивність контура – величина стала ($L = \text{const}$) і ЕРС самоіндукції:

$$\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt}, \quad (20.5)$$

де знак мінус, обумовлений правилом Ленца, показує, що наявність індуктивності в контурі приводить до *уповільнення зміни струму* в ньому.

Якщо струм з часом зростає, то $\mathcal{E}_s < 0$, тобто струм самоіндукції направлений назустріч струму, обумовленому зовнішнім джерелом, і уповільнює його зростання. Якщо струм з часом зменшується, то $\mathcal{E}_s > 0$, тобто струм самоіндукції має такий же напрям, як і струм, що зменшується у контурі, і уповільнює його зменшення. Таким чином, контур, володіючи певною індуктивністю, набуває електричної “інертності”.

20.4. Взаємна індукція

Взаємною індукцією називається явище збудження ЕРС електромагнітної індукції в одному електричному колі внаслідок зміни електричного струму в іншому колі або при зміні взаємного розташування цих двох кіл.

Розглянемо два нерухомі контури 1 і 2 зі струмами I_1 та I_2 , розташованих достатньо близько один від одного (рис. 20.4). Якщо в контурі 1 тече струм I_1 , то магнітний потік, що пронизує другий контур:

$$\Phi_{21} = L_{21}I_1, \quad (20.6)$$

аналогічно, струм I_2 у другому контурі зумовлює наявність магнітного потоку через перший:

$$\Phi_{12} = L_{12}I_2. \quad (20.7)$$

Коефіцієнти пропорційності L_{21} і L_{12} рівні між собою за абсолютним значенням і називаються взаємною індуктивністю контурів. Будь-яка зміна сили струму в одному з контурів, є причиною індукції ЕРС в іншому:

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L\frac{dI_2}{dt}, \quad \mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L\frac{dI_1}{dt},$$

де $L = L_{12} = L_{21}$ – взаємна індуктивність контурів. Взаємна індуктивність контурів залежить від геометричної форми, розмірів, взаємного розташування контурів і від магнітної проникності оточуючого середовища.

Для прикладу, розрахуємо взаємну індуктивність двох котушок, намотаних на тороїдальний сердечник з магнітною проникністю μ (рис. 20.5). Перша котушка з числом витків N_1 і струмом I_1 згідно з (19,26) і (19.4) створює поле з індукцією

$B = \mu\mu_0 \frac{N_1 I_1}{l}$. Тоді, магнітний потік через один виток другої котушки:

$$\Phi_2 = BS = \mu\mu_0 \frac{N_1 I_1}{l} S,$$

де l – довжина сердечника по середній лінії, S – площа поперечного перерізу сердечника. Отже, повний магнітний потік через вторинну обмотку, що містить N_2 витків:

$$\Phi = \Phi_2 N_2 = \mu\mu_0 \frac{N_1 N_2 I_1}{l} S.$$

Оскільки цей потік створюється струмом I_1 , то взаємна індукція котушок:

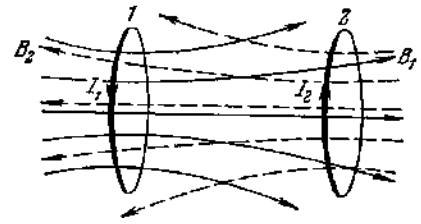


Рисунок 20.4

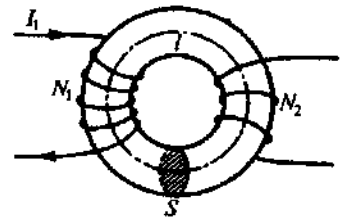


Рисунок 20.5

$$L = \frac{\Phi}{I_1} = \mu\mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} S. \quad (20.8)$$

Такий пристрій називається **трансформатором**. Принцип дії трансформаторів, що використовуються для підвищення або пониження напруги змінного струму, заснований на явищі взаємної індукції. Змінний струм I_1 створює в первинній обмотці змінне магнітне поле. Це викликає у вторинній обмотці появу ЕРС взаємної індукції. При цьому електро-рушійні сили вторинної і первинної котушок зв'язані співвідношенням:

$$\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{N_2}{N_1} = k, \quad (20.9)$$

де N_1 і N_2 – число витків у первинній і вторинній обмотках, відповідно. Відношення k , що показує, у скільки разів ЕРС у вторинній обмотці трансформатора більша (або менша), ніж у первинній, називається **коефіцієнтом трансформації**. Якщо $k > 1$ то трансформатор підвищує напругу, якщо $k < 1$ – знижує.

20.5. Енергія магнітного поля

Провідник, по якому протікає електричний струм, завжди оточений магнітним полем. Магнітне поле з'являється і зникає разом з появою і зникненням струму. Магнітне поле, як і електричне, є носієм енергії. Енергія магнітного поля чисельно дорівнює роботі, яку струм витрачає на створення цього поля.

Розглянемо контур індуктивністю L , по якому тече струм I . З цим контуром зчеплений магнітний потік $\Phi = LI$. При зміні струму на величину dI магнітний потік, що пронизує контур, змінюється на $d\Phi = LdI$. Для такої зміни магнітного потоку необхідно виконати роботу $dA = Id\Phi = LI dI$. Тоді повна робота струму по створенню магнітного потоку Φ , а отже і енергія магнітного поля, пов'язаного з контуром, будуть рівні:

$$A = W_m = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2}, \quad (20.10)$$

де I – сила струму, що встановлюється у контурі після його замикання. Дане співвідношення за структурою дуже схоже на вираз для кінетичної енергії у механіці. Тому говорять, що індуктивність контура є мірою інертності (аналог маси) в електромагнітних явищах.

На прикладі однорідного магнітного поля всередині довгого соленоїда виразимо енергію магнітного поля через величини, що є силовими характеристиками цього поля в просторі. Індуктивність соленоїда визначається рівністю (20.4). Тому енергія магнітного поля всередині соленоїда:

$$W_m = \frac{1}{2} \mu \mu_0 n_0^2 V I^2.$$

Враховуючи співвідношення (19.26) і (19.4) для індукції магнітного поля соленоїда одержимо: $B = \mu \mu_0 n_0 I$. Звідси енергія магнітного поля соленоїда:

$$W_m = \frac{1}{2} \frac{B^2 V}{\mu \mu_0}.$$

Магнітне поле довгого соленоїда однорідне, тому енергія цього поля зосереджена усередині нього і розподілена по об'єму соленоїда рівномірно з *об'ємною густиною*:

$$w = \frac{W_m}{V} = \frac{B^2}{2 \mu \mu_0} = \frac{BH}{2} = \frac{\mu \mu_0 H^2}{2}. \quad (20.11)$$

Ці співвідношення носять загальний характер і справедливі також для неоднорідних полів, але лише для середовищ, у яких зв'язок між індукцією B та напруженістю H магнітного поля лінійний (19.4). Це парамагнетика і діамагнетика.

Вираз для об'ємної густини енергії магнітного поля аналогічний до відповідного виразу для об'ємної густини енергії електростатичного поля (18.15) з тією відмінністю, що електричні характеристики поля і середовища $(E, D, \varepsilon, \varepsilon_0)$ замінені на відповідні магнітні характеристики (B, H, μ, μ_0) .

Розділ 21. Магнітні властивості речовини

21.1. Магнітні моменти електронів і атомів

Вплив середовища на магнітні явища враховувався формально введенням фізичної величини, що називається магнітна проникність середовища μ . Для того, щоб розібратися в магнітних властивостях середовища, необхідно розглянути дію магнітного поля на атоми і молекули речовини.

Для пояснення багатьох магнітних явищ можна використовувати *квазікласичну модель* будови речовини, в якій передбачається, що атом складається з позитивно зарядженого ядра, навколо якого обертаються електрони по кругових або еліптичних орбіталах, подібно планет сонячної системи (планетарна модель атома). Такі рухомі електрони є замкнутими електричними струмами, і тому природно припустити, що саме вони є тими мікрострумами, існування яких передбачав ще Ампер, "відповідальними" за намагнічення речовини.

Якщо електрон обертається навколо ядра з частотою ν , то сила струму, зумовлена цим обертанням: $I = e \cdot \nu = e\nu/2\pi r$, де e, ν, r – заряд, швидкість і радіус орбіталі електрона відповідно. Магнітний момент цього струму (*орбітальний магнітний момент електрона*):

$$p_m = I \cdot S = \frac{e\nu\pi r^2}{2\pi r} = \frac{e\nu r}{2} = \frac{e\omega r^2}{2}. \quad (21.1)$$

Оскільки електронам властивий не лише заряд, але і маса, то кожен електрон володіє не лише магнітним орбітальним моментом, але і певним механічним орбітальним моментом імпульсу:

$$L = m\nu r = m\omega r^2, \quad (21.2)$$

де $\omega = \nu r$ – кутова швидкість електрона. Вектор \vec{L} називається **орбітальним механічним моментом електрона**. Напрямок вектора \vec{L} визначається за правилом правого гвинта (рис. 21.1). Якщо електрон рухається за годинниковою стрілкою, то струм, зумовлений його рухом, направлений проти годинникової стрілки. Тому напрями векторів \vec{p}_m і \vec{L} протилежні. Відношення магнітного орбітального моменту електрона до його механічного орбітального моменту називається **гіромагнітним відношенням** орбітальних моментів:

$$\Gamma = \frac{p_m}{L} = \frac{e}{2m}, \quad (21.3)$$

де $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – маса і заряд електрона. На початку ХХ століття проводились експерименти по визначенню гіромагнітного відношення електрона. Було встановлено, що його значення є вдвічі більшим, ніж розраховане згідно з рівністю (21.3). Таким чином було виявлено, що окрім орбітального, електрон володіє власним механічним моментом імпульсу \vec{L}_s , що виникає внаслідок його обертання навколо власної осі, і називається **спіном**. Спіну електрона відповідає власний **спіновий магнітний момент** \vec{p}_{ms} . Проекція спіну на напрямок вектора \vec{B} може приймати тільки одне з двох значень:

$$p_{msB} = \pm \mu_B = \pm \frac{e\hbar}{4\pi m}, \quad (21.4)$$

де $\hbar = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постійна Планка, μ_B – **магнетон Бора**, що є одиницею магнітного моменту електрона. Загальний магнітний момент атома або молекули дорівнює **векторній сумі** магнітних моментів (орбітальних і спінових) усіх електронів, що входять в атом (молекулу):

$$\vec{p}_{ma} = \sum_{i=1}^Z \vec{p}_m^i + \sum_{i=1}^Z \vec{p}_{ms}^i = \sum_{i=1}^Z \vec{p}_{me}^i, \quad (21.5)$$

де Z – зарядове число – кількість електронів у атомі (молекулі). Магнітні моменти атомних ядер в тисячі разів менші від магнітних моментів електронів, тому ними, як правило, нехтують.

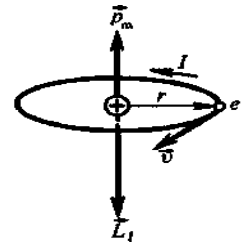


Рисунок 21.1

21.2. Діа- і парамагнетики

Всі речовини, поміщені в зовнішнє магнітне поле, намагнічуються, оскільки в будь-якому тілі існують **мікроскопічні струми** (мікроструми), *обумовлені рухом електронів в атомах і молекулах.*

Всі речовини здатні під дією зовнішнього магнітного поля набувати додатковий магнітний момент (намагнічуватися), тобто є **магнетиками**.

На електрон, що обертається навколо ядра по орбіталі, як на замкнутий контур зі струмом, діє в магнітному полі обертаючий момент сил. В результаті електрон набуває додаткового рівномірного обертання, при якому вектор моменту імпульсу \vec{L} описуватиме конус навколо напрямку вектора \vec{B} з деякою кутовою швидкістю Ω . Такий рух називається **прецесією** (рис. 21.2).

Теорема Лармора: дію магнітного поля на електронну орбіталь можна звести до надання цій орбіталі прецесії з кутовою швидкістю Ω .

Прецесійний рух електронних орбіталей еквівалентний до колового мікроструму. Оскільки цей мікрострум індукований зовнішнім магнітним полем, то, згідно з правилом Ленца, у атома з'являється **магнітний момент**, направлений **проти зовнішнього поля**.

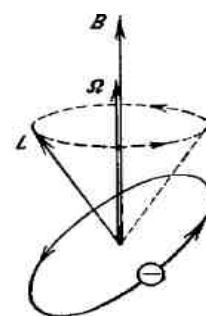


Рисунок 21.2

Наведені складові магнітних полів атомів додаються і утворюють власне магнітне поле речовини, яке послаблює зовнішнє магнітне поле. Цей ефект отримав назву **діамагнітного ефекту**, а речовини, що намагнічуються в зовнішньому магнітному полі у напрямку протилежному до напрямку зовнішнього поля, називаються **діамагнетиками** (наприклад, Ag, Au, Cu.). Оскільки діамагнітний ефект зумовлений дією зовнішнього магнітного поля на електрони атомів речовини, то **діамагнетизм властивий всім речовинам**. Речовини, в яких векторна сума магнітних моментів всіх електронів в атомі (магнітний момент атома) чи молекулі дорівнює нулю називаються **діамагнетиками**.

Поряд з діамагнетиками існують і **парамагнітні** речовини, що намагнічуються в зовнішньому магнітному полі вздовж зовнішнього магнітного поля (приклад: рідкоземельні метали, Pt, Al.). У парамагнетиків за відсутності зовнішнього магнітного поля магнітні моменти електронів не компенсують один одного, і молекули парамагнетиків завжди володіють магнітним моментом. Такі молекули називаються полярними.

Внаслідок теплового руху молекул їх магнітні моменти орієнтовані хаотично. Тому, за відсутності зовнішнього магнітного поля, парамагнітні речовини магнітними властивостями не володіють. При внесенні парамагнетика в зовнішнє магнітне поле встановлюється переважна **орієнтація** некомпенсованих магнітних моментів атомів (молекул) вздовж поля. Повній орієнтації перешкоджає тепловий рух атомів.

Таким чином, парамагнетик намагнічується, створюючи власне магнітне поле, яке *співпадає за напрямом із зовнішнім полем*, і підсилює його. Цей ефект називається **парамагнітним**. Якщо магнітний момент атомів (молекул) великий, то парамагнітні властивості переважають над діамагнітними і речовина є парамагнетиком.

Пара- і діамагнетики по-різному поведуться в неоднорідних магнітних полях. Розглянемо малий виток зі струмом в неоднорідному магнітному полі (рис. 21.3). Сили $d\vec{F}$, що діють на окремі ділянки витка, перпендикулярні одночасно до напрямку струму і до магнітного поля. Складові $d\vec{F}_t$, паралельні до площини витка, взаємно компенсують одна одну на протилежних ділянках витка. Складові $d\vec{F}_n$, перпендикулярні до площини витка, внаслідок додавання утворюють результуючу силу \vec{F} , що переміщає виток у магнітному полі. Якщо магнітний момент струму співнаправлений з вектором магнітної індукції \vec{B} (як зображено на рисунку), то виток втягуватиметься в область більш сильного поля. Якщо ж вектор \vec{p}_m протилежно направлений до вектора \vec{B} , то виток виштовхуватиметься і переміщатиметься в область більш слабого поля.

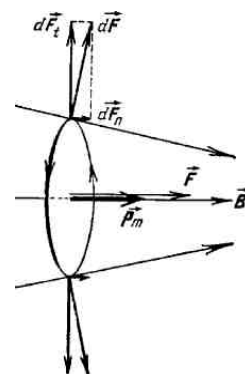


Рисунок 21.3

Тому парамагнетики втягуються в область сильного поля, в той час як діамагнетики виштовхуються з цієї області.

21.3. Намагніченість. Магнітне поле в речовині

Подібно до того, як для кількісного опису поляризації діелектриків була введена векторна величина *поляризованість* (17.1), для кількісного опису намагніченості магнетиків вводиться векторна величина – **намагніченість**. Вектор намагніченості чисельно дорівнює магнітному моменту одиниці об'єму магнетика:

$$\vec{J} = \frac{\Delta \vec{P}_m}{\Delta V} = \frac{1}{\Delta V} \cdot \sum_{i=1}^n \vec{p}_{ma}^i, \quad (21.6)$$

де $\Delta \vec{P}_m = \sum_{i=1}^n \vec{p}_{ma}^i$ – векторна сума магнітних моментів усіх атомів (молекул) магнетика (сумарний магнітний момент). У слабких полях намагніченість речовини пропорційна напруженості \vec{H} зовнішнього магнітного поля. Тому, можна ввести поняття **магнітної сприйнятливості речовини** χ_m , яка є коефіцієнтом пропорційності між векторами \vec{J} і \vec{H} :

$$\vec{J} = \chi_m \vec{H}. \quad (21.7)$$

Для діамагнетиків χ є від'ємною величиною (поле молекулярних струмів протилежно направлене до зовнішнього поля), для парамагнетиків – додатна величина (поле молекулярних струмів співпадає із зовнішнім

полем). Абсолютне значення магнітної сприйнятливості для діа- і парамагнетиків дуже мале – порядку 10^{-4} - 10^{-6} .

Отже магнітне поле в речовині складається з двох складових: зовнішнього поля $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}$, створюваного у вакуумі, і внутрішнього поля \vec{B}' намагніченої речовини:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' . \quad (21.8)$$

Для опису внутрішнього поля, що створюється молекулярними струмами, розглянемо магнетик у вигляді кругового циліндра з поперечним перетином S і довжиною l , внесений в однорідне, паралельне до осі циліндра, зовнішнє магнітне поле з індукцією \vec{B}_0 . Якщо розглянути будь-який перетин циліндра, то у внутрішніх ділянках перетину молекулярні струми сусідніх атомів направлені назустріч один одному і взаємно компенсуються (рис. 21.4). Некомпенсованими залишаються лише молекулярні струми, що виходять на поверхню циліндра.

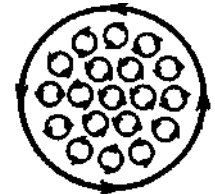


Рисунок 21.4

Магнітну індукцію струму I' , що протікає вздовж бічної поверхні циліндра (охоплює її), обчислимо за формулою для соленоїда, що складається з одного витка ($N = 1$), вважаючи для простоти, що атоми речовини знаходяться у вакуумі ($\mu = 1$):

$$B' = \frac{\mu_0 I'}{l} . \quad (21.9)$$

Згідно з визначенням, намагніченість магнетика – магнітний момент сумарного струму в одиниці об'єму:

$$J = \frac{P_m}{V} = \frac{I'S}{Sl} = \frac{I'}{l} . \quad (21.10)$$

Отже, враховуючи (21.10), для індукції внутрішнього магнітного поля, наведеного мікрострумами атомів і молекул речовини, одержимо:

$$\vec{B}' = \mu_0 \vec{J} .$$

Отже, повна індукція магнітного поля в магнетику:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{J} . \quad (21.11)$$

Або, враховуючи (21.7), одержимо остаточний результат:

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} . \quad (21.12)$$

Порівнюючи вирази (21.12) і (19.4), одержимо зв'язок між магнітною проникністю μ і магнітною сприйнятливістю χ_m середовища $\mu = 1 + \chi_m$. Для діамагнетиків $\mu < 1$, для парамагнетиків $\mu > 1$. Магнітна сприйнятливість речовини чисельно дорівнює магнітному моменту одиниці об'єму цієї речовини за умови, що вона знаходиться у зовнішньому магнітному полі напруженістю $H = 1$ А/м.

21.4. Закон повного струму для магнітного поля в речовині

Даний закон є узагальненням закону повного струму для магнітного поля у вакуумі (19.24). Циркуляція вектора магнітної індукції вздовж довільного замкнутого контуру дорівнює алгебраїчній сумі струмів провідності і молекулярних струмів, що охоплюються цим контуром, помноженої на магнітну постійну:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I + I'), \quad (21.13)$$

де I та I' – відповідно алгебраїчні суми макрострумів (струмів провідності) і мікрострумів (молекулярних струмів), охоплених контуром L .

Циркуляція вектора \vec{H} уздовж довільного замкнутого контуру L дорівнює алгебраїчній сумі струмів провідності, а циркуляція вектора намагніченості \vec{J} – сумі молекулярних струмів, охоплених цим контуром:

$$\oint_L \vec{J} d\vec{l} = I', \quad \oint_L \vec{H} d\vec{l} = I.$$

Останній вираз є теоремою про циркуляцію вектора \vec{H} .

21.5. Феромагнетики і їх властивості

Крім слабомагнітних речовин – діа- і парамагнетиків, існують речовини, які здатні сильно намагнічуватись, – **феромагнетики**. Ці речовини володіють **спонтанною намагніченістю**, тобто вони зберігають стан намагніченості навіть за відсутності зовнішнього магнітного поля. Окрім цього феромагнетики володіють рядом особливостей.

На відміну від слабомагнітних речовин, у яких намагніченість \vec{J} лінійно змінюється із збільшенням напруженості магнітного поля, у феромагнетиків при збільшенні \vec{H} намагніченість росте спочатку швидко, а потім виходить на насичення $\vec{J}_{нас}$.

Магнітна проникність μ і магнітна індукція B феромагнетиків залежать від напруженості зовнішнього поля H . За певних умов магнітна проникність μ феромагнетиків може досягати дуже великих значень (для заліза – ≈ 5000 , для деяких сплавів – $\approx 800\,000$).

В слабких полях магнітна індукція B зростає швидко із ростом H (ділянка 0-1-2, рис. 21.5 (а)), що пояснюється швидким ростом вектора намагніченості \vec{J} (див. співвідношення (21.11)). В сильних полях після досягнення насичення намагніченості $\vec{J} = \vec{J}_{нас}$ вектор індукції B зростає лінійно із збільшенням напруженості (ділянка 2-3).

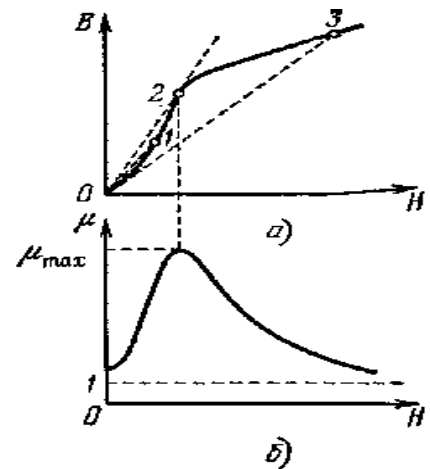


Рисунок 21.5

Як впливає з рівностей (19.4) та (21.11), магнітна проникність середовища:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H} = 1 + \frac{J}{H}$$

спочатку росте із зростанням H (рис. 21.5 (б)), а потім, досягаючи максимуму, починає зменшуватися після досягнення насиченості вектором намагніченості \vec{J} . Значення μ прямує до одиниці у випадку дуже сильних магнітних полів.

Залежність намагніченості J від напруженості магнітного поля H у феромагнетика характеризується передісторією намагніченості. Це явище називається *магнітним гістерезисом*. Якщо феромагнетик намагнітити до насичення, а потім зменшувати напруженість зовнішнього поля, то при $H = 0$ у феромагнетика залишиться деякий рівень намагніченості $J_{\text{зал}}$ – *залишкова намагніченість*. Це явище використовують при виготовленні *постійних магнітів*.

Для того, щоб зменшити намагніченість до нуля, треба прикласти магнітне поле протилежного напрямку з напруженістю H_c , яка називається *коерцитивною силою*. При подальшому збільшенні протилежного поля феромагнетик перемагнічується, досягаючи насичення. Потім його можна знову розмагнітити і знову намагнітити до насичення. Таким чином, зміна намагніченості описується замкненою кривою, яка називається *петля гістерезису*.

Для кожного феромагнетика існує певна температура (*точка Кюрі*), при досягненні якої він втрачає свої особливі магнітні властивості. При нагріванні вище точки Кюрі феромагнетик перетворюється на звичайний парамагнетик.

Пояснення полягає в тому, що при температурах, нижчих за точку Кюрі, феромагнетик розбивається на велике число мікроскопічних областей – *доменів*, що є спонтанно (самовільно) намагніченими до насичення. Напрямок намагніченості домена певним чином пов'язаний з розташуванням атомів, тобто з кристалічною будовою феромагнетика. На рисунку 21.6 схематично показані домени в кристалі заліза. За відсутності зовнішнього магнітного поля магнітні моменти окремих доменів орієнтовані хаотично і тому компенсують один одного. Отже, сумарний магнітний момент ненамагніченого феромагнетика рівний нулю.

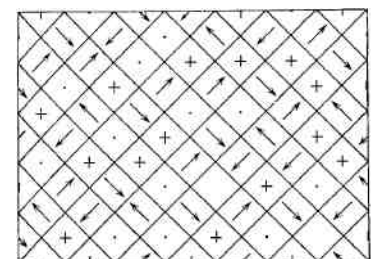


Рисунок 21.6

Зовнішнє поле орієнтує уздовж поля не магнітні моменти окремих атомів (як це має місце у випадку парамагнетиків), а *магнітні моменти цілих областей* спонтанної намагніченості, причому домени розвертаються за напрямком поля стрибкоподібно.

Формування феромагнітних властивостей зумовлене квантовими властивостями електронів. Феромагнітними властивостями володіють речовини, в атомах яких є *недобудовані* внутрішні електронні оболонки з *некомпенсованими* спіновими моментами електронів. В цьому випадку можуть виникати *обмінні сили*, які вимушують спінові магнітні моменти електронів орієнтуватися паралельно один до одного. Це призводить до виникнення областей спонтанної намагніченості.

Існують речовини, в яких обмінні сили викликають антипаралельну орієнтацію спінових моментів електронів. Такі речовини називаються *антиферомагнетиками*. Для них також існує температура, вище якої руйнується магнітне впорядкування і антиферомагнетик перетворюється на парамагнетик.

Розділ 22. Змінний електричний струм

22.1. Добування змінного струму

Змінним електричним струмом називається такий струм, величина і напруга якого (а також електричне і магнітне поля) періодично змінюються за певним законом. Ми вивчатимемо *технічний*, або *синусоїдний*, змінний струм, в якого I і U змінюються за законом синуса. Такий струм можна отримати, якщо виток дроту рівномірно обертати в однорідному магнітному полі відносно осі, перпендикулярної до напрямку ліній магнітної індукції (рис. 22.1). Магнітний потік, який пронизує контур рамки, виражається так:

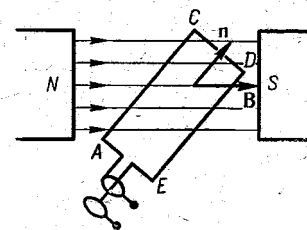


Рисунок 22.1

$$\Phi = BS \cos \varphi = \Phi_0 \cos \omega t, \quad (22.1)$$

де $\varphi = (\vec{n}, \vec{B}) = \omega t$ – фаза, або кут між напрямом нормалі \vec{n} до площини рамки і напрямом вектора \vec{B} ; ω – циклічна частота; S – площа рамки, Φ_0 – максимальне значення магнітного потоку (при $\varphi = 0$).

В основу генерації змінної ЕРС покладене явище електромагнітної індукції. Величину ЕРС визначають так:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = \Phi_0 \omega \sin \omega t = \mathcal{E}_0 \sin \omega t, \quad (22.2)$$

де \mathcal{E}_0 – амплітудне значення ЕРС. З формули (22.1) і (22.2) бачимо, що коли магнітний потік максимальний, то ЕРС мінімальна і навпаки. Якщо кінці рамки приєднати до мідних кілець зі щітками, а до них – споживач з опором R , то в колі буде протікати змінний струм

$$I = \frac{\mathcal{E}_0}{R + r} \sin \omega t = I_0 \sin \omega t,$$

де $R + r$ – повний опір кола, I, I_0 – миттєве й амплітудне значення величини струму. Змінний струм можна трансформувати, його значно простіше генерувати, ніж постійний струм. Технічний змінний струм – *квазі-стаціонарний*. Тобто величина струму в певний момент часу практично однакова в довільній точці кола. До квазістаціонарних струмів можна застосовувати правила Кірхгофа.

22.2. Діюче значення величини і напруги змінного струму

Зануримо в калориметр з водою спіраль і деякий час пропускаємо по ній змінний струм. Повторимо цей дослід з постійним струмом, причому підберемо його так, щоб у калориметрі за той самий час виділилась така сама кількість тепла. Отже тепловий (енергетичний) ефект дії змінного струму дорівнює тепловій дії постійного струму. *Діюче, або ефективно значення змінного струму* чисельно дорівнює величині такого постійного струму, який за той самий проміжок часу чинить таку ж теплову дію, як і даний змінний струм. Визначимо I_{ef} і U_{ef} . Елементарна робота змінного струму за час dt буде:

$$dA = I^2 R dt = I_0^2 R \sin^2 \omega t \cdot dt.$$

Можна показати, що потужність змінного струму, усереднена за час одного періоду, становить: $\bar{P} = I_0^2 R / 2$, тоді як для постійного струму I_{ef} його потужність є величина стала: $P = I_{ef}^2 R$. Прирівнявши ці два рівняння, одержимо зв'язок між діючим і амплітудним значеннями змінного струму:

$$I_{ef} = I_0 / \sqrt{2} = 0,707 \cdot I_0.$$

Аналогічним співвідношенням зв'язані між собою діюче і амплітудне значення напруги змінного струму:

$$U_{ef} = U_0 / \sqrt{2} = 0,707 \cdot U_0.$$

Амперметр і вольтметр у колі змінного струму показують не миттєві й не максимальні значення струму і напруги, а ефективні.

22.3. Зсув фаз між струмом і напругою

У колі змінного струму внаслідок дії ємності й індуктивності може виникнути різниця фаз φ (зсув фаз) між напругою і струмом – напруга і величина струму неодноразомно досягають нульових і амплітудних значень. Напруга може випереджати струм і навпаки. Нехай, наприклад, напруга випереджає струм за фазою на $\varphi = \pi/4 = 45^\circ$. В аналітичному вигляді це записують так: $I = I_0 \sin \omega t$; $U = U_0 \sin(\omega t + \pi/4)$.

Цей факт можна зобразити графічно за допомогою зміщених одна відносно одної синусоїд. Користуються також умовними векторними зображеннями – *векторними діаграмами*.

Амплітудні значення напруги і величини струму зображають певними векторами у відповідному масштабі одиниць. Кут між векторами I_0 і U_0 на діаграмі визначається зсувом фаз між струмом і напругою. Для побудови векторної діаграми вибирають умовний напрям або опорну лінію, наприклад вісь абсцис Ox . Вектори будують за таким умовним правилом: випереджаючий вектор розвернутий проти годинникової стрілки від осі Ox , а той вектор, що відстає, повернутий у напрямі руху стрілки годинника (рис. 22.2).

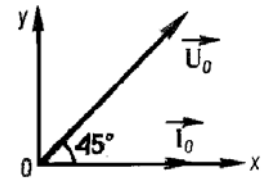


Рисунок 22.2

22.4. Коло змінного струму з активним опором

Опір, що його чинить кристалічна решітка провідника змінному струму, називається *активним опором* і позначається через R . Вважатимемо, що індуктивність і ємність у колі відсутні, а опір локалізований на обмеженій ділянці кола (рис. 22.3). Якщо сила струму в колі змінюється за законом $I = I_0 \sin \omega t$ то спад напруги на активному опорі буде $U = I_0 R \sin \omega t = U_0 \sin \omega t$.

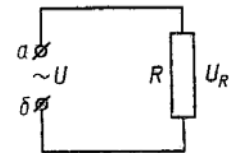


Рисунок 22.3

Якщо в колі змінного струму діє лише активний опір, то напруга і струм збігаються за фазою ($\varphi = 0$).

22.5. Коло змінного струму з індуктивністю

Увімкнемо в коло змінного струму послідовно резистор і котушку індуктивності. Дослід показує, що зміна індуктивності котушки спричиняє зміну сили струму в колі змінного струму. Отже для змінного струму існує деякий індуктивний опір R_L , що не має місця у випадку постійного струму. Нехай $R \ll R_L$, тоді активним опором можна нехтувати і вважати, що в колі діє тільки індуктивний опір (рис. 22.4).

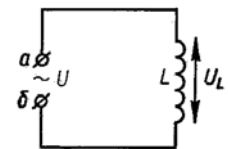


Рисунок 22.4

Якщо сила струму в колі змінюється за законом

$$I = I_0 \sin \omega t, \quad (22.3)$$

то під впливом змінного магнітного поля, породженого цим струмом, в котушці виникає змінна ЕРС самоіндукції:

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt} = -I_0 \omega L \cos \omega t = -I_0 \omega L \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

Згідно з правилом Ленца, прикладена напруга U в колі змінного струму повинна зрівноважувати електрорушійну силу самоіндукції \mathcal{E}_L в котушці індуктивності, тобто

$$U = -\mathcal{E}_L = I_0 \omega L \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = U_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \quad (22.4)$$

Як бачимо з рівностей (22.3, 22.4), $\varphi = +\pi/2$. Відставання струму від напруги пояснюється тим, що після замикання кола енергія джерела йде не на збільшення струму, а на створення магнітного поля котушки. З формули (22.4) дістаємо $U_0 = I_0 \omega L$. Ця формула виражає закон Ома для амплітудних значень напруги і струму. Величина $\omega L = R_L$ називається індуктивним опором. Векторна діаграма для схеми, зображеної на рис. 22.4, представлена на рисунку 22.5. Виникнення індуктивного опору пояснюється тим, що в колі змінного струму збуджується протидіюча прикладеній напрузі ЕРС самоіндукції.

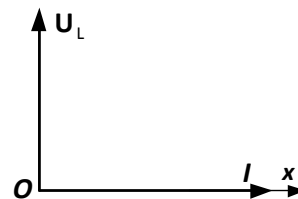


Рисунок 22.5

Якщо опори R і R_L увімкнені послідовно (рис. 22.6), то прикладена напруга повинна компенсувати спад напруги на активному U_R і на індуктивному U_L опорах. Для визначення I_0 і φ скористаємось векторним методом. У напрямі осі Ox відкладемо амплітудне значення вектора напруги на активному опорі $U_{0R} = I_0 R$, яка збігається за фазою з I_0 , а в напрямі осі Oy відкладемо амплітудне значення вектора напруги на індуктивності $U_{0L} = I_0 \omega L$, яка випереджає за фазою струм I_0 на $\pi/2$, (рис 22.7). Сумарний спад напруги U_0 на активному і індуктивному опорах є векторною сумою векторів \vec{U}_{0R} і \vec{U}_{0L} .

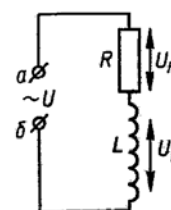


Рисунок 22.6

За теоремою Піфагора: $U_0^2 = U_{0R}^2 + U_{0L}^2$; $\Rightarrow U_0 = I_0 \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$.

З останньої формули бачимо, що результуючий опір змінному струму в колі послідовно з'єднаних активного і індуктивного опорів: $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$.

З геометрії рисунка 22.7 можна також визначити зсув фаз між струмом і напругою у нашій схемі:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}.$$

Величина $\cos \varphi$ називається *фактором потужності*. З рис. 22.7 видно, що $\varphi > 0$, тобто напруга за фазою випереджає струм, але менше, ніж на $\pi/2$.

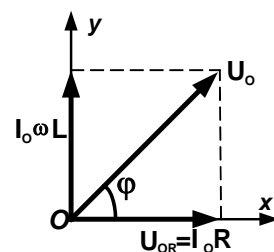


Рисунок 22.7

22.6. Коло змінного струму з активним опором і ємністю

Дослід показує, що конденсатор не розриває кола змінного струму, тоді як постійний струм через конденсатор не проходить. Із зміною єм-

ності конденсатора змінюється сила струму в колі. Отже, конденсатор чинить опір змінному струму (ємнісний опір R_C).

Нехай $R \ll R_C$, тоді активним опором можна нехтувати, і вважати, що в колі діє тільки індуктивний опір (рис. 22.8).

Нехай до обкладок конденсатора прикладена напруга $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$ і в колі циркулює змінний струм

$$I = I_0 \sin \omega t. \quad (22.5)$$

Величина заряду конденсатора також періодично змінюється за законом: $q = CU = CU_0 \sin(\omega t + \varphi)$. Тоді миттєве значення величини струму через конденсатор буде:

$$I = dq/dt = C(dU/dt) = CU_0 \omega \cos(\omega t + \varphi). \quad (22.6)$$

Прирівнявши праві частини (22.5) і (22.6), дістанемо рівність:

$$I_0 \sin \omega t = U_0 \omega C \cos(\omega t + \varphi),$$

яка розпадається на дві: $I_0 = U_0 \omega C = U_0 / (1/\omega C)$ і $\sin \omega t = \cos(\omega t + \varphi)$. Перша рівність є законом Ома для амплітудних значень сили струму і напруги на **ємнісному опорі** $R_C = 1/\omega C$. Друга рівність має єдиний розв'язок: $\varphi = -\pi/2$

Випередження струмом напруги пояснюється тим, що в момент замикання кола електромагнітне поле між обкладками конденсатора поширюється майже миттєво (з швидкістю світла). Тому всі вільні електрони в провіднику починають рухатися й створюють максимальний струм. Потім струм починає спадати, бо енергія джерела йде на заряд конденсатора.

При великих ω і C ємнісний опір малий, а струм, що проходить через конденсатор, великий. Це пояснюється тим, що при великій частоті потрібен значний струм, щоб за короткий час зарядити конденсатор. Більший струм потрібний і тоді, коли велика ємність конденсатора.

Якщо опори R і R_C увімкнені послідовно (рис. 22.9), то спади напруг на активному U_R і на ємнісному U_C опорах мають вигляд:

$$U_R = I_0 R \sin \omega t; \quad U_C = (I_0 / \omega C) \cdot \sin(\omega t - \pi/2).$$

Для визначення I_0 , φ і Z скористаємось векторним методом. У напрямі Ox відкладемо амплітудне значення вектора напруги на активному опорі $U_{OR} = I_0 R$ (U_{OR} і I_0 збігаються за фазою). У напрямі Oy відкладемо амплітудне значення вектора напруги на ємності (рис. 22.10), яка дорівнює $U_C = I_0 / \omega C$ (відстає від струму і

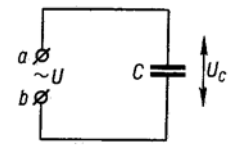


Рисунок 22.8

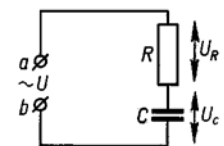


Рисунок 22.9

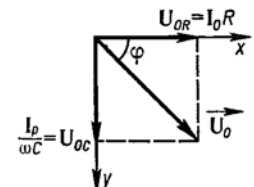


Рисунок 22.10

напруги на активному опорі на $\pi/2$. Амплітудне значення вектора прикладеної напруги U_0 є векторною сумою \vec{U}_{0R} та \vec{U}_{0C} і виражається діагоналлю прямокутника із сторонами U_{0R} і U_{0C} . За теоремою Піфагора:

$$U_0 = I_0 \sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}$$

Як бачимо, вираз $Z = \sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}$ являє собою повний опір для даної схеми. Відповідно для зсуву фаз між струмом і напругою дістаємо:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}}$$

Отже напруга відстає від струму менш ніж на $\pi/2$. Загальний висновок такий: ємність у колі змінного струму зумовлює виникнення реактивного ємнісного опору й відставання напруги від струму.

22.7. Повне коло змінного струму. Резонанс напруг

У загальному випадку в коло змінного струму послідовно увімкнені активний, індуктивний і ємнісний опори (повне коло, рис. 22.11). До клем a, b прикладена напруга $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$ і в колі діє струм $I = I_0 \sin \omega t$. Спад напруги на активному опорі співпадає за фазою, на індуктивному випереджує на $\pi/2$, а на ємнісному відстає на $\pi/2$ від сили струму у колі.

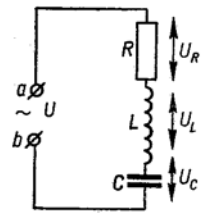


Рисунок 22.11

1) Індуктивний опір більший від ємнісного опору $\omega L > 1/\omega C$. Векторну діаграму напруг для даного випадку показано на рисунку 22.12. За теоремою Піфагора:

$$U_0^2 = (I_0 R)^2 + I_0^2 (\omega L - 1/\omega C)^2, \text{ звідки:}$$

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$$

Цим рівнянням виражений **закон Ома для кола змінного струму** (для амплітудних значень струму і напруги). Величина

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$$

називається **повним опором** кола змінного струму. Кут зсуву фаз між струмом і напругою в колі:

$$\cos \varphi = \frac{U_{0R}}{U_0} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$$

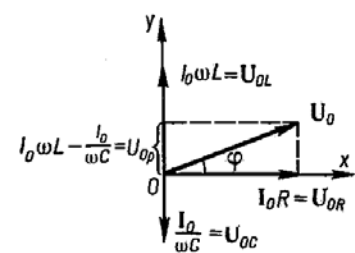


Рисунок 22.12

Кут φ відкладений проти руху стрілки годинника відносно опорної лінії, тобто $\varphi > 0$. Отже, якщо індуктивний опір перевищує ємнісний опір, то напруга випереджає струм у колі змінного струму (переважає індуктивна реакція).

2) Нехай $\omega L < 1/\omega C$. Векторну діаграму показано на рисунку 22.13. Величини I_0 , Z , $\cos \varphi$ визначаються за попередніми формулами, але $\varphi < 0$, тобто напруга відстає від струму (переважає ємнісна реакція).

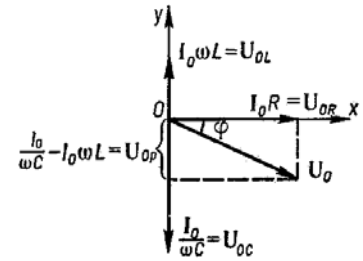


Рисунок 22.13

3) Нехай індуктивний опір дорівнює ємнісному:

$$\omega L = 1/\omega C. \quad (22.7)$$

У цьому випадку спад напруги на кінцях котушки індуктивності дорівнює спаду напруги на обкладинках конденсатора $U_L = U_C$. Ці напруги перебувають у протилежних фазах і зрівноважують одна одну (рисунок 22.14). Таке

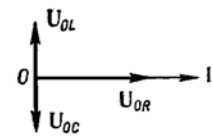


Рисунок 22.14

явище називається **резонансом напруг**. З формули (22.7) бачимо, що резонанс напруг можна здійснити, змінюючи L (або C) при $\omega = const$, або змінюючи ω , якщо L і C сталі. Циклічна частота ω , при якій настає резонанс, називається **резонансною**. З формули (22.7) очевидно:

$$\omega_{рез} = 1/\sqrt{LC}; \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

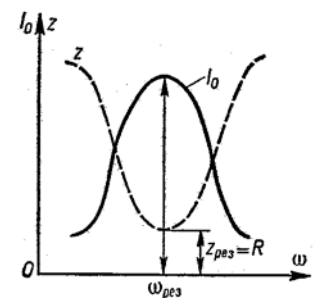


Рисунок 22.15

Повний опір кола Z і амплітуда струму I_0 залежать від частоти ω . Ці залежності графічно виражені на рисунку 22.15. Максимуми кривих $I_0(\omega)$ тим гостріші, чим менший активний опір кола (рис. 22.16). Характерні особливості резонансу напруг такі:

а) повний опір кола мінімальний і дорівнює активному опору: $Z_{рез} = R$;

б) амплітуда струму має найбільше значення: $I_{0рез} = U_0/R$

;

в) амплітуда напруги на активному опорі дорівнює амплітуді прикладеної напруги: $U_0 = U_{0R}$;

г) напруга і струм перебувають в однакових фазах: $\varphi = 0$

;

д) потужність джерела струму передається тільки активному опорі; корисна потужність змінного струму максимальна.

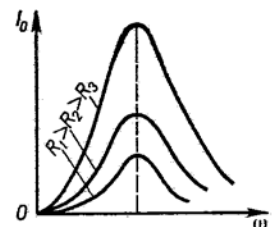


Рисунок 22.16

22.8. Резонанс струмів

Увімкнемо в коло змінного струму конденсатор і котушку індуктивності паралельно (рис. 22.17). Нехай $R \ll R_C$ і $R \ll R_L$. Оскільки напруга на обох вітках розгалуженого кола однакова, то зсув фаз φ зручно записувати для величини струму. Струм у головному проводі I розгалужується на два струми: через конденсатор I_C (випереджає напругу на $\pi/2$) і через котушку I_L (відстає від напруги на $\pi/2$).

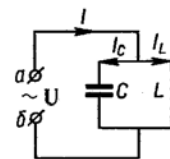


Рисунок 22.17

Щоб визначити I_0 і зсув фаз φ , відкладемо в напрямі опорної лінії напругу U_0 , яка подається на схему, і побудуємо векторну діаграму струмів (рис. 22.18). Як бачимо, амплітуда струму у головному провіднику дорівнює $I_0 = U_0(\omega L - 1/\omega C)$. Зсув фаз між струмом I_0 і напругою U_0 дорівнює $+\pi/2$ або $-\pi/2$, залежно від того, який з опорів, індуктивний чи ємнісний, є більшим. Якщо досягти такого стану, що індуктивний опір дорівнюватиме ємнісному:

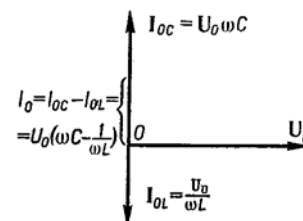


Рисунок 22.18

$$\omega L = 1/\omega C,$$

то струми в обох вітках будуть рівні між собою, протифазні і взаємно зрівноважуватимуть один одного. Тому струм у головному провіднику дорівнюватиме нулю, а опір кола буде нескінченно великий. Насправді позбавитись від активного опору неможливо і струм у головному провіднику буде мінімальний, а опір кола максимальний. Таке явище називається **резонансом струмів**. Хоч загальний струм і малий, але струми через конденсатор і котушку можуть бути досить великими. Резонансу струмів можна досягти, якщо L і C залишити незмінними, а змінювати циклічну частоту ω . З формули (22.7) дістаємо: $\omega_{рез} = 1/\sqrt{LC}$.

Залежності величини струму й повного опору кола (конденсатора і котушки, сполучених паралельно) від частоти струму ω матимуть зворотній характер до залежностей, зображених на рисунку 22.15. На резонансній частоті повний опір кола досягатиме максимального значення, а сила струму – мінімального. Таке коло називається коливальним контуром. Оскільки у випадку резонансу струмів коливальний контур має великий опір, то він ніби відокремлюється від решти кола, і в ньому відбувається процес незалежного руху електронів, які періодично переходять з однієї обкладки конденсатора на другу через котушку індуктивності (**електричні коливання**).

22.9. Робота і потужність змінного струму

У колі змінного струму, крім активного опору, завжди діють увімкнені послідовно індуктивність і ємність, які створюють реактивний опір і зумовлюють зсув фаз між струмом і напругою. З рис. 22.12 і 22.13 видно, що вектор амплітуди прикладеної напруги U_0 можна розкласти на активну і реактивну складові: $U_{0a} = U_0 \cos \varphi$ (перебуває у фазі з струмом) і $U_{0p} = U_0 \sin \varphi$ (зміщена за фазою відносно струму на $\pm \pi/2$). Відповідно активна і реактивна складові амплітуди величини струму мають такі значення: $I_{0a} = I_0 \cos \varphi$ і $I_{0p} = I_0 \sin \varphi$.

Нехай прикладена напруга буде $U = U_0 \sin \omega t$ і в колі діє змінний струм, який випереджає напругу, $I = I_0 \sin(\omega t + \varphi)$. Миттєве значення потужності змінного струму буде:

$$P = IU = I_0 U_0 \sin(\omega t + \varphi) \sin \omega t,$$

або

$$P = I_0 U_0 \cos \varphi \sin^2 \omega t + \frac{1}{2} I_0 U_0 \sin \varphi \sin 2\omega t. \quad (22.8)$$

Перший доданок у формулі (22.8) виражає миттєву активну потужність змінного струму (входить множник $\cos \varphi$). Вона завжди додатна і характеризує енергію, яка в даний момент часу витрачається на виконання корисної роботи. Другий доданок виражає миттєву реактивну потужність (входить $\sin \varphi$), що дорівнює електромагнітній енергії, яка в даний момент часу нагромаджується в ємності й індуктивності. Оскільки існує зсув фаз між струмом і напругою, то синусоїди I і U не збігаються в часі. Тому реактивна потужність може бути як додатною, так і від'ємною або дорівнювати нулю в залежності від моменту часу.

Визначимо тепер середню за період потужність змінного струму. Для цього знайдемо роботу струму за час одного періоду:

$$A = \int_0^T IU dt = I_0 U_0 \cos \varphi \int_0^T \sin^2 \omega t dt + \frac{1}{2} I_0 U_0 \sin \varphi \int_0^T \sin 2\omega t dt.$$

Другий інтеграл (2) дорівнює нулю, тому середня за період потужність змінного струму:

$$\bar{P} = A/T = \frac{I_0 U_0 T}{T} \cos \varphi \left(\int_0^T \frac{1}{2} dt - \int_0^T \frac{\cos 2\omega t}{2} dt \right) = \frac{I_0 U_0 T}{2T} \cos \varphi = \frac{I_0 U_0}{2} \cos \varphi.$$

Отже, корисну роботу виконує активна складова струму $I_{0a} = I_0 \cos \varphi$, а реактивна роботи не виконує. Оскільки $\cos \varphi = R/Z$ а $U_0 = I_0 Z$ то:

$$\bar{P} = \frac{I_0^2 R}{2} = I_{e\phi}^2 R.$$

Як бачимо, активна (корисна) потужність вимірюється енергією, яка щосекунди перетворюється на тепло. Індуктивність і ємність не перетворюють електромагнітної енергії на тепло. Вимірювальні прилади показують ефективні значення струму і напруги. Тому середню потужність можна записати так:

$$\bar{P} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \frac{U_0}{\sqrt{2}} \cos \varphi = I_{ef} U_{ef} \cos \varphi.$$

Множник $\cos \varphi$ називається **коефіцієнтом потужності**. Він показує, яку частину загальної потужності при даних величинах струму і напруги становить активна потужність струму. Тому для збільшення коефіцієнта корисної дії в колі змінного струму треба збільшувати значення $\cos \varphi$. Для цього активний опір повинен бути великим порівняно з реактивним: $R \gg (\omega L - 1/\omega C)$. Можна також використати резонанс струмів. Але основний спосіб підвищення $\cos \varphi$ – повне навантаження двигунів і трансформаторів.

Запитання для самопідготовки до розділів 19 – 22

1. Що є джерелом магнітного поля?
2. Як визначається напрям індукції магнітного поля?
3. Що називається магнітним моментом струму для замкнутого контура?
4. Як визначається вектор індукції магнітного поля?
5. Що називається лінією індукції магнітного поля?
6. Як визначається вектор напруженості магнітного поля?
7. Запишіть співвідношення, яке визначає суть закону Біо-Савара-Лапласа.
8. Чому дорівнює вектор напруженості магнітного поля нескінченного прямолінійного провідника зі струмом?
9. Чому дорівнює вектор напруженості магнітного поля в центрі колового струму?
10. Чому дорівнює вектор напруженості магнітного поля всередині соленоїда?
11. Чому дорівнює сила, з якою діє магнітне поле на елементарний провідник зі струмом довжиною l ?
12. Сформулюйте правило лівої руки для напрямку дії сили Ампера.
13. Який фізичний зміст має магнітна проникність середовища?
14. Як визначається сила, що діє на рухомий заряд в магнітному полі?
15. Як залежить траєкторія руху зарядженої частинки в магнітному полі від взаємного розміщення векторів \vec{v} і \vec{B} ?
16. Чому дорівнює радіус траєкторії зарядженої частинки в магнітному полі?

17. Чому дорівнює робота магнітного поля з переміщення зарядженої частинки?
18. Чому дорівнює робота магнітного поля з переміщення провідника зі струмом?
19. В чому полягає ефект Холла?
20. Сформулюйте закон повного струму для магнітного поля.
21. Що називається потоком вектора магнітної індукції через деяку поверхню?
22. В чому полягає суть явища електромагнітної індукції?
23. Сформулюйте правило Ленца для індуктивного струму.
24. Запишіть співвідношення для ЕРС електромагнітної індукції.
25. Поясніть природу виникнення струмів Фуко.
26. Який фізичний зміст має індуктивність контура?
27. Чому дорівнює індуктивність соленоїда?
28. В чому полягає явище взаємної індукції?
29. Що називається взаємною індуктивністю двох контурів?
30. Що називається коефіцієнтом трансформації трансформатора?
31. Чому дорівнює енергія магнітного поля всередині соленоїда?
32. Чому дорівнює об'ємна густина енергії магнітного поля?
33. Як визначається орбітальний магнітний момент електрона в атомі?
34. Що називається гіромагнітним відношенням орбітальних моментів?
35. В чому полягає суть діамагнітного ефекту?
36. Які речовини називаються діамагнетиками?
37. В чому полягає суть парамагнітного ефекту?
38. Які речовини називаються парамагнетиками?
39. Як визначається вектор намагніченості речовини?
40. Що характеризує магнітна сприйнятливості речовини?
41. Які речовини називаються феромагнетиками? Назвіть основні властивості феромагнетиків.
42. В чому полягає явище магнітного гістерезису?
43. Що називається залишковою намагніченістю, коерцитивною силою?
44. Що називається точкою Кюрі феромагнетиків?
45. Як пов'язаний феромагнітний ефект з доменною структурою феромагнетиків?
46. Сформулюйте основні положення електродинамічної теорії Максвелла.
47. Сформулюйте основні висновки, які слідують з рівнянь Максвелла для електромагнітного поля.

Приклади розв'язування типових задач до розділів 19 – 22

Задача 1. Рамка з 50 витків дроту площею 150 см^2 рівномірно обертається в однорідному магнітному полі $B = 0,8 \text{ Вб/м}^2$. Рамка здійснює $n = 120$ обертів за хвилину. Визначити амплітуду ЕРС індукції.

Розв'язання. Враховуючи співвідношення для потоку магнітної індукції $\Phi = BS \cos \alpha$ (де $\alpha = \omega t$ – залежність кутового положення рамки від часу) і закон електромагнітної індукції $E = -d\Phi/dt$, електрорушійну силу індукції можна обчислити за формулою

$$E = BSN\omega \sin \omega t,$$

де N – число витків; $\omega = 2\pi\nu$ – кутова (циклічна) частота обертання рамки; ν – частота обертання рамки і зміни електрорушійної сили;

Тому

$$E = BSN2\pi\nu \sin \omega t.$$

Амплітуда ЕРС досягається за умови $\sin \omega t = 1$:

$$E_{\max} = 0,8 \text{ Вб/м}^2 \cdot 0,015 \text{ м}^2 \cdot 50 \cdot 6,28 \cdot 2 \text{ об/с} \approx 7,5 \text{ В}$$

Задача 2. Швидкість літака $\nu = 950 \text{ км/год}$. Вертикальна складова земного магнітного поля $H = 40 \text{ А/м}$. Знайти ЕРС індукції, що виникає на кінцях крил. Розмах крил $w = 12,5 \text{ м}$. Літак рухається горизонтально. Чи можна використати цю ЕРС для вимірювання швидкості польоту літака?

Розв'язання. В даному випадку літак є провідником, що рухається в магнітному полі напруженістю H в напрямі, перпендикулярному до вектора напруженості. Тому на кінцях крил літака виникне ЕРС індукції

$$E = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{BdS}{dt} = -\frac{Bw dl}{dt} = -Bw\nu = -\mu_0 H w \nu,$$

де Φ – потік вектора індукції через поверхню dS , яку описують крила літака за час dt ; $\nu = dl/dt$ – швидкість літака; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ А}^2/\text{В}$ – магнітна стала; $B = \mu\mu_0 H$ – зв'язок між векторами індукції і напруженості магнітного поля; $\mu = 1$ – магнітна проникність повітря.

Підставивши числові значення, отримаємо $E \approx -0,165 \text{ В}$.

Використати цю різницю потенціалів для вимірювання швидкості польоту літака не можна, тому що, замкнувши кінці крил на вольтметр, дістанемо контур, в якому при поступальному русі літака магнітний потік залишається незмінним і ЕРС індукції дорівнює нулеві. Наявність ЕРС можна виявити лише при поворотах літака (зміні кута між контуром і магнітним полем).

Задача 3. Котушку з малим опором R і індуктивністю $L = 3 \text{ Гн}$ підключають до джерела з електрорушійною силою $E_x = 1,5 \text{ В}$ і малим внутрішнім опором r . Через який проміжок часу dt струм в котушці буде 50 А ?

Розв'язання. При зростанні сили струму після приєднання котушки до джерела енергії виникає електрорушійна сила самоіндукції $E_i = -L \frac{dI}{dt}$, яку повинна здолати прикладена зовнішня ЕРС джерела E .

За законом Ома для повного кола можна записати

$$I = \frac{E + E_i}{R + r} \quad \text{або} \quad I = \frac{E - L \cdot (dI/dt)}{R + r}.$$

Оскільки опори R і r дуже малі, то спад напруги $I(R + r) \approx 0$, і тоді повинна також виконуватись наближена рівність $E \approx L \cdot (dI/dt)$, звідки $dI/dt \approx E/L$. Таким чином, шуканий проміжок часу

$$dt \approx I/(E/L) = (I \cdot L)/E = (50 \cdot 3)/1,5 = 100 \text{ с}.$$

Задача 4. Миттєве значення ЕРС синусоїдального струму для фази $\pi/6$ становило 155 В . Які амплітудне і ефективне (діюче) значення ЕРС цього струму?

Розв'язання. ЕРС змінного струму в даний момент часу $E = E_0 \sin \omega t$, де E_0 – амплітудне значення, ωt – фаза ЕРС змінного струму. Звідси амплітудне значення ЕРС: $E_0 = E/\sin \omega t = 155/\sin(\pi/6) = 310 \text{ В}$.

$$\text{Ефективне значення ЕРС: } E_{\text{ef}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \approx 220 \text{ В}.$$

Задача 5. Первинна обмотка знижувального трансформатора з коефіцієнтом трансформації $k = 10$ увімкнена в коло з напругою $U_1 = 120 \text{ В}$. Опір вторинної обмотки трансформатора $r_2 = 1,2 \text{ Ом}$, струм у вторинному колі трансформатора $I_2 = 5 \text{ А}$. Визначити напругу на затискачах вторинної обмотки трансформатора. Втрати в первинному колі трансформатора не враховувати.

Розв'язання. Коефіцієнт трансформації трансформатора:

$$k = \frac{n_1}{n_2} = \frac{E_1}{E_2},$$

де E_1 і E_2 – ЕРС, індуковані відповідно в первинній і вторинній обмотках. Згідно з умовою задачі, втратами енергії у первинному колі можна нехтувати, тому $E_1 = U_1$. Напруга на затискачах вторинної обмотки можна визначити за законом Ома для повного кола

$$U_2 = E_2 - I_2 r_2,$$

де $I_2 r_2$ – спад напруги на вторинній обмотці. З першого рівняння для коефіцієнта трансформації, враховуючи, що $E_1 = U_1$, знаходимо

$$E_2 = \frac{U_1}{k}; \quad \text{тоді} \quad U_2 = \frac{U_1}{k} - I_2 r_2 = \frac{120}{10} - 5 \cdot 1,2 = 6 \text{ В}.$$

Розділ 23. Геометрична оптика і фотометрія

23.1. Основні закони геометричної оптики

Оптика – розділ фізики, який вивчає природу світла, світлові явища і взаємодію світла з речовиною. Оптичне випромінювання є електромагнітними хвилями, і тому оптика є частиною загального вчення про електромагнітне поле. В залежності від явищ, які розглядаються, оптику поділяють на **геометричну** (променевою), **хвильову** (фізичну), **квантову** (корпускулярну).

Ще до встановлення природи світла дослідникам природи були відомі такі закони поширення світла.

Закон прямолінійного розповсюдження світла. Світло в оптично однорідному середовищі розповсюджується прямолінійно. Лінія, вздовж якої переноситься світлова енергія, називається **світловим променем**. Отже в однорідному середовищі промені світла є прямими лініями.

Закон незалежності світлових пучків. Ефект, що здійснюється окремим світловим пучком в даній точці простору, не залежить від того, чи одночасно з ним діє декілька пучків світла, чи решта пучків усунені.

Закон відбивання. Відбитий промінь лежить в одній площині з падаючим променем і перпендикуляром, проведеним до межі розділу двох середовищ в точці падіння; кут падіння i рівний по величині куту відбивання i' (рис. 23.1):

$$i = i'. \quad (23.1)$$

Закон заломлення. Падаючий промінь, промінь заломлений і перпендикуляр, проведений до межі розподілу двох середовищ у точці падіння, лежать в одній площині; відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення є величина постійна для даних двох середовищ:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{21}, \quad (23.2)$$

де n_{21} – **відносний показник заломлення** другого середовища відносно першого. Він дорівнює відношенню абсолютних показників заломлення двох середовищ $n_{21} = n_2/n_1$. Отже, з використанням останнього співвідношення, закон заломлення матиме вигляд:

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r. \quad (23.3)$$

Абсолютним показником заломлення середовища називається величина n , що дорівнює відношенню швидкості електромагнітних хвиль у вакуумі c до їх фазової швидкості v у даному середовищі:

$$n = \frac{c}{v}. \quad (23.4)$$

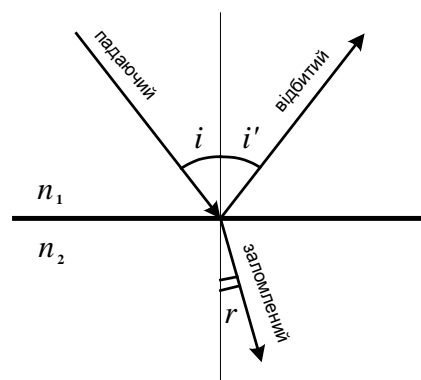


Рисунок 23.1

Оскільки швидкість поширення електромагнітних хвиль у середовищі залежить від його електричних і магнітних властивостей $v = c/\sqrt{\varepsilon\mu}$, то для абсолютного показника заломлення одержимо:

$$n = \sqrt{\varepsilon\mu}, \quad (23.5)$$

де ε і μ – відповідно діелектрична і магнітна проникності середовища. Для більшості прозорих діелектричних середовищ $\mu = 1$. Тому у більшості випадків справедливою є рівність $n = \sqrt{\varepsilon}$.

Якщо світло переходить із середовища з великим показником заломлення n_1 (*оптично більш густого*) в середовище з меншим показником заломлення n_2 (*оптично менш густе*) ($n_1 > n_2$) (наприклад, зі скла в повітря або з води в повітря), то кут заломлення r буде більшим від кута падіння i . Збільшення кута падіння призводить до того, що при деякому **граничному куті** i_{cp} падіння кут заломлення виявиться рівним $\pi/2$ – заломлений промінь поширюватиметься паралельно до поверхні, що розділяє два середовища. Отже, при кутах падіння $i > i_{cp}$ усе падаюче світло повністю відбивається від межі середовищ.

При виконанні останньої умови промінь не заломлюється і не проходить у друге середовище, а повністю відбивається назад у перше, причому інтенсивності відбитого і падаючого променя однакові. Це явище називається **повним внутрішнім відбиванням світла**. **Граничний кут повного внутрішнього відбивання** визначається співвідношенням:

$$\sin i_{cp} = \frac{n_2}{n_1} \sin(\pi/2) = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \quad (23.6)$$

Явище повного внутрішнього відбивання використовується в приладах повного відбивання, у оптоволоконних лініях зв'язку – світловодах та у приладах для вимірювання показників заломлення – **рефрактомерах**.

23.2. Лінзи

Лінзою називається прозоре тіло, обмежене з двох сторін криволінійною поверхнею. У найпростішому випадку ці поверхні сферичні. В окремих випадках одна з поверхонь може бути плоскою. За зовнішньою формою лінзи поділяються на: 1) двоопуклі; 2) плоско-випуклі; 3) двоввігнуті; 4) плоско-увігнуті; 5) опукло-увігнуті. Показник заломлення матеріалу лінзи n_2 відрізняється від показника заломлення навколишнього середовища n_1 (рис. 23.2).

Лінза називається **тонкою**, якщо її товщина d значно менша, ніж радіуси кривизни

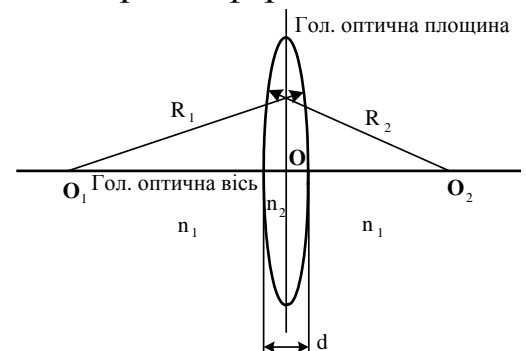


Рисунок 23.2

R_1 і R_2 обох поверхонь (рис. 23.2). На оптичних схемах лінзи зазвичай позначають стрілкою направленою у два боки (рис. 23.3).

Для опуклої поверхні радіус її кривизни приймається додатною величиною ($R > 0$), а для увігнутої поверхні – від'ємною ($R < 0$).

Пряма, що проходить через центри кривизни поверхонь O_1 і O_2 лінзи називається **головною оптичною віссю**. Площина, в якій лежить перетин криволінійних поверхонь лінзи, називається **головною площиною лінзи**. Точка перетину головної оптичної осі з головною площиною лінзи (точка O) називається **оптичним центром лінзи**. Промені, що проходять через оптичний центр, не змінюють напрямку поширення після виходу з лінзи – не заломлюються. **Побічними оптичними осями** називаються прямі, що проходять через оптичний центр лінзи і не співпадають з головною оптичною віссю. **Фокусом** лінзи F називається точка, що лежить на головній оптичній осі, в якій перетинаються промені **параксіального** (близького до осі) світлового пучка, що поширюється паралельно до головної оптичної осі (рис. 23.3).

Фокальною площиною називається площина, що проходить через фокус лінзи перпендикулярно до головної оптичної осі. **Фокусною відстанню** f називається відстань між оптичним центром лінзи O і її фокусом F . Радіуси кривизни сферичних поверхонь лінзи R_1 і R_2 та відносний показник заломлення матеріалу лінзи у середовищі $n_{21} = n_2/n_1$ зв'язані з фокусною відстанню лінзи співвідношенням:

$$\frac{1}{f} = (n_{21} - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (23.7)$$

де n_2 і n_1 – показники заломлення лінзи і навколишнього середовища відповідно.

Формула тонкої лінзи зв'язує між собою фокусну відстань лінзи f з відстанями від лінзи до предмету a та до його зображення b (рис 23.4):

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}. \quad (23.8)$$

Якщо $a = \infty$, тобто промені падають на лінзу паралельним пучком, то зображення предмета знаходиться у дальній фокальній площині, що проходить через точку F' ($b = f$). Якщо ж $b = \infty$, тобто зображення знаходиться в нескінченності – промені виходять з

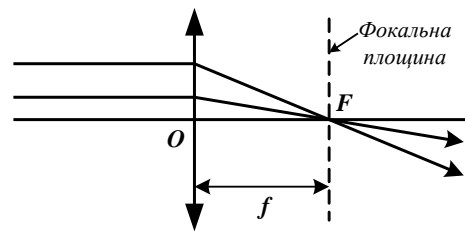


Рисунок 23.3

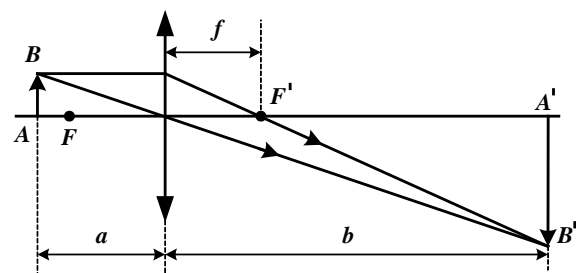


Рисунок 23.4

лінзи паралельним пучком, то це означає, що предмет знаходиться у ближній фокальній площині $a = f$.

Фокусні відстані лінзи, що оточена з обох боків середовищем з однаковими показниками заломлення, рівні між собою. Величина, обернена до фокусної відстані $D = 1/f$, називається **оптичною силою лінзи**. Одиниця вимірювання оптичної сили лінзи – **діоптрія (дптр)** – оптична сила лінзи з фокусною відстанню 1 м.

Лінзи з додатньою оптичною силою є **збираючими**, з **від'ємною** – **розсівними**. На відміну від збираючої лінзи, розсівна лінза має **уявні фокуси**. В уявному фокусі сходяться (після заломлення) уявні продовження променів, які падають на розсівну лінзу паралельно до головної оптичної осі (рис. 23.5).

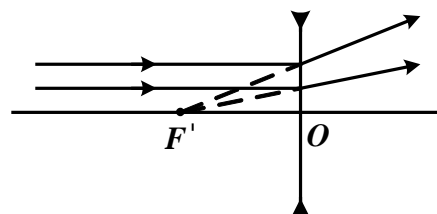


Рисунок 23.5

Найбільш поширеними і часто використовуваними оптичними приладами, в яких використовуються лінзи, є **луна**, **мікроскоп** і **зорова труба (телескоп)**.

Луна – короткофокусна ($f \approx 3 \div 5$ см) лінза призначена для розглядання дрібних деталей і предметів. Розміщується луна безпосередньо перед оком, а предмет – на відстані, трохи меншій від фокусної відстані лупи ($a \leq f$) таким чином, щоб уявне збільшене зображення предмета утворювалось на відстані найкращого зору ≈ 25 см. У цьому випадку збільшення зображення визначається співвідношенням:

$$\gamma = \frac{25}{f},$$

де фокусна відстань підставляється у сантиметрах.

Мікроскоп складається з об'єктива і окуляра. Об'єктив – складна система лінз, яка виконує роль однієї лінзи з дуже короткою фокусною відстанню $f < 1$ см. Предмет (об'єкт) розміщується на відстані трохи більшій, ніж фокусна відстань об'єктива таким чином, що його дійсне збільшене зображення утворюється майже у фокальній площині окуляра. Тому окуляр мікроскопа працює як луна, за допомогою якої спостерігач розглядає не сам предмет а його зображення, збільшене об'єктивом. Тому збільшення мікроскопа дорівнює добутку лінійних збільшень об'єктива γ_1 і окуляра γ_2 :

$$\gamma = \gamma_1 \cdot \gamma_2 = \frac{\Delta}{f_1} \cdot \frac{25}{f_2},$$

де Δ – відстань між фокусами об'єктива і окуляра – так звана довжина труби мікроскопа, f_1 і f_2 – фокусні відстані об'єктива і окуляра відповідно. Всі величини в дану формулу підставляються у сантиметрах.

Через те, що світло має хвильову природу, лінійне збільшення мікроскопа не може бути безмежним. Найменша відстань між двома точками предмета, котрі ще розділяються у зображенні, тобто зображаються окремими світловими плямами, визначається співвідношенням:

$$d \geq \frac{\lambda}{2n_1 \sin \varphi},$$

де λ – довжина хвилі світлового випромінювання, n_1 – показник заломлення середовища, в якому знаходиться предмет, φ – апертурний кут об'єктива, який чисельно дорівнює половині кута, під яким спостерігається оправа об'єктива з точки фокуса. Максимально досяжна величина збільшення кращих оптичних мікроскопів становить $1500 \div 2000$ разів.

Телескоп (зорова труба) – оптичний пристрій призначений для розглядання деталей віддалених об'єктів. Телескоп також складається з двох систем лінз – об'єктива і окуляра. Принцип дії окуляра телескопа аналогічний до його дії у мікроскопі. Принциповою відмінністю між мікроскопом і телескопом є будова їх об'єктивів. Об'єктив телескопа – довгофокусна лінза з великою апертурою (діаметром оправы). Якщо розглядуваний об'єкт знаходиться на великій відстані, то промені від нього майже паралельні. Отже зображення об'єкта створюється у фокальній площині об'єктива. У цій же площині розміщується і передній фокус окуляра. Тому збільшення телескопічної оптичної системи визначається відношенням фокусних відстаней об'єктива f_1 і окуляра f_2 :

$$\gamma = \frac{f_1}{f_2}.$$

Для збільшення чіткості зображення, необхідно зібрати якомога більше світла від об'єкта. Тому діаметр телескопічного об'єктива роблять якомога більшим. Більшість оптичних телескопів, які використовуються в наукових цілях, мають дзеркальні об'єктиви (сферичні дзеркала) які значно простіше виготовити, ніж лінзи великих діаметрів.

23.3. Аберациї оптичних систем

В реальних оптичних системах використовуються світлові пучки, відмінні від параксіальних, – промені суттєво віддалені від оптичної осі. Показник заломлення лінз залежить від довжини хвилі падаючого світла, а саме світло не є монохроматичним. Спотворення оптичного зображення, які виникають внаслідок дії цих факторів, називаються **абераціями**.

Сферична аберация. Фокус S'' для променів, більш віддалених від оптичної осі ніж параксіальні, знаходиться ближче, ніж фокус S' для параксіальних променів (рисунок 23.6). В результаті зображення точки, що світиться, має вид розпливча-

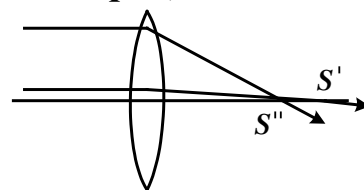


Рисунок 23.6

тої плями. Сферична аберация є частковим випадком астигматизму.

Кома. Якщо через оптичну систему проходить широкий (непараксильний) пучок променів від точкового джерела світла, розташованого не на оптичній осі, то зображення цієї точки буде мати вигляд освітленої плями неправильної форми комети з хвостом.

Точковим джерелом світла називається джерело, розмірами якого можна знехтувати в умовах конкретної задачі.

Астигматизм – це аберация, зумовлена недосконалістю самої лінзи – неоднаковістю кривизни оптичної поверхні лінзи в різних (взаємно перпендикулярних) площинах перетину світлового пучка, що падає на неї (рис. 23.7). Іншими словами поверхні лінзи окрім сферичної мають також циліндричну складову. Зображенням точки у цьому випадку є два взаємно-перпендикулярні відрізки зміщені один відносно одного вздовж оптичної осі.

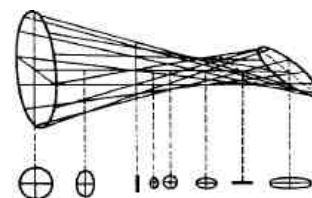


Рисунок 23.7

Дисторсія – це аберация, за якої при великих кутах падіння променів на лінзу лінійне збільшення для точок предмету, що знаходяться на різних відстанях від головної оптичної осі, є різним. В результаті порушується геометрична подібність між предметом (наприклад, прямокутна сітка – рис. 23.8a) і його зображенням (рис. 23.8b – подушкоподібна дисторсія, рис. 23.8c – бочкоподібна дисторсія).

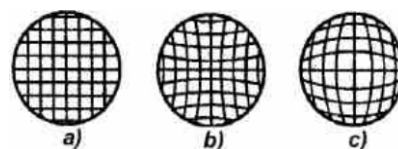


Рисунок 23.8

Хроматична аберация. При падінні на оптичну систему білого світла окремі монохроматичні промені, що входять до його складу, фокусуються в точках, що знаходяться на різних відстанях (рис. 23.9). Найбільшу фокусну відстань мають червоні промені, найменшу – фіолетові, тому зображення розмите і забарвлене.

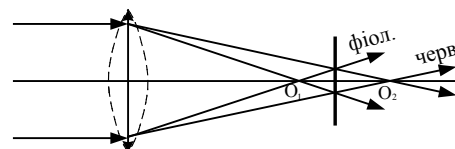


Рисунок 23.9

23.4. Фотометрія. Енергетичні величини у фотометрії

Фотометрія – розділ оптики, в якому розглядаються енергетичні характеристики світлових хвиль у процесах їх випромінювання, розповсюдження і взаємодії з речовиною. При цьому значну увагу приділяється питанням вимірювання інтенсивності світлового випромінювання і його джерел.

Енергетичні величини у фотометрії характеризують енергетичні параметри оптичного випромінювання без урахування особливостей його дії на той або інший приймач випромінювання.

Енергетичний потік випромінювання Φ_e – величина, що чисельно дорівнює відношенню енергії W випромінювання до часу t , за який ви-

промінювання відбулося (потужність випромінювання). Одиниця вимірювання енергетичного потоку випромінювання – *ват (Вт)*.

Енергетична світимість (випромінюваність) R_e – величина, що чисельно дорівнює відношенню потоку випромінювання Φ_e , що випускається поверхнею, до площі S перетину, через який цей потік проходить (поверхнева густина потоку випромінювання). Одиниця енергетичної світимості – *ват на метр в квадраті ($Вт/м^2$)*.

Енергетична сила світла (сила випромінювання) I_e – величина, що чисельно дорівнює відношенню енергетичного потоку випромінювання Φ_e точкового джерела до тілесного кута, в межах якого це випромінювання поширюється. Одиниця енергетичної сили світла – *ват на стерадіан ($Вт/ср$)*. Тілесний кут – це просторова фігура – конус, вершина якого співпадає з точковим джерелом випромінювання. Тілесний кут $\Omega = 1 ср$ – конус з вершиною у центрі сфери радіусом 1 м, котрий вирізає на її поверхні сегмент площею 1 м². Повний тілесний кут, який охоплює всі можливі напрями поширення випромінювання від точкового джерела, рівний 4π стерадіан.

Енергетична яскравість (променистість) V_e – величина, що чисельно дорівнює відношенню енергетичної сили світла елемента випромінюючої поверхні до площі S проекції цього елемента на площину, перпендикулярну до напрямку спостереження. Одиниця енергетичної яскравості – *($Вт/(ср \cdot м^2)$)*.

Енергетична освітленість (опроміненість) E_e – характеризує величину енергетичного потоку випромінювання, що падає на одиницю освітлюваної поверхні. Одиниця енергетичної освітленості – *ват на метр в квадраті ($Вт/м^2$)*.

23.5. Світлові фотометричні величини

Різні приймачі, що використовуються при оптичних вимірюваннях, володіють **селективністю** (вибірковою чутливістю, або залежністю чутливості приладу від довжини хвилі). Для кожного з них характерна своя крива чутливості до енергії світлового випромінювання на різних довжинах хвиль.

Тому світлові вимірювання є суб'єктивними – пов'язаними із чутливістю людського ока до світлового випромінювання. Дані таких вимірювань відрізняються від об'єктивних даних енергетичних вимірювань і для них вводяться **світлові фотометричні величини**, що використовуються лише для видимого діапазону.

Основною світловою фотометричною характеристикою в системі СІ є **сила світла I** . Одиницею вимірювання сили світла є **кандела (кд)**. З 1979 року кандела – сила світла джерела, яке випускає в заданому напрямку монохроматичне випромінювання з частотою $540 \cdot 10^{12} Гц$ за умови, що

енергетична сила випромінювання цього джерела у цьому напрямку становить один Vm/cp .

Світловий потік Φ характеризує лише ту частину загального енергетичного потоку, яка випромінюється джерелом у **видимому діапазоні** – довжини хвиль від 350 нм до 750 нм. Чутливість людського ока до світлового випромінювання є різною на різних довжинах хвиль навіть в межах видимого діапазону і характеризується **коефіцієнтом видимості** $V(\lambda)$, що є функцією довжини хвилі. Значення коефіцієнта видимості на певній довжині хвилі λ – величина, обернена до потужності випромінювання на цій же довжині хвилі за умови, що з точки зору візуальної оцінки яскравість випромінювання є незмінною у всьому видимому діапазоні. Коефіцієнт видимості приймається рівним одиниці (максимум чутливості людського ока) на довжині хвилі $\lambda = 555$ нм і поступово зменшується до нуля на краях видимого діапазону. Тому, **світловий потік** визначається співвідношенням:

$$\Phi = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \Phi_e(\lambda)V(\lambda)d\lambda, \quad (23.9)$$

де λ_1 і λ_2 – довжини хвиль, що відповідають фіолетовому і червоному краям видимого діапазону, Φ_e – енергетичний потік випромінювання від джерела світла. Одиниця світлового потоку – **люмен** (лм). 1 лм – світловий потік, що випромінюється точковим джерелом з силою світла в 1кд усередині тілесного кута в $\Omega = 1$ ср (1 лм = 1 кд·ср). Отже сила світла точкового джерела I і світловий потік Φ , що поширюється від нього зв'язані співвідношенням:

$$I = \frac{\Phi}{\Omega}. \quad (23.10)$$

Повний тілесний кут, що охоплює всі можливі напрями поширення світла від точкового джерела, рівний 4π стерадіан. Тому повний світловий потік, що поширюється від джерела світла силою одна кандела, становить 4π люмен.

Світлимість R – сумарний світловий потік, що випромінюється поверхнею джерела світла з площею S . Одиниця світлості – **люмен на метр у квадраті** (лм/м²):

$$R = \frac{\Phi}{S}. \quad (23.11)$$

Яскравість V_φ поверхні, що світиться, в деякому напрямку φ є величина, що чисельно дорівнює відношенню сили світла I в цьому напрямку до площі проекції S' цієї поверхні на площину, перпендикулярну до даного напрямку (рис. 23.10). Одиниця яскравості – **кандела на метр в квадраті** (кд/м²):

$$B_{\varphi} = \frac{I}{S'} = \frac{I}{S \cos \varphi} \quad (23.12)$$

Залежність сили світла I від кута φ між нормаллю до поверхні і напрямком поширення світла описується законом Ламберта:

$$I_{\varphi} = I_0 \cos \varphi,$$

де I_0 – сила світла, що поширюється від джерела в напрямку нормалі до його поверхні. Джерела світла, для яких справедливий закон Ламберта, називаються Ламбертівськими. Більшість природних джерел світла є Ламбертівськими.

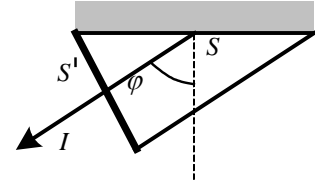


Рисунок 23.10

Між яскравістю і світимістю джерела світла існує зв'язок, який може бути легко одержаний, якщо використати закон Ламберта і визначення світимості і яскравості:

$$R = \pi B.$$

Освітленість E – величина, рівна відношенню світлового потоку Φ , що падає на деяку поверхню, до площі S цієї поверхні:

$$E = \frac{\Phi}{S}. \quad (23.13)$$

Одиниця освітленості – **люкс (лк)**: 1 лк – освітленість поверхні, на один квадратний метр якої падає світловий потік $\Phi = 1$ лм (1 лк = 1 лм/м²).

У випадку, коли освітленість поверхні створюється віддаленим точковим джерелом, її можна визначити за таким співвідношенням:

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha,$$

де I – сила світла точкового джерела, r – відстань від джерела світла до освітлюваної поверхні α – кут падіння світлового випромінювання на освітлювану поверхню.

Розділ 24. Хвильова оптика

24.1. Принцип Гюйгенса

Хвильова теорія світла ґрунтується на **принципі Гюйгенса**: кожна точка, до якої доходить хвиля, служить джерелом вторинних хвиль, а поверхня, що огинає ці хвилі, визначає положення хвильового фронту в наступний момент часу.

Даний принцип дещо пізніше був доповнений Френелем положенням про когерентність вторинних хвиль. Закони відбивання і заломлення світла легко виводяться, використовуючи принцип Гюйгенса. Нехай на межу розділу двох середовищ падає плоска хвиля (фронт хвилі – AB), що поширюється вздовж напрямку I . Поки фронт AB проходить відс-

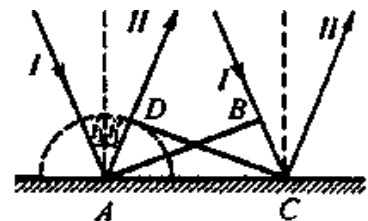


Рисунок 24.1

тань BC (за час t), фронт вторинних хвиль DC з точки A проходить відстань AD в напрямку II (рис. 24.1). Отже $\square ABC = \square ADC$, тому $\angle i = \angle i'$.

При заломленні: за час t фронт падаючої хвилі проходить відстань $BC = v_1 t$, а фронт заломленої хвилі відстань $AD = v_2 t$ (рис. 24.2). Із співвідношень $AC = BC / \sin i_1 = AD / \sin i_2$, які мають місце для прямокутних трикутників ACD і ACB , слідує закон заломлення:

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

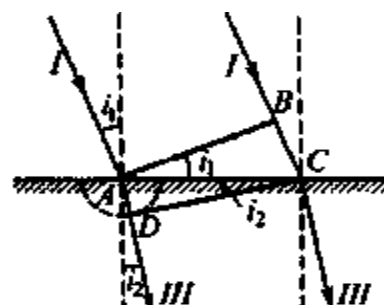


Рисунок 24.2

24.2. Когерентність світлових хвиль

Когерентністю називається узгоджене протікання в часі і просторі декількох коливальних або хвильових процесів, що проявляється при їх додаванні. **Монохроматичні хвилі** – необмежені в просторі і часі хвилі з однією постійною частотою, напрямом коливань і постійною різницею фаз – є **когерентними**.

Оскільки реальні джерела не дають строго монохроматичного світла, то хвилі, випромінювані будь-якими незалежними джерелами світла, *завжди некогерентні*. В джерелі світло випромінюється атомами, кожний з яких випускає світло лише протягом часу $\tau \approx 10^{-8} c$. Тільки протягом цього часу хвилі, що випускаються атомом, мають постійні амплітуду і фазу коливань.

Немонохроматичне світло можна представити у вигляді сукупності коротких гармонічних імпульсів, випромінюваних атомами – **хвильових цугів**, що змінюють один одного. Середня тривалість одного цугу $\tau_{\text{ког}}$ називається **часом когерентності**.

Якщо хвиля поширюватися в однорідному середовищі, то фаза коливань в певній точці простору зберігається тільки протягом часу когерентності. За цей час хвиля поширюється у вакуумі на відстань $l_{\text{ког}} = c\tau_{\text{ког}}$, що називається **довжиною когерентності** (або **довжиною цугу**). Тому спостереження інтерференції світла можливе лише за умови, що оптична різниця ходу між двома хвилями є меншою від довжини когерентності для джерела світла, що використовується.

Часова когерентність – когерентність коливань, які відбуваються в одній і тій же точці простору. Вона визначається ступенем монохроматичності хвиль. Часова когерентність існує до тих пір, поки розкид фаз у хвилях в даній точці не досягне значення $\Delta\varphi = \pi$.

В площині, перпендикулярній до напрямку розповсюдження цугу хвиль, випадкові зміни різниці фаз між двома хвилями в різних точках цієї площини збільшуються зі збільшенням відстані між ними. **Просторова когерент-**

ність – когерентність коливань в один і той же момент часу, але в різних точках такої площини. Ця когерентність втрачається, якщо розкид фаз в цих точках досягає $\Delta\varphi = \pi$. Джерела повинні бути просторово когерентними, щоб було можливо спостерігати інтерференцію випромінюваних ними світлових хвиль.

24.3. Інтерференція світла

Інтерференція світла – додавання двох або декількох когерентних світлових хвиль, при якому в різних точках простору спостерігається *посилення* або *послаблення* амплітуди результуючої хвилі.

Нехай в даній точці M **дві монохроматичні хвилі** з циклічною частотою ω збуджують два коливання, причому до точки M одна хвиля в середовищі з показником заломлення n_1 пройшла шлях s_1 з фазовою швидкістю v_1 , а друга – в середовищі n_2 шлях s_2 з фазовою швидкістю v_2 . Тоді рівняння гармонічних коливань, що збуджуються в точці M , мають вигляд:

$$x_1 = A_1 \sin\left(\omega t - \frac{\omega s_1}{v_1}\right), \quad x_2 = A_2 \sin\left(\omega t - \frac{\omega s_2}{v_2}\right). \quad (24.1)$$

Амплітуда результуючого коливання в точці M : $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \delta$. Інтенсивність результуючої хвилі пропорційна квадрату її амплітуди ($I \propto A^2$), тому:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta,$$

де δ – різниця фаз коливань в точці M :

$$\delta = \omega \left(\frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) = \frac{\omega}{c} (s_2 n_2 - s_1 n_1) = \frac{2\pi\nu}{c} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta, \quad (24.2)$$

$\nu = \omega / (2\pi)$ – частота коливань світлової хвилі, $\lambda_0 = c / \nu$ – довжина світлової хвилі у вакуумі. Добуток геометричної довжини шляху s світлової хвилі в даному середовищі на показник заломлення цього середовища n називається **оптичною довжиною шляху** $L = s \cdot n$. Різниця $\Delta = L_2 - L_1 = (s_2 n_2 - s_1 n_1)$ оптичних довжин шляху, пройдених двома хвилями в різних середовищах, називається **оптичною різницею ходу**.

Якщо оптична різниця ходу двох хвиль Δ дорівнює цілому числу довжин хвиль (парному числу напівхвиль):

$$\Delta = \pm m \lambda_0 = \pm 2m \frac{\lambda_0}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (24.3)$$

то різниця фаз коливань $\delta = \pm 2\pi \cdot m$. Отже, коливання, збуджувані хвилями в точці M , відбуватимуться **в однаковій фазі** і підсилюватимуть одна одну. Тому рівність (24.3) – **умова спостереження інтерференційного максимуму** в точці M .

Якщо оптична різниця ходу Δ дорівнює непарному числу напівхвиль

$$\Delta = \pm(2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (24.4)$$

то різниця фаз $\delta = \pm(2m + 1)\pi$ і коливання, збуджувані в точці M , відбуватимуться *в протифазі* і послаблюватимуть одна одну. Рівність (24.4) – *умова інтерференційного мінімуму* в точці M .

24.3.1. Методи спостереження інтерференції

До винаходу лазерів, у всіх приладах когерентні світлові пучки одержували розділенням хвилі, випромінюваної одним джерелом, на дві частини, котрі після проходження різних оптичних шляхів накладали один на одного і спостерігали інтерференційну картину.

1. Метод Юнга. Світло від яскраво освітленої щілини S падає на дві щілини S_1 і S_2 , котрі відіграють роль когерентних джерел. Інтерференційна картина у вигляді світлих і темних смуг спостерігається на екрані E в області BC (рисунк 24.3).

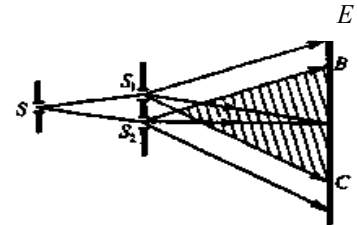


Рисунок 24.3

2. Дзеркала Френеля. Світло від джерела S падає пучком, що розходить, на два плоскі дзеркала A_1O і A_2O , розташованих під малим кутом φ . Роль

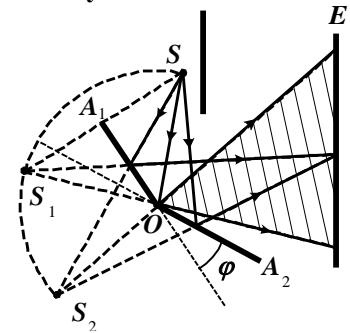


Рисунок 24.4

когерентних джерел у цьому випадку відіграють уявні S_1 і S_2 зображення джерела світла S . Інтерференційна картина спостерігається на екрані E , захищеному від прямого попадання світла від джерела S (рис. 24.4).

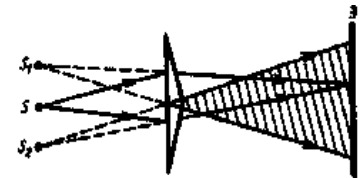


Рисунок 24.5

3. Біпризма Френеля. Світло від джерела S заломлюється в призмах, і з дуже малими заломлюючими кутами. Внаслідок цього за біпризмою взаємодіють два пучка світла, що нібито поширюються від уявних когерентних джерел S_1 і S_2 (рис. 24.5).

4. Дзеркало Ллойда. Точкове джерело S знаходиться поблизу поверхні плоского дзеркала M . Когерентними джерелами служать саме джерело S і його уявне зображення S_1 у плоскому дзеркалі M (рис. 24.6).



Рисунок 24.6

24.3.2. Розрахунок інтерференції від двох когерентних джерел

Дві щілини S_1 і S_2 знаходяться на відстані d один від одного і є когерентними джерелами (рис. 24.7). Екран паралельний до щілин і знаходиться від них на відстані $l \gg d$. Інтенсивність світла у довільній точці A

екрану визначається різницею ходу $\Delta = s_2 - s_1$. За умови $l \gg d$ отримаємо $\Delta = xd/l$.

Положення максимумів знаходимо з умови:

$$\Delta = \frac{xd}{l} = \pm m\lambda. \text{ Звідки:}$$

$$x_{\max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (24.5)$$

Положення мінімумів з умови: $\Delta = \frac{xd}{l} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$. Звідки:

$$x_{\min} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{l}{d} \lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (24.6)$$

Відстань $\Delta x = x_{\max}^{m+1} - x_{\max}^m$ між двома сусідніми максимумами (мініму-мама) інтерференційної картини, утвореної на екрані, називається **шириною інтерференційної смуги**

$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda. \quad (24.7)$$

Інтерференційна картина представляє собою чергування на екрані паралельних світлих і темних смуг.

24.3.3. Інтерференційні смуги рівного нахилу

Нехай з повітря ($n_0 = 1$) на плоско-паралельну прозору пластинку з показником заломлення n і товщиною d під кутом i падає плоска монохроматична хвиля (рис. 24.8(a)). В точці O промінь частково відіб'ється (1), а частково заломиться, і після відбивання на нижній поверхні пластини в точці C вийде з пластини в точці B (2). За умови $d \leq \lambda_0$ промені 1 і 2 когерентні і паралельні. За допомогою збиральної лінзи їх можна звести в точці P .

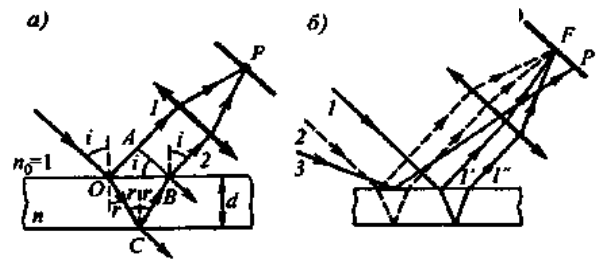


Рисунок 24.8

Необхідно відзначити важливу особливість відбивання електромагнітних хвиль і, зокрема, оптичного випромінювання. **При відбиванні світла від оптично більш щільного середовища ($n > n_0$) фаза змінюється на π , тобто на протилежну.** Зміна фази на π рівносильна втраті половини довжини хвилі при відбиванні. Така поведінка електромагнітної хвилі на межі двох середовищ слідує з граничних умов, яким повинні задовольняти тангенціальні компоненти векторів напруженості електричного і магнітного поля на межі розділу: $E_{\tau 1} = E_{\tau 2}$, $H_{\tau 1} = H_{\tau 2}$. З урахуванням цього, оптична різниця ходу між променями 1 і 2:

$$\Delta = n(OC + CB) - (OA - \lambda_0/2).$$

Використовуючи закон заломлення $\sin i = n \sin r$ і співвідношення, що слідує з геометрії рисунку 24.8(a): $OC = CB = d/\cos r$; і $OA = OB \sin i = 2d \operatorname{tg} r \sin i$ запишемо:

$$\Delta - \frac{\lambda_0}{2} = \frac{2dn}{\cos r} - 2d \operatorname{tg} r \sin i = 2dn \left(\frac{1}{\cos r} - \frac{\sin^2 r}{\cos r} \right) = 2dn \cos r = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i}.$$

В точці P буде **інтерференційний максимум**, якщо

$$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda_0}{2} = 2m \frac{\lambda_0}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (24.7)$$

В точці P буде **інтерференційний мінімум**, якщо

$$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda_0}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (24.8)$$

Таким чином, для заданих значень d і n результат інтерференції визначається значенням кута падіння променя i . Кожна інтерференційна смуга відповідає своєму значенню кута падіння (нахилу). Інтерференційні смуги, що виникають в результаті накладення променів, які падають на плоско-паралельну пластинку під однаковими кутами, називаються **смугами рівного нахилу**.

Всі промені, що інтерферують, є паралельними між собою (наприклад, $1'$ і $1''$ на рис. 24.8 (б)), тому говорять, що **смуги рівного нахилу локалізовані в нескінченності**. Для їх спостереження використовують збиральну лінзу і екран. Радіальна симетрія лінзи призводить до того, що інтерференційна картина на екрані матиме вид концентричних кілець з центром у фокусі лінзи.

24.3.4. Інтерференційні смуги рівної товщини

Нехай на прозору пластинку змінної товщини – **клин** з малим кутом α між бічними гранями – падає плоска хвиля у напрямі паралельних променів 1 і 2 (рисунок 24.9). Інтенсивність інтерференційної картини, сформованої променями, відбитими від верхньої і нижньої поверхонь клина, залежить від товщини клина в даній точці (d і $d' \leq \lambda_0$ для променів 1 і 2 відповідно). Когерентні пари променів ($1'$ і $1''$, $2'$ і $2''$) перетинаються поблизу поверхні клина (точки B і B') і збираються лінзою на екрані (в точках A і A'). Таким чином, на екрані виникає система інтерференційних смуг. Це смуги рівної товщини, кожна з яких виникає **при відбиванні від тих місць пластинки, що мають однакову товщину**. Смуги рівної товщини локалізовані поблизу поверхні клина (в площині, відзначеній пунктирною лінією $B'-B$), тому їх спостереження є дещо ускладненим. Лінза використовується для проектування

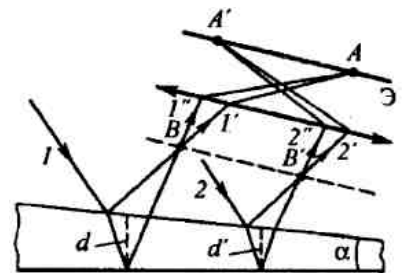


Рисунок 24.9

площини $B'-B$ на екран і більш зручного спостереження інтерференційної картини.

24.3.5. Кільця Ньютона

Кільця Ньютона є класичним прикладом смуг рівної товщини, що спостерігаються при відбиванні світла від повітряного клина, утвореного плоскопаралельною пластинкою і дотичною з нею плосковипуклою лінзою з великим радіусом кривизни (рис. 24.10). Паралельний пучок світла падає нормально на плоску поверхню лінзи. Смуги рівної товщини мають вид концентричних кілець. З урахуванням того, що товщина клина мала ($d^2 \rightarrow 0$), маємо:

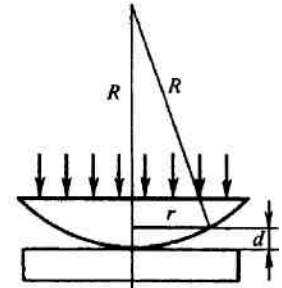


Рисунок 24.10

$$R^2 = (R - d)^2 + r^2 = R^2 - 2Rd + d^2 + r^2 \Rightarrow d = r^2 / 2R.$$

Тоді оптична різниця ходу між когерентними променями у відбитому світлі:

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda_0}{2} = 2 \frac{r^2}{2R} + \frac{\lambda_0}{2}.$$

Отже, радіуси світлих кілець Ньютона:

$$r_m = \sqrt{(m - 1/2)\lambda_0 R}; \text{ де } m = 1, 2, 3, \dots \quad (24.9)$$

Радіуси темних кілець:

$$r_m = \sqrt{m\lambda_0 R}, \text{ де } m = 0, 1, 2, \dots \quad (24.10)$$

Інтерференцію можна спостерігати також у світлі, що проходить через систему лінза-пластинка. У цьому випадку максимумами інтерференції відповідають мінімумам інтерференції у відбитому світлі і навпаки.

24.3.6. Застосування інтерференції. Просвітлення оптики.

Інтерферометри

Об'єктиви оптичних приладів містять велику кількість лінз. Навіть незначне віддзеркалення світла кожною з поверхонь лінз приводить до того, що інтенсивність пучка світла, що пройшов через об'єктив, значно зменшується. Крім того, в об'єктивах виникають відблиски і фон розсіяного світла, що знижує ефективність оптичних систем. Але, якщо на межах середовищ створити умови, при яких для відбитих променів спостерігається мінімум інтерференції, то при цьому інтенсивність світла, що пройшло через оптичну систему, буде максимальною. Цього можна добитися, наприклад, нанесенням на поверхню лінз тонких плівок з показником заломлення, що відповідає умові $n = \sqrt{n_0 n_c}$, (n_0, n_c – показники заломлення повітря і скла відповідно, $n_0 < n < n_c$). В цьому випадку амплітуди когерентних променів, відбитих від верхньої і нижньої поверхонь плівки,

будуть однакові, а умова мінімуму інтерференції буде: $2nd = (2m + 1)\lambda_0/2$. При $m = 0$ **оптична товщина півки** nd задовольняє умові:

$$nd = \lambda_0/4. \quad (24.11)$$

При виконанні даної умови відбувається гасіння відбитих від просвітленої поверхні променів. Для кожної довжини хвилі λ_0 повинна бути своя товщина просвітлюючої півки d . Оскільки цього добитися неможливо, звичайно оптику просвітлюють для довжини хвилі $\lambda_0 = 550 \text{ нм}$, що знаходиться посередині видимого діапазону і до якої найбільш чутливе око людини.

Явище інтерференції використовують в **інтерферометрах** для вимірювання лінійних розмірів тіл з точністю, порівнянною з довжиною хвилі світлового випромінювання λ_0 . При плавній зміні різниці ходу Δ пучків, що інтерферують, на величину $\lambda_0/2$ інтерференційна картина зміститься настільки, що на місці максимумів виявляться мінімуми і навпаки.

В **інтерферометрі Майкельсона** монохроматичний промінь від джерела S розділяється на напівпрозорій пластинці P_1 на два промені 1 і 2, які, відбившись від дзеркал M_1 і M_2 , знову за допомогою пластинки P_1 зводяться в один пучок і поширюються в напрямку $1'$, $2'$. В цьому напрямку промені $1'$ і $2'$ формують інтерференційну картину (рисунок 24.11). Компенсаційна пластинка P_2 розміщується на шляху променя 2 таким чином, щоб він так само, як і промінь 1, двічі пройшов через пластинку. Інтерференційна картина, що виникає, надзвичайно чутлива до будь-якої зміни різниці ходу променів 1 і 2 (наприклад, до зсуву одного з дзеркал). Похибка вимірювань лінійних розмірів методом інтерферометрії є не гіршою від величини $\lambda_0/4 \approx 100 \text{ нм} = 0,1 \text{ мкм}$.

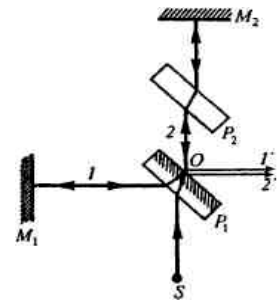


Рисунок 24.11

24.4. Дифракція світла

24.4.1. Принцип Гюйгенса-Френеля

Дифракцією називається явище **огинання хвилями перешкод**, що зустрічаються на їх шляху, або в більш широкому значенні **дифракція** – будь-яке відхилення законів поширення хвиль поблизу перешкод від законів геометричної оптики.

Явище дифракції пояснюється на основі принципу Гюйгенса. Саме вторинні хвилі огинають перешкоди на шляху розповсюдження первинних хвиль. Френель доповнив принцип Гюйгенса положенням про **когерентність вторинних хвиль та їх інтерференцію**.

Згідно з **принципом Гюйгенса-Френеля**, **світлова хвиля, збуджена джерелом світла в довільній точці простору, може бути представлена як результат інтерференції (складання) когерентних вторинних**

хвиль, випромінюваних вторинними джерелами – нескінченно малими елементами довільної замкнутої поверхні S , що охоплює джерело.

24.4.2. Зони Френеля

Визначимо амплітуду світлової хвилі, яка поширюється в однорідному середовищі з точкового джерела S , в довільній точці простору M . Згідно з принципом Гюйгенса-Френеля, замінимо дію джерела S дією уявних джерел, розташованих на допоміжній поверхні Φ . Дана поверхня є фронтом хвилі, що поширюється з точкового джерела S (поверхня сфери з центром S). Розіб'ємо хвильову поверхню Φ на кільцеві зони такого розміру, щоб відстані від країв зони до точки M відрізнялися на половину довжини хвилі $\lambda/2$ (рис. 24.12).

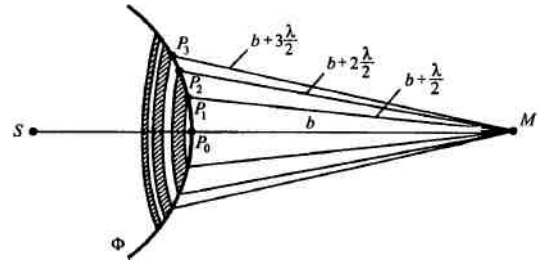


Рисунок 24.12

При такому розбитті хвильової поверхні на зони виявляється, що площі всіх зон Френеля рівні між собою і визначаються співвідношенням:

$$\sigma = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}, \quad (24.12)$$

де a – радіус сферичної поверхні Φ (довжина відрізка SP_0), b – довжина відрізка P_0M . Радіус зовнішньої межі m -ої зони Френеля визначається з рівності:

$$\rho_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda}. \quad (24.13)$$

Позначимо амплітуди коливань, що поширюються від 1-ої, 2-ої, ..., m -ої зон, через A_1, A_2, \dots, A_m (при цьому $A_1 > A_2 > A_m \dots$). Тоді, враховуючи той факт, що коливання від вторинних джерел світлової хвилі, які знаходяться на поверхні Φ у сусідніх зонах, приходять в точку M у протилежних фазах, отримаємо результуючу амплітуду коливань в даній точці:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \quad (24.14)$$

Можна також показати, що амплітуда коливання A_m довільної m -ої зони Френеля рівна середньому арифметичному від амплітуд коливань у сусідніх з нею зонах:

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}. \quad (24.15)$$

Враховуючи останнє співвідношення і той факт що при $m \gg 1$ виконується нерівність $A_1 \gg A_m$, результуючу амплітуду в точці M можна записати у вигляді:

$$A = A_1/2. \quad (24.16)$$

За умови $a = b = 10 \text{ см}$ і $\lambda = 500 \text{ нм}$ радіус першої зони Френеля, згідно з (24.13), $\rho_1 = 0,158 \text{ мм}$. Отже, розповсюдження світла від джерела S до точки M відбувається так, ніби світловий потік поширюється усередині дуже вузького каналу вздовж відрізка SM , тобто прямолінійно. Таким чином, **принцип Гюйгенса-Френеля дозволяє пояснити прямолінійне розповсюдження світла в однорідному середовищі.**

24.4.3. Дифракція у збіжному пучку (Дифракція Френеля)

Дифракція у збіжному пучку (дифракція Френеля) – це дифракція сферичних хвиль. У цьому випадку дифракційна картина спостерігається у так званій ближній зоні дифракції – на скінченій відстані від перешкоди, що зумовила дифракцію.

Дифракція на круглому отворі. Сферична хвиля, що поширюється від точкового джерела S , зустрічає на своєму шляху екран з круглим отвором. Вид дифракційної картини залежить у цьому випадку від числа зон Френеля, що укладаються всередині діафрагми (рис. 24.13). Амплітуда світлової хвилі в точці B екрану буде визначатися амплітудами коливань у першій і останній зонах Френеля, розміщених всередині отвору діафрагми:

$$A = A_1/2 \pm A_m/2, \quad (24.17)$$

де знак “плюс” стосується випадку непарного m – числа зон Френеля всередині отвору, а знак “мінус” – випадку парного m .

Дифракційна картина матиме вид концентричних темних і світлих кілець з центром у точці B . Якщо m – парне, то у центрі картини спостерігається мінімум – центральне кільце буде темним, якщо m непарне, то – світлим (максимум інтерференції від вторинних джерел).

Дифракція на диску. Сферична хвиля, що поширюється від джерела S , зустрічає на своєму шляху перешкоду у вигляді непрозорого диска (рис. 24.14). Якщо диск закриває перші m зон Френеля, то амплітуда коливань світлової хвилі в точці B екрану E визначатиметься лише амплітудою коливань у $m+1$ -ій – першій відкритій зоні Френеля і становитиме:

$$A = A_{m+1}/2. \quad (24.18)$$

Таким чином, в точці B завжди спостерігається інтерференційний максимум (світла пляма). Інтенсивність максимуму визначається половиною амплітудою коливань у першій відкритій зоні Френеля. Центральний максимум оточений концентричними темними і світлими кільцями.

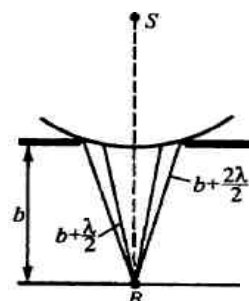


Рисунок 24.13

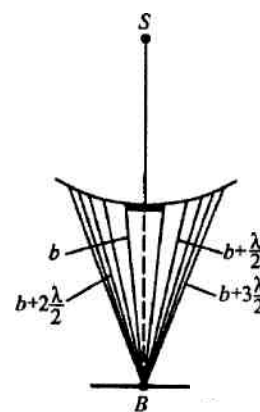


Рисунок 24.14

24.4.4. Дифракція у паралельному пучку (Дифракція Фраунгофера)

Дифракція Фраунгофера спостерігається в тому випадку, коли джерело світла і точка спостереження нескінченно віддалені від перешкоди, що викликає дифракцію, – так звана далека зона дифракції. Паралельний пучок променів створюють, поміщаючи точкове джерело світла у фокусі збірної лінзи. Дифракційну картину за допомогою другої збірної лінзи, встановленої за перешкодою, фокусують на екран.

Розглянемо дифракцію Фраунгофера монохроматичної плоскої хвилі на окремі нескінченно довгій щілині шириною $a = MN$. Оптична різниця ходу між крайніми променями MC і ND , що після проходження через щілину поширюються під кутом φ (рис. 24.15а), визначається рівністю:

$$\Delta = NF = a \sin \varphi. \quad (24.19)$$

Розіб'ємо відкриту частину хвильової поверхні – відрізок MN на зони Френеля, паралельні до ребра M щілини. Ширина кожної зони вибирається так, щоб різниця ходу променів, які поширюються від країв сусідніх зон під кутом φ , була рівна $\lambda/2$. Тоді на ширині щілини умістяться $k = 2\Delta/\lambda$ зон.

Всі точки хвильового фронту в площині щілини мають однакову фазу і амплітуду коливань. Тому сумарна інтенсивність коливань від будь-яких двох сусідніх зон Френеля дорівнює нулю. Отже:

- 1) якщо для даного кута спостереження φ число зон Френеля, що поміщаються в межах щілини, є парним, то в даному напрямку спостерігатиметься дифракційний мінімум (вторинні хвилі від сусідніх зон гасять одна одну):

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = \pm m\lambda, \quad (m = 1, 2, 3, \dots). \quad (24.20)$$

Останнє співвідношення є **умовою спостереження дифракційного мінімуму** – різниця ходу між крайніми променями в межах щілини дорівнює цілому числу довжин хвиль (повна темнота);

- 2) якщо ж для даного кута спостереження φ число зон Френеля в межах щілини непарне, то спостерігатиметься дифракційний максимум:

$$a \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (m = 1, 2, 3, \dots). \quad (24.21)$$

Різниця ходу між крайніми променями дорівнює непарному числу напівдовжин хвиль – **умова дифракційного максимуму**. Інтенсивність максимуму відповідна до дії однієї некомпенсованої зони Френеля.

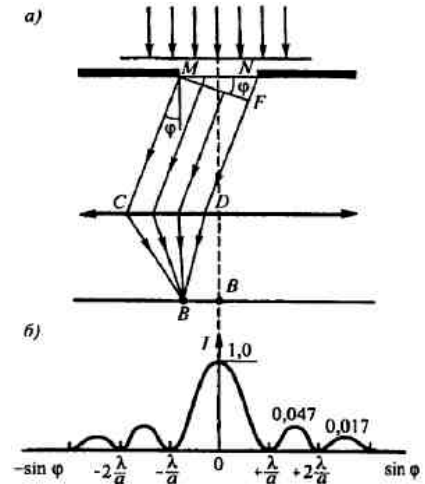


Рисунок 24.15

В напрямку $\varphi = 0$ щілина діє як одна зона Френеля – усі хвилі поширюються синхронно, взаємно підсилюючи одна одну. Тому в цьому напрямі світло поширюється з найбільшою інтенсивністю – **центральный дифракційний максимум**. Напрями, в яких амплітуда максимальна або рівна нулю, визначаються рівностями:

$$\sin \varphi_{\min} = \pm \frac{m\lambda}{a}, \quad \sin \varphi_{\max} = \pm \frac{(2m+1)\lambda}{2a}. \quad (24.22)$$

Розподіл інтенсивності на екрані, одержуваний унаслідок дифракції, називається **дифракційним спектром** (рисунок 24.15б). Інтенсивності в центральному і подальших максимумах відносяться як 1:0,047:0,017:0,0083..., тобто основна частина світлової енергії зосереджена в центральному максимумі.

Як впливає із (24.22), положення дифракційних максимумів для заданої ширини щілини залежить від довжини хвилі λ . При освітленні щілини білим світлом центральний максимум спостерігається у вигляді білої смужки, оскільки при $\varphi = 0$ різниця ходу між вторинними хвилями рівна нулю для всіх довжин хвиль. Отже, центральний максимум є спільним для всіх довжин хвиль. Бічні максимуми забарвлені у кольори веселки фіолетовим краєм до центру дифракційної картини (оскільки $\lambda_{\text{фіол}} < \lambda_{\text{черв}}$).

24.4.5. Дифракція Фраунгофера на дифракційних решітках

Одновимірні дифракційні решітки – система паралельних щілин рівної ширини, що лежать в одній площині і розділені рівними по ширині непрозорими проміжками.

Розподіл інтенсивності в дифракційному спектрі кожної щілини визначається напрямом дифрагованих променів і дифракційні картини, створювані кожною щілиною, будуть *однаковими*. Сумарна дифракційна картина буде результатом взаємної багатопроменевої інтерференції хвиль, що поширюються від усіх щілин решітки одночасно. Тобто в дифракційних решітках відбувається багатопроменева інтерференція когерентних дифрагованих пучків світла, що йдуть від великої кількості щілин.

Якщо a – ширина кожної щілини; b – ширина непрозорих ділянок між щілинами, то величина $d = a + b$ називається **постійною (періодом) дифракційної решітки** ($d = 1/N_0$, де N_0 – число щілин, що припадає на одиницю довжини, на 1 мм).

Розглянемо процес дифракції на прикладі двох сусідніх щілин. Різниця ходу Δ між променями, що ідуть від двох сусідніх щілин у деякому

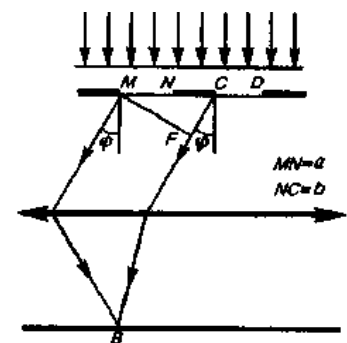


Рисунок 24.16

вибраному напрямку спостереження φ , за аналогією до (24.19), визначається рівністю:

$$\Delta = CF = (a + b) \sin \varphi = d \sin \varphi . \quad (24.23)$$

Очевидно, що в тих напрямках, в яких жодна зі щілин не поширює світло, віно не поширюватиметься і у випадку двох чи більше щілин, тобто **головні мінімуми** інтенсивності і надалі спостерігатимуться в напрямках:

$$a \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad (m = 1, 2, 3, \dots) . \quad (24.24)$$

Крім того, в певних напрямках внаслідок взаємної інтерференції світлові промені, що поширюються від двох сусідніх щілин, також гаситимуть один одного. Це призводить до виникнення **додаткових мінімумів**, кутові положення яких для випадку двох щілин визначаються умовами:

$$d \sin \varphi = \pm (2m + 1) \cdot \lambda / 2 . \quad (24.25)$$

Навпаки, дія однієї щілини підсилює дію іншої, якщо виконується умова **головних максимумів**:

$$d \sin \varphi = \pm 2m \cdot \lambda / 2 = \pm m \lambda . \quad (24.26)$$

В загальному випадку, якщо дифракційна решітка складається з N щілин, то напрями головних дифракційних максимумів визначаються умовами:

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots) . \quad (24.27)$$

Між двома головними максимумами виникає $N-1$ додаткових мінімумів, розділених вторинними максимумами, які створюють слабкий фон. Умови спостереження **додаткових мінімумів** мають вигляд:

$$d \sin \varphi = \pm m' \lambda / N , \quad (24.28)$$

де m' – ціле, що може приймати всі значення, окрім $0, N, 2N, 3N, \dots$ При таких значеннях m' умова додаткових мінімумів (24.28) перетворюється в умову головних максимумів (24.27).

Амплітуда головного максимуму визначається сумою амплітуд світлових хвиль, які поширюються від усіх щілин решітки: $A_{\max} = A_1 N$. Інтенсивність світла пропорційна квадрату амплітуди, тому інтенсивність будь-якого головного максимуму в N^2 разів більша від інтенсивності I_1 , що створюється однією щілиною в даному напрямку: $I_{\max} = I_1 N^2$.

Наприклад, на рисунку 24.17 представлена дифракційна картина для випадку $N = 4$, $a = d / 3$. Пунктирна крива зображає кутовий розподіл інтенсивності від однієї щілини, помножений на коефіцієнт N^2 . Очевидно, що при певних співвідношеннях між періодом решітки d і шириною щілин a окремі головні

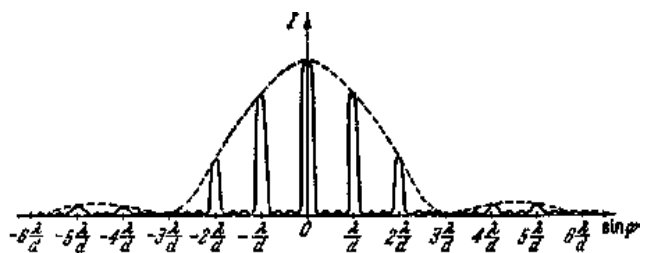


Рисунок 24.17

максимуми дифракційної картини можуть повністю гаситись. Це відбувається внаслідок збігу їхніх кутових положень з кутовими положеннями головних мінімумів (24.27). Збільшення кількості щілин призводить лише до суттєвого зростання інтенсивності головних максимумів і їх звуження – зменшення кутової розбіжності дифракційних пучків.

Як впливає із співвідношення (24.27), кутове положення головних максимумів дифракційної решітки залежить від довжини світлової хвилі λ . Тому, при пропусканні через дифракційну решітку природного білого світла всі максимуми, окрім центрального ($m = 0$), розкладуться в спектр. При цьому фіолетова область спектру буде розвернена до центру дифракційної картини, червона – назовні (хвилі коротшої довжини відхиляються на менший кут і навпаки). Тому дифракційні решітки можуть бути використані в якості **спектрального приладу** для розкладання білого світла в спектр, а також для визначення довжин хвиль монохроматичних джерел світла. Оскільки для кута спостереження дифракційної картини існує очевидне обмеження: $\varphi \leq 90^\circ$ ($|\sin \varphi| \leq 1$), тому число головних максимумів, що спостерігаються на виході дифракційної решітки, також обмежується значенням: $m \leq d/\lambda$.

24.4.6. Роздільна здатність спектрального приладу

Навіть за умови існування ідеальної оптичної системи без дефектів і аберацій зображення будь-якої точки предмета в монохроматичному світлі матиме вигляд центральної світлої плями, оточеної почерговими темними і світлими кільцями. Такий стан речей є наслідком хвильової природи світла – дифракції світлового пучка на апертурі (оправі) об'єктива. Внаслідок цього виникає так зване дифракційне обмеження на збільшення оптичної системи. Це обмеження визначається критерієм Релея.

Критерій Релея – зображення двох сусідніх однакових точкових джерел або двох сусідніх спектральних ліній з рівними інтенсивностями і однаковими симетричними контурами можуть бути розділеними для візуального сприйняття, якщо **центральный максимум** дифракційної картини від одного джерела (лінії) співпадає з **першим мінімумом** дифракційної картини від іншого (рис. 24.18а). При цьому інтенсивність "провалу" між максимумами складатиме 80 % від інтенсивності в максимумі дифракційної картини. Цього достатньо для візуального розділення зображень сусідніх точок предмета або сусідніх ліній у спектрі з довжинами хвиль λ_1 і λ_2 . Якщо критерій Релея порушується в сторону зменшення відстані між дифракційними максимумами, то дві сусідні лінії спостерігаються як одна (рис. 24.18б).

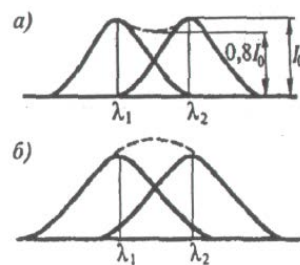


Рисунок 24.18

Роздільною здатністю спектрального приладу називають безрозмірну величину:

$$R = \lambda / \delta\lambda,$$

де $\delta\lambda$ – мінімальне значення різниці довжин хвиль двох сусідніх спектральних ліній, при якій ці лінії реєструються роздільно.

Роздільна здатність дифракційних решіток. Нехай максимум m -го порядку для довжини хвилі λ_2 спостерігається під кутом φ_{\max} , що визначається з умови: ($d \sin \varphi_{\max} = m\lambda_2$). В тому ж порядку дифракційного спектру найближчий мінімум для довжини хвилі $\lambda_1 = \lambda_2 - \delta\lambda$ спостерігається під кутом φ_{\min} , що визначається з умови: ($d \sin \varphi_{\min} = m\lambda_1 + \lambda_1/N$). Згідно з критерієм Релея, ці два кути повинні бути рівними $\varphi_{\max} = \varphi_{\min}$. Отже, враховуючи згадані вище умови, мінімальна різниця довжин хвиль двох сусідніх спектральних ліній, що можуть бути розділені за допомогою дифракційної решітки, буде:

$$\delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\lambda_1}{mN}.$$

Тоді, згідно з визначенням, роздільна здатність дифракційної решітки буде рівною:

$$R_{др} = \lambda / \delta\lambda = mN. \quad (24.29)$$

Отже, *роздільна здатність дифракційної решітки* пропорційна порядку дифракційного спектру m і повному числу щілин дифракційної решітки N . Збільшуючи загальне число штрихів дифракційної решітки, ми добиваємось звуження основних дифракційних максимумів, що дає змогу зменшити величину $\delta\lambda$.

Розділ 25. Взаємодія світлового випромінювання з речовиною

25.1. Дисперсія світла

Дисперсією світла називається залежність показника заломлення середовища n від частоти ν (довжини хвилі λ) світла. Це явище можна пояснити залежністю фазової швидкості v світлових хвиль у середовищі від їхньої частоти ν .

Наслідком явища дисперсії і його візуальним проявом є розкладання в спектр пучка білого світла при проходженні через скляну призму. Дисперсія виявляється лише при розповсюдженні монохроматичних хвиль у середовищі.

Розглянемо дисперсію світла в трикутній призмі. Нехай монохроматичний промінь падає під кутом α_1 на призму з показником заломлення n і заломлюючим кутом A (рис. 25.1). Після дворазового заломлення на гранях призми промінь відхиляється на

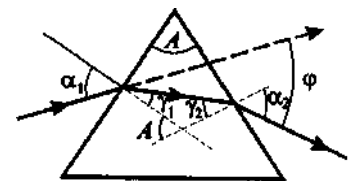


Рисунок 25.1

кут φ :

$$\varphi = (\alpha_1 - \gamma_1) + (\alpha_2 - \gamma_2) = \alpha_1 + \alpha_2 - A.$$

Якщо кути A і α_1 малі, то, використовуючи нескладні геометричні перетворення і закон заломлення світла, одержимо: $\alpha_1 + \alpha_2 = nA$. Тому кут відхилення променів буде тим більшим, чим більший показник заломлення матеріалу призми:

$$\varphi = A(n - 1).$$

Величина $D = (dn/d\lambda)$ характеризує залежність показника заломлення речовини від довжини хвилі і називається **дисперсією речовини**. Для всіх прозорих речовин показник заломлення **зменшується** зі збільшенням довжини хвилі: $(dn/d\lambda) < 0$. Така дисперсія називається **нормальною** або негативною (області 1 на рисунку 25.2). В межах області поглинання, де коефіцієнт поглинання k речовини суттєво зростає, спостерігається обернена залежність – з ростом довжини хвилі показник заломлення **збільшується**: $(dn/d\lambda) > 0$ (область 2 на рисунку 25.2). Така дисперсія називається **аномальною**.

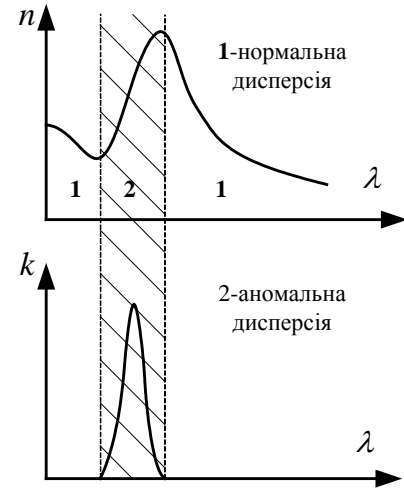


Рисунок 25.2

Явище нормальної дисперсії лежить в основі принципу дії **призмових** спектральних приладів. Кут відхилення променів призмою залежить від її показника заломлення, який, у свою чергу, залежить від довжини хвилі. Тому призма розкладає біле світло в спектр, відхилюючи червоні промені (більша довжина хвилі) на менший кут ніж фіолетові.

25.2. Електронна теорія дисперсії

Електронна теорія дисперсії Лоренца розглядає дисперсію світла як результат взаємодії електромагнітних хвиль із зарядженими частинками, що входять до складу речовини і здійснюють вимушені коливання в змінному електромагнітному полі світлової хвилі.

Абсолютний показник заломлення середовища зв'язаний з його електричними і магнітними параметрами $n = \sqrt{\epsilon\mu}$, де ϵ – діелектрична проникність середовища, μ – магнітна проникність. В оптичному діапазоні спектру електромагнітних хвиль для всіх речовин $\mu \approx 1$ тому $n = \sqrt{\epsilon}$.

Згідно з теорією Лоренца дисперсія світла – наслідок залежності діелектричної проникності середовища ϵ від частоти світлових хвиль. За визначенням (17.7):

$$\varepsilon = 1 + \chi = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E}, \quad (25.1)$$

де χ – діелектрична сприйнятливість середовища; ε_0 – діелектрична постійна; P і E – миттєві значення поляризованості середовища і напруженості зовнішнього електричного поля.

В оптичній області спектру частота коливань електричного поля світлової хвилі є надзвичайно високою ($\nu \approx 10^{14} \text{ Гц}$). Тому орієнтаційна поляризація діелектриків є неістотною – важкі молекули не встигають змінювати своє положення за час порівняльний з періодом коливань. На таких частотах головну роль відіграє електронна поляризація – вимушені коливання електронів під дією електричної складової поля світлової хвилі.

Для спрощення будемо вважати, що вимушені коливання здійснює лише один зовнішній слабо зв'язаний з ядром атома електрон – оптичний електрон. Його наведений дипольний момент: $p = er$, де e – заряд електрона, r – зміщення електрона під дією електричного поля світлової хвилі. Тоді миттєве значення поляризованості середовища:

$$P = n_0 p = n_0 er,$$

де n_0 – концентрація атомів в діелектрику. Звідси, враховуючи рівність (25.1), одержимо:

$$\varepsilon = n^2 = 1 + \frac{n_0 er}{\varepsilon_0 E}. \quad (25.2)$$

Зовнішнє електричне поле E змінюється за законом: $E = E_0 \cos \omega t$. Тоді диференціальне рівняння руху електрона, який здійснює вимушені коливання під дією зовнішнього поля, матиме вигляд:

$$m\ddot{r} + m\omega_0^2 r = eE_0 \cos \omega t, \quad (25.3)$$

де $eE_0 = F_0$ – амплітуда сили, діючої на електрон з боку поля хвилі, ω_0 – власна частота коливань електрона, m – маса електрона. Розв'язком цього рівняння є функція виду:

$$r = A \cos \omega t, \quad \text{де } A = \frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$

Тому, підставивши даний розв'язок у співвідношення (25.2), отримаємо залежність показника заломлення середовища від частоти:

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 m} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (25.4)$$

Ця залежність дуже добре узгоджується експериментальними даними. Якщо в останньому співвідношенні перейти від частот до довжин хвиль, то отримаємо залежність $n(\lambda)$ зображену на рисунку 25.2. При цьому власна частота оптичного електрона відповідає довжині хвилі максимального поглинання речовини $k(\lambda) \rightarrow \max$.

25.3. Поглинання (абсорбція) світла

Поглинанням (абсорбцією) світла називається явище втрати енергії світлового потоку при його проходженні через речовину. Причинами зменшення енергії світлової хвилі є її перетворення на інші види енергії – внутрішню енергію речовини (теплова енергія), енергію вторинного випромінювання іншого спектрального складу, йонізацію, фотохімічні процеси та ін.

В результаті поглинання інтенсивність світла при проходженні через речовину зменшується згідно з законом Бугера:

$$I = I_0 e^{-\alpha x}. \quad (25.5)$$

Тут I_0 та I – інтенсивності плоскої монохроматичної хвилі на вході і на виході шару поглинаючої речовини завтовшки x , α – **показник поглинання**, залежний від довжини хвилі світла, хімічної природи і стану речовини. Показник поглинання не залежить від інтенсивності світла і лише при дуже великих інтенсивностях світлового потоку можуть проявлятися так звані нелінійні ефекти. Показник поглинання чисельно дорівнює величині, оберненій до товщини шару x , після проходження якого інтенсивність плоскої хвилі зменшується в $e \approx 2,72$ разів.

На вимірюванні інтенсивності поглинання світлового випромінювання в залежності від довжини хвилі ґрунтується метод **абсорбційного спектрального аналізу**. За спектром поглинання речовини можна встановити його молекулярний склад і кількісний вміст окремих компонентів.

25.4. Види спектрів поглинання

Лінійчатий спектр поглинання – характерний для одноатомних газів (або речовини у пароподібному стані). Дуже різкі і вузькі лінії в таких спектрах відповідають частотам власних коливань електронів в атомах. Якщо густину газу збільшувати, то взаємодія атомів між собою приводить до розширення ліній поглинання.

Спектр поглинання у вигляді смуг поглинання – характерний для поглинання молекул. Коливання окремих атомів у структурі молекули і обертання груп атомів в молекулах і молекул в цілому призводить до того, що утворюються широкі смуги поглинання.

Суцільний спектр поглинання – характерний для рідин і твердих тіл, в яких можуть виникати стани колективного збудження. Наприклад, електрони провідності в металах, які зумовлюють поглинання світла в широкій області частот (довжин хвиль).

На рисунку 25.2 показана типова залежність коефіцієнта поглинання k від довжини хвилі світла λ і залежність показника заломлення n від λ в області смуги поглинання. В межах смуги поглинання спостерігається аномальна дисперсія.

Залежністю коефіцієнта поглинання від довжини хвилі пояснюється забарвленість поглинаючих речовин.

Розділ 26. Поляризація світла

26.1. Природне і поляризоване світло

Дія світла на речовину в основному визначається електричною складовою електромагнітного поля світлової хвилі, оскільки саме вона чинить основну дію на електрони в атомах речовини, зумовлюючи біохімічну, фізіологічну та інші види дії. Тому для опису закономірностей взаємодії поляризованого світла з речовиною розглядатимемо дію лише **світлового вектора** електромагнітної хвилі – вектора напруженості \vec{E} електричного поля.

Світло є сумарним електромагнітним випромінюванням безлічі атомів речовини, які випромінюють, здебільшого, незалежно один від одного. Напрями коливань в кожному окремому акті випромінювання хаотично зорієнтовані у просторі. Тому всі орієнтації вектора \vec{E} будуть рівномірними. Таке світло називається **природним** або **неполяризованим** (рис. 26.1а). **Поляризованим світлом** називається світло, в якому напрями коливання вектора \vec{E} впорядковані яким-небудь чином.

Якщо внаслідок дії зовнішніх чинників або внутрішніх особливостей джерела світла з'являється переважаючий або найбільш ймовірний напрям коливань вектора \vec{E} , то таке світло називається **частково поляризованим** (рис. 26.1б).

За допомогою спеціальних пристроїв із загального світлового потоку можна виділити промінь, в якому вектор \vec{E} коливається лише в одній площині, що проходить через промінь. Таке світло називається **плоскополяризованим** або **повністю поляризованим** (рис. 26.1в і рис. 26.2 а і б). Ця площина називається **площиною поляризації**.

Якщо ж кінець вектора \vec{E} в процесі поширення хвилі описує в площині, перпендикулярній до променя, коло або еліпс (рис. 26.2в), то таке світло називається **циркулярно** або **еліптично поляризованим**.

Ступінь поляризації світла визначається співвідношенням:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (26.1)$$

де I_{\max} та I_{\min} – відповідно, максимальна та мінімальна інтенсивності двох взаємно перпендикулярних компонент частково поляризованого світла. Для природного світла $I_{\max} = I_{\min}$ і тому ступінь поляризації дорівнює нулю, для плоскополяризованого $I_{\min} = 0$ і, отже, ступінь поляризації досягає ма-

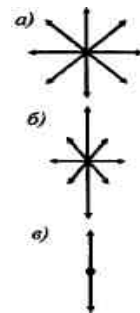


Рисунок 26.1

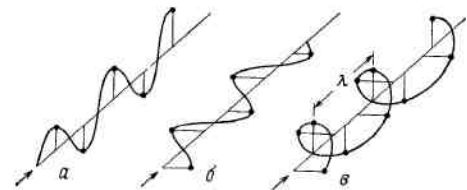


Рисунок 26.2

ксимального значення: $P = 1$. Природне світло можна перетворити в плоскополяризоване, використовуючи так звані **поляризатори** – пристрої, що пропускають лише коливання певного напрямку. Як поляризатори використовуються середовища, анізотропні відносно коливань вектора E .

26.2. Закон Малюса

Пропустимо природне світло з інтенсивністю I_{np} через поляризатор P . Довільне коливання з амплітудою A , що здійснюється в площині, оберненій відносно площини пропускання поляризатора на кут φ , можна розкласти на два взаємно перпендикулярні коливання з амплітудами $A_{\parallel} = A \cos \varphi$ і $A_{\perp} = A \sin \varphi$. Інтенсивність хвилі, що проходить через поляризатор, визначається квадратом амплітуди коливань, здійснюваних в площині поляризатора: $I_0 = A_{\parallel}^2 = A^2 \cos^2 \varphi$. У природному світлі всі значення кута φ рівноймовірні. Тому частка світла, що пройшло через поляризатор, буде визначатись середнім значенням величини $\langle \cos^2 \varphi \rangle = 0,5$. Отже інтенсивність плоскополяризованого світла, що пройшло через один поляризатор: $I_0 = 0,5 \cdot I_{np}$.

Поставимо на шляху плоскополяризованого світла другий поляризатор A (**аналізатор**), площина пропускання якого розвернута під кутом α по відношенню до площини першого. Інтенсивність I світла, що проходить через аналізатор, залежить від кута α за **законом Малюса**:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha. \quad (26.2)$$

Отже інтенсивність світла, що пройшло через систему поляризатор-аналізатор, визначається рівністю: $I = 0,5 \cdot I_{np} \cos^2 \alpha$. Звідки максимальне значення інтенсивності: $I_{\max} = 0,5 \cdot I_{np}$, коли поляризатори паралельні і мінімальне: $I_{\min} = 0$, коли поляризатори схрещені.

26.3. Поляризація світла при відбиванні і заломленні. Закон Брюстера

Якщо природне світло падає на межу розділу двох діелектриків, то відбитий і заломлений промені завжди є **частково поляризованими**.

У відбитому промені переважають коливання, перпендикулярні до площини падіння, а в заломленому – коливання, що лежать в площині падіння. **Площиною падіння** називається площина, в якій лежать падаючий, відбитий промені і перпендикуляр до межі розподілу двох середовищ. Ступінь поляризації обох променів залежить від кута падіння.

Якщо кут падіння дорівнює **куту Брюстера**:

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (26.3)$$

то відбитий промінь є **повністю поляризованим**. Заломлений промінь в цьому випадку поляризується максимально, але не повністю. В останньому співвідношенні n_2 , n_1 – абсолютні показники заломлення двох діелектричних середовищ, на межі яких відбивається промінь, n_{21} – відносний показник заломлення цих середовищ.

Якщо кут падіння рівний куту Брюстера, то відбитий і заломлений промені взаємно перпендикулярні. Дане твердження слідує із закону заломлення світла і співвідношення для кута Брюстера (26.3).

Ступінь поляризації відбитого і заломленого світла при різних кутах падіння можна розрахувати також, виходячи з рівнянь Максвелла, якщо врахувати граничні умови для електромагнітного поля на межі розподілу двох діелектриків.

26.4. Подвійне променезаломлення

Подвійне променезаломлення – це здатність прозорих кристалів (окрім оптично ізотропних кристалів кубічної системи) розщеплювати кожен падаючий на них світловий пучок на два – звичайний (o) і незвичайний (e). Це явище пояснюється особливостями поширення світла в анізотропних середовищах. Якщо на кристал направити пучок світла, то з кристала вийдуть два просторово розділених променя, паралельних один до одного і до падаючого променя. Навіть у тому випадку, коли пучок падає нормально до поверхні кристала, заломлений пучок розділяється на два: один з них (звичайний) є продовженням падаючого, а другий (незвичайний) – відхиляється (рисунок 26.3). Для незвичайного променя не виконується закон заломлення – заломлений промінь може не лежати в площині падіння.

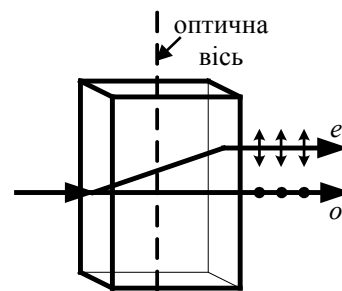


Рисунок 26.3

В оптично анізотропному кристалі існує *один* або *два* виділені напрями, вздовж яких промінь світла поширюється, без подвійного променезаломлення. Цей напрям називається **оптичною віссю кристала**. Залежно від кількості виділених напрямів кристали поділяються на **одновісні** і **двовісні**. Площина, що проходить через промінь світла і оптичну вісь кристала називається **головною площиною кристала**.

Звичайний і незвичайний промені плоскополяризовані у взаємно перпендикулярних площинах. Коливання світлового вектора у звичайному промені відбуваються перпендикулярно до головної площини, у незвичайному – в головній площині (рисунок 26.3). Звичайний промінь поширюється у всіх напрямках кристала з однаковою швидкістю $v_o = c/n_o$, і, відповідно, **звичайний показник заломлення** n_o для нього є величиною постійною, що не залежить від напрямку поширення світла. Незвичайний промінь поширю-

ється у кристалі по різних напрямках з різними швидкостями $v_e = c/n_e$. **Незвичайний показник заломлення** n_e є змінною величиною, що залежить від напрямку поширення променя.

26.5. Поляризаційні призми і поляроїди

Явище подвійного променезаломлення використовується при виготовленні **поляризаційних пристроїв**: поляризаційних призм і поляроїдів. Найпоширенішим прикладом поляризаційної призми є **призма Ніколя**, що складається з двох трикутних призм з Ісландського шпату (CaCO_3), склеєних вздовж грані AB (рисунок 26.4) Канадським бальзамом ($n=1,55$). Звичайний промінь ($n_o=1,659$) на цій грані зазнає повного внутрішнього відбивання, оскільки Канадський бальзам для нього – середовище оптично менш густе, ніж Ісландський шпат. Незвичайний промінь ($n_e=1,515$) виходить з призми у напрямку, паралельному до падаючого променя. Оптична вісь кристалу OO' складає з входною гранню призми кут 48° . Недоліком призми Ніколя є зміщення вихідного променя відносно осі падаючого, що призводить зміни просторового положення вихідного променя при повороті призми.

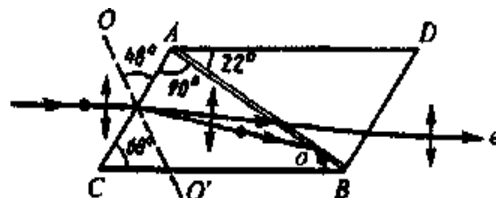


Рисунок 26.4

Деякі двозаломлюючі кристали володіють також властивістю **дихроїзму** – різного поглинання світла залежно від орієнтації електричного вектора світлової хвилі. Дихроїчні кристали використовуються при виробництві **поляроїдів** – тонких пластикових пластин, на які нанесені тонкі плівки кристалічної речовини з сильно вираженим **дихроїзмом** (наприклад, герпатит). Такі плівки вже при товщині $\sim 0,1$ мм повністю поглинають звичайний промінь у видимій області спектру. Тому, на виході поляроїда залишається лише плоскополяризований незвичайний промінь.

26.6. Штучна оптична анізотропія

В оптично ізотропних речовинах **оптична анізотропія** може бути індукована штучно під дією: 1) одностороннього стиснення або розтягу; 2) зовнішнього електричного поля (**ефект Керра**); 3) зовнішнього магнітного поля (**ефект Коттона-Муттона**). При цьому індукована оптична вісь середовища співпадає з напрямом деформації, електричного або магнітного полів.

Ефект Керра – оптична анізотропія речовин під дією зовнішнього електричного поля. Пояснюється асиметрією молекул речовини відносно зовнішнього електричного

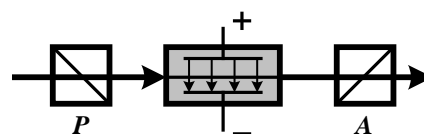


Рисунок 26.5

поля – різною їх поляризованістю у різних напрямках. Для спостереження ефекту Керра використовують *комірку Керра* – кювету з досліджуваною рідиною, яка розміщена між схрещеними поляризатором P і аналізатором A , і в яку поміщені пластини конденсатора (рис. 26.5). Якщо напруга на пластинках конденсатора відсутня, то рідина в кюветі ізотропна і не змінює стану поляризації світла. Якщо до пластинок конденсатора прикласти різницю потенціалів, то рідина стає двозаломлюючою і світло проходить через аналізатор. Різниця показників заломлення (*двозаломлення*) звичайного і незвичайного променів, що поширюються у такому середовищі:

$$\Delta n = n_e - n_o = B\lambda_0 E^2, \quad (26.4)$$

де λ_0 – довжина світлової хвилі у вакуумі, E – напруженість електричного поля, B – *постійна Керра*, яка залежить від температури, довжини хвилі світла і природи речовини.

Ефект Коттона-Муттона – магнітний аналог ефекту Керра – виникнення оптичної анізотропії у деяких ізотропних речовинах за умови розміщення їх у сильне зовнішнє магнітне поле. При цьому наведене двозаломлення речовини:

$$\Delta n = n_e - n_o = C\lambda_0 H^2, \quad (26.5)$$

де H – величина напруженості зовнішнього магнітного поля, C – постійна Коттона-Муттона, яка залежить від температури, довжини хвилі світла і природи речовини. Обидва ефекти можуть використовуватись у модуляторах світлового випромінювання.

26.7. Обертання площини поляризації. Поляриметрія

Деякі речовини (наприклад, кварц, цукор, скипидар) володіють здатністю обертати площину поляризації лінійно поляризованого світла, яке проходить через них. Це явище називається *оптичною активністю* а речовини – *оптично активними*. Кут повороту площини поляризації, при проходженні поляризованого світла через оптично-активну речовину, визначається співвідношенням:

$$\varphi = [\varphi] \cdot l, \quad (26.6)$$

де l – товщина шару речовини, через який проходить світло, $[\varphi]$ – питомий кут повороту – кут, на який обертається площина поляризації шаром оптично активної речовини одиничної товщини. Для розчинів оптично активних речовин кут обертання залежить також від концентрації c розчину:

$$\varphi = [\varphi] \cdot c \cdot l. \quad (26.7)$$

Якщо між схрещеними поляризаторами P і A помістити оптично активну речовину, то поле зору на виході аналізатора просвітлюється. Обертаючи аналізатор до положення повного погасання, можна визначити поворот площини поляризації оптично активною речовиною φ . Залежно від напрямку

обертання, оптично активні речовини поділяють на **право-** і **лівообертаючі**. В першому випадку площина поляризації, якщо дивитися назустріч ходу променя, обертається за годинниковою стрілкою, в другому – проти. Оптична активність розчинів обумовлюється будовою молекул оптично активної речовини, їх асиметрією. Такі молекули існують у вигляді двох просторових форм, які є дзеркальним відображенням одна одної (*L* і *D*-ізомери). Якщо концентрація обох ізомерів у розчині однакова, то обертання площини поляризації не відбувається.

Оптична активність речовини у твердому стані (кристалів) обумовлюється особливостями розташування частинок в кристалічних решітках.

Ефект Фарадея – обертання площини поляризації в оптично неактивних тілах поміщених в зовнішнє магнітне поле. Ефект спостерігається у випадку поширення світла вздовж магнітного поля. Кут повороту площини поляризації пропорційний напруженості *H* зовнішнього магнітного поля:

$$\varphi = k \cdot H \cdot l, \quad (26.8)$$

де *l* – товщина зразка речовини, поміщеної у магнітне поле, *k* – постійна **Верде**, залежна від природи речовини, довжини хвилі світла і температури. Ефект Фарадея може використовуватись для модуляції потоку світла.

Розділ 27. Квантова природа випромінювання

27.1. Види оптичних випромінювань

Квантова оптика – розділ оптики, що займається вивченням явищ, в яких виявляються квантові властивості світла.

Будь-який коливальний рух заряджених частинок, які входять до складу речовини, зумовлює випромінювання електромагнітних хвиль, що супроводжується втратою енергії речовиною.

При розсіянні і відбиванні світла тривалість формування вторинних світлових хвиль і випромінювання речовиною є порівнянною з періодом світлових коливань. Тобто такі процеси можна назвати процесами перевищення.

Якщо випромінювання триває протягом часу, що значно перевищує період світлових коливань, то можливі два типи випромінювання: 1) **теплове випромінювання** (свічення тіл, зумовлене нагріванням) і 2) **люмінесценція**. Рівноважним станом системи “тіло – електромагнітне випромінювання” є стан, при якому розподіл енергії між тілом і випромінюванням залишається незмінним для кожної довжини хвилі. Єдиним видом випромінювання, яке може знаходитися в рівновазі з випромінюючим тілом, є теплове.

Люмінесценцією називається нерівноважне випромінювання, що є надлишковим при даній температурі над тепловим випромінюванням тіла і має тривалість, більшу за період світлових коливань.

27.2. Теплове випромінювання і його характеристики

Найпоширенішим видом оптичного випромінювання є *теплове випромінювання*, яке здійснюється за рахунок енергії теплового руху атомів і молекул речовини (внутрішньої енергії). Воно притаманне всім тілам, що мають температуру вищу від температури абсолютного нуля ($T > 0K$). Середня потужність випромінювання за період часу, що значно перевищує період світлових коливань, називається *потокком випромінювання* або *променистим потоком*. Потік випромінювання, віднесений до одиниці площі випромінюючої поверхні, називається *енергетичною світимістю* R_E . Одиницею вимірювання енергетичної світимості є $Вт/м^2$.

Але теплове випромінювання відбувається одночасно на різних довжинах хвиль. Тому для спектральної характеристики теплового випромінювання вводиться поняття про *випромінювальну здатність* тіла, або *спектральну густину енергетичної світимості*, яка чисельно дорівнює енергії, що випромінюється за одиницю часу одиничною поверхнею цього тіла в одиничному інтервалі довжин хвиль $\lambda \div \lambda + d\lambda$:

$$r_{\lambda,T} = \frac{dR_E}{d\lambda}. \quad (27.1)$$

Тоді інтегральна енергетична світимість тіла на всіх довжинах хвиль залежить від температури і визначається інтегралом:

$$R_E = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda. \quad (27.2)$$

Здатність тіл поглинати падаюче на них випромінювання характеризується *спектральною поглинальною здатністю* $a_{\lambda,T}$. Дана величина показує, яка частка енергії, падаючої за одиницю часу на одиницю поверхні тіла в одиничному інтервалі довжин хвиль $\lambda \div \lambda + d\lambda$, поглинається тілом.

27.3. Абсолютно чорне тіло

Тіло, здатне поглинати при будь-якій температурі все падаюче на нього випромінювання будь-якої частоти, називається *абсолютно-чорним тілом*. Спектральна поглинальна здатність абсолютно чорного тіла на всіх довжинах хвиль і для всіх температур тотожно дорівнює одиниці: $a_T \equiv 1$. Абсолютно чорних тіл в природі не існує. Проте такі тіла, як сажа і чорний оксамит в певному інтервалі частот близькі до них. Ідеальною моделлю абсолютно чорного тіла є замкнута порожнина з невеликим отвором, внутрішня поверхня якої зачорнена. Промінь, що попадає всередину такої порожнини, повністю поглинається (рис. 27.1).



Рисунок 27.1

Разом з поняттям чорного тіла використовують поняття *сірого тіла*, поглинаюча здатність якого менша одиниці ($a_T < 1$), але однакова для всіх частот і залежить лише від температури, матеріалу і стану поверхні тіла.

27.4. Закон Кірхгофа

Закон Кірхгофа визначає співвідношення між поглинальною і випромінювальною здатністю тіл.

Відношення випромінювальної здатності $r_{\lambda,T}$ до поглинальної здатності $a_{\lambda,T}$ тіла не залежить від природи цього тіла і є універсальною для всіх тіл функцією довжини хвилі (частоти) випромінювання і температури

$$\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} = f(\lambda, T). \quad (27.3)$$

Для абсолютно чорного тіла за визначенням виконується рівність $a_{\lambda,T} = 1$. Отже, *універсальна функція Кірхгофа $f(\lambda, T)$* є також спектральною густиною енергетичної світимості (випромінювальною здатністю) абсолютно чорного тіла, випадку оскільки у цьому вираз (27.3) приймає наступний вигляд $f(\lambda, T) = r_{\lambda,T}$. Знаходження явного виду залежності випромінювальної здатності $r_{\lambda,T}$ абсолютно чорного тіла від довжини хвилі і температури є важливим завданням теорії теплового випромінювання.

27.5. Закон Стефана-Больцмана

Інтегральна енергетична світимість абсолютно чорного тіла залежить лише від температури. Цю залежність описує експериментально встановлений **закон Стефана-Больцмана**: енергетична світимість абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому степеню термодинамічної температури:

$$R_E = \sigma T^4, \quad (27.4)$$

де $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} / (\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ – **постійна Стефана-Больцмана**. Отже, сумарна енергія випромінювання на всіх довжинах хвиль тілом з поверхнею S , за час t :

$$E = \sigma T^4 S t. \quad (27.5)$$

Інтегральна енергетична світимість абсолютно сірого тіла є меншою і визначається згідно з (27.3) його поглинаючою здатністю a_T :

$$R_E^c = a_T R_E.$$

27.6. Закон зміщення Віна

Закон Стефана-Больцмана стосується інтегральної світимості і нічого не говорить про спектральний склад випромінювання абсолютно чорного тіла. Положення максимуму в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла описується експериментальним **законом зміщення Віна**. Згідно з цим законом, *довжина хвилі, при якій випромінювальна здат-*

ність $r_{\lambda,T}$ абсолютно чорного тіла максимальна, обернено пропорційна до його термодинамічної температури:

$$\lambda_{\max} = c/T, \quad (27.6)$$

де $c = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ – постійна Віна.

27.7. Класична теорія теплового випромінювання Релея-Джинса

Застосовуючи до теплового випромінювання класичний закон *рівномірного розподілу* енергії за ступенями вільності частинки, Релей і Джинс отримали вираз для залежності випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла $r_{\nu,T}$ від частоти світла:

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \langle \varepsilon \rangle = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT, \quad (27.7)$$

де $\langle \varepsilon \rangle = kT$ – середня енергія осцилятора з власною частотою ν , що припадає на один ступінь вільності.

Проте спроба на основі цієї формули отримати узгодження з експериментальними законами Стефана-Больцмана і Віна приводить до **абсурдного** результату – $r_{\lambda,T}$ необмежено зростає, досягаючи надзвичайно великих значень в ультрафіолетовій області спектру (рис. 27.2). Відповідно інтегральна енергетична світимість абсолютно чорного тіла також стає необмежено великою:

$$R_E = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2} \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty.$$

Цей результат є абсурдним з фізичної точки зору, оскільки тіло, що випромінює так багато енергії, повинно володіти невичерпними її запасами. Така неузгодженість між класичною теорією теплового випромінювання і експериментом отримала назву "**ультрафіолетова катастрофа**". Формула Релея-Джинса (27.7) добре узгоджується з експериментом лише в області малих частот і великих температур (рис. 27.2). В області великих частот – коротких довжин хвиль експеримент добре описується емпіричною **формулою Віна** (закон випромінювання Віна):

$$r_{\nu,T} = C_1 \nu^3 \exp\left(-\frac{C_2 \nu}{T}\right) \quad (27.8)$$

де C_1 і C_2 – емпірично підібрані константи.

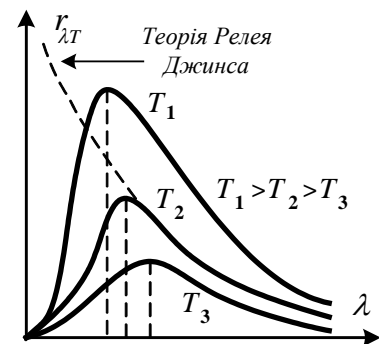


Рисунок 27.2

27.8. Квантова гіпотеза Планка

Макс Планк припустив, що теорія класичного гармонічного осцилятора незастосовна до атомних осциляторів. Атомні осцилятори випромі-

нують енергію *не безперервно*, а певними порціями – *квантами*. Енергія кванта випромінювання прямо пропорційна його частоті:

$$\varepsilon_0 = h\nu = \hbar\omega, \quad (27.9)$$

де $h = \hbar \cdot 2\pi = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ – *постійна Планка*. В механіці величина, яка має розмірність енергії помноженої на час, називається *дією*. Тому постійну Планка іноді називають *квантом дії*. Розмірність h співпадає з розмірністю моменту імпульсу.

Оскільки енергія випромінюється порціями, то *енергія осцилятора* може приймати лише *дискретні* значення, кратні цілому числу квантів:

$$\varepsilon = nh\nu.$$

Середню енергію осциляторів (випромінювачів) $\langle \varepsilon \rangle$ не можна приймати рівною kT . Тому Планк використовував розподіл Больцмана для частинок за енергією. Тоді ймовірність того, що енергія коливань осцилятора з частотою ν має значення ε_i , визначається виразом:

$$p_i = \frac{N_i}{N} = \frac{\exp(-\varepsilon_i/kT)}{\sum_i \exp(-\varepsilon_i/kT)}, \quad (27.10)$$

де N_i – число осциляторів з енергією ε_i , N – повне число осциляторів. Звідси можна отримати вираз для середньої енергії осциляторів:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\varepsilon_0}{\exp(-\varepsilon_0/kT) - 1}. \quad (27.11)$$

Тоді універсальна функція Кірхгофа $r_{\nu,T}$ матиме вигляд:

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}. \quad (27.12)$$

Останнє співвідношення відоме під назвою – *формула Планка* для густини енергетичної світимості (випромінювальної здатності) абсолютно чорного тіла. Або у вигляді функції довжини хвилі (враховуючи $c = \lambda\nu$, $r_{\lambda,T} = r_{\nu,T}c/\lambda^2$) формула Планка має вигляд:

$$r_{\lambda,T} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc/kT\lambda) - 1}. \quad (27.13)$$

В області малих частот $h\nu \ll kT$ розклад в ряд експоненти може обмежитись першими двома членами: $\exp(h\nu/kT) \approx 1 + h\nu/kT$, і формула Планка (27.12) переходить у формулу Релея-Джинса (27.7). Отже, в області малих частот теорія Планка збігається з класичною теорією Релея-Джинса.

Експериментальний закон Стефана-Больцмана можна одержати з формули Планка, якщо проінтегрувати її по частоті у всьому діапазоні від 0 до ∞ . При цьому для постійної Стефана-Больцмана одержимо:

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}. \quad (27.14)$$

Закон зміщення Віна, який також був встановлений на основі експерименту, можна одержати аналізуючи формулу Планка на екстремум по частоті. Тоді співвідношення для сталої Віна матиме вигляд:

$$C = T\lambda_{\max} = hc/(4,965 \cdot k). \quad (27.15)$$

Формула Планка узагальнює всі закони теплового випромінювання і є повним розв'язком основної задачі теорії теплового випромінювання.

27.9. Фотоефект

Фотоелектричним ефектом (фотоефектом) називається явище вивільнення (виривання) електронів під дією електромагнітного випромінювання. Розрізняють *внутрішній (вентильний)* і *зовнішній* фотоефект.

Внутрішній фотоефект – це викликані електромагнітним випромінюванням переходи електронів усередині напівпровідника або діелектрика із зв'язаного стану у вільний без вильоту назовні. В результаті внутрішнього фотоефекту концентрація носіїв струму всередині тіла збільшується, що приводить до виникнення фотопровідності – підвищення електропровідності напівпровідника або діелектрика при його освітленні.

Вентильний фотоефект (різновид внутрішнього фотоефекту) – виникнення електрорушійної сили (**фото-ЕРС**) при освітленні контакту двох різних напівпровідників або напівпровідника і металу (за відсутності зовнішнього електричного поля). Вентильний фотоефект використовується в сонячних батареях для перетворення сонячної енергії в електричну.

Зовнішнім фотоефектом (фотоелектронною емісією) називається явище випускання електронів речовиною під дією електромагнітного випромінювання. Схема для дослідження зовнішнього фотоефекту представлена на рисунку 27.3 Два електроди (катод K з досліджуваного металу і анод A) у вакуумній трубці підключені до батареї так, що можна змінювати не лише величину, але і знак напруги, що подається на них. Струм, що виникає при освітленні катода монохроматичним світлом (через кварцове віконце) вимірюється включеним в коло міліамперметром. Залежність фотоструму I , утвореного потоком електронів, що випускаються катодом під дією світла, від напруги U між катодом і анодом називається **вольт-амперною характеристикою** фотоефекту.

У міру збільшення напруги фотострум поступово зростає поки не виходить на насичення. Максимальне значення струму – фотострум насичення $I_{нас}$ – визначається таким значенням напруги, при якому всі електрони, що випускаються катодом, досягають анода:

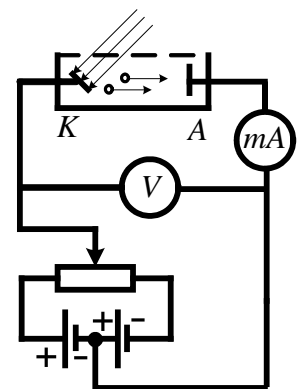


Рисунок 27.3

$$I_{нас} = en,$$

де n – число електронів, що випускаються катодом за 1 с.

Навіть за відсутності напруги між анодом і катодом фотострум не зникає, оскільки фотоелектрони при вильоті з катода володіють деякою швидкістю. Для того, щоб фотострум став рівним нулю, необхідно прикласти напругу у зворотному напрямку – **затримуючу напругу** U_0 .

За умови $U = -U_0$ жоден електрон, навіть такий, що володіє при вильоті максимальною швидкістю, не може подолати затримуючого поля і досягти анода. Тоді максимальне значення кінетичної енергії фотоелектронів може бути визначене через величину напруги запирання:

$$E_{\kappa}^{\max} = \frac{m v_{\max}^2}{2} = eU_0. \quad (27.16)$$

Тобто, вимірявши затримуючу напругу U_0 , можна визначити максимальне значення швидкості v_{\max} і кінетичної енергії E_{κ}^{\max} фотоелектронів.

Сформулюємо **основні закони фотоефекту**, встановлені експериментально Столетовим та іншими дослідниками:

1. **Закон Столетова**: при фіксованій частоті падаючого світла число фотоелектронів, що випускаються фотокатодом за одиницю часу, пропорційне інтенсивності світла (сила фотоструму насичення пропорційна енергетичній освітленості E_e катода).

2. Максимальна початкова швидкість (максимальна початкова кінетична енергія) фотоелектронів не залежить від інтенсивності падаючого світла, а визначається лише його частотою ν .

3. Для кожної речовини існує **червона межа фотоефекту** – мінімальна частота ν_0 світлової хвилі (залежна від хімічної природи речовини і стану її поверхні), нижче якої фотоефект неможливий.

Для пояснення механізму фотоефекту Ейнштейн припустив, що світло частотою ν не тільки **випромінюється** окремими квантами (згідно гіпотезі Планка), але і **поширюється** в просторі і **поглинається** речовиною окремими порціями (квантами), енергія яких $\varepsilon_0 = h\nu = \hbar\omega$. Кванти електромагнітного випромінювання, що рухаються з швидкістю розповсюдження світла у вакуумі, називаються **фотонами**.

Ейнштейн припустив, що згідно з законом збереження енергії, енергія падаючого фотона витрачається на здійснення електроном **роботи виходу** A з металу (див. п. 18.8.2) і на надання фотоелектрону, що полишив поверхню речовини, кінетичної енергії. Отже, **рівняння Ейнштейна для**

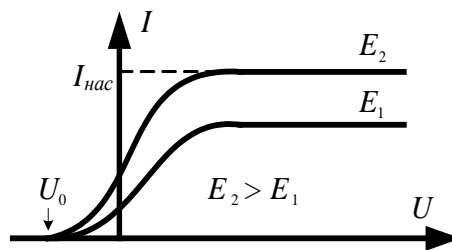


Рисунок 27.4

зовнішнього фотоефекту є ні чим іншим як вираженням загального закону збереження енергії в застосуванні до явища фотоефекту і має вигляд:

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2} \quad (27.17)$$

Це рівняння пояснює залежність кінетичної енергії фотоелектронів від частоти падаючого світла (2-й закон фотоефекту). Гранична частота $\nu_0 = A/h$, при якій кінетична енергія фотоелектронів стає рівною нулю, – це і є червона межа фотоефекту (3-й закон). Найбільша (гранична) довжина хвилі, при якій ще спостерігається явище фотоефекту, визначається рівністю $\lambda_0 = hc/A$. Використовуючи співвідношення (27.16) і зв'язок роботи виходу електрона з граничною частотою ν_0 можна записати рівняння Ейнштейна в іншій формі:

$$E_k^{\max} = eU_0 = h(\nu - \nu_0) \quad (27.18)$$

Отже залежність максимальної кінетичної енергії фотоелектронів від частоти ν світлової хвилі для довільного металу має вигляд прямої лінії. Всі ці прямолінійні залежності є паралельними одна до одної. Тангенс кута нахилу цих залежностей – похідна $d(eU_0)/d\nu$ не залежать від матеріалу катода і чисельно дорівнює постійній Планка h . Відрізки, що їх відсікають залежності $E_k^{\max}(\nu)$ на осі ординат (вісь енергії), чисельно дорівнюють роботі виходу електронів з відповідних металів. Отже, ці залежності можуть бути використані як для визначення роботи виходу електронів з металів, так і для оцінки однієї із фундаментальних фізичних констант – сталої Планка.

На явищі фотоефекту заснована дія фотоелементів і фотоопорів (фоторезисторів), що використовуються у *фотоекспонетрах*, *люксметрах*, пристроях керування і автоматизації різних процесів, у пультах дистанційного керування, а також дія напівпровідникових фотоелектронних помножувачів і *сонячних батарей*.

Існування фотонів було продемонстровано в *досліді Боте*. Тонка металева, фольга, розташована між двома лічильниками, під дією жорсткого опромінювання випускає рентгенівське проміння. Якби випромінювана енергія розповсюджувалася у вигляді сферичної хвилі, то обидва лічильники повинні були б спрацьовувати одночасно. Насправді ж лічильники спрацьовували хаотично. Отже, в окремих актах випромінювання народжуються світлові частинки (фотони), що летять то в одному, то в іншому напрямі. Уявлення про сферичну хвилю в оптиці пов'язане з одночасним випромінюванням великої кількості фотонів оптичного діапазону, котрі поширюються в різних напрямках. Для вловлювання окремих фотонів оптичного діапазону слід використовувати дуже чутливі прилади – фотоелектронні помножувачі, які для зниження рівня шумів слід охолоджувати до температури близької до абсолютного нуля.

27.10. Маса, імпульс фотона. Єдність корпускулярних і хвильових властивостей світла

Використовуючи співвідношення спеціальної теорії відносності для зв'язку між масою і енергією речовини $E^2 - p^2c^2 = m_0^2c^4$, $\varepsilon_0 = mc^2$, а також формулу для енергії $\varepsilon_0 = h\nu$ та маси спокою $m_0 = 0$ фотона, одержуємо вирази для **маси** і **імпульсу** фотона:

$$m = h\nu/c^2; \quad p = E/c = h\nu/c = h/\lambda. \quad (27.19)$$

Ці співвідношення зв'язують квантові (**корпускулярні**) характеристики фотона – масу, імпульс і енергію – з **хвильовою** характеристикою світла – його частотою або довжиною хвилі.

Світло володіє **одночасно** хвильовими властивостями, які виявляються в закономірностях його розповсюдження, інтерференції, дифракції, поляризації, і корпускулярними, які виявляються в процесах взаємодії світла з речовиною (випромінювання, поглинання, розсіяння).

27.11. Тиск світла

Якщо фотони володіють імпульсом, то світло, що падає на деяку поверхню, повинно чинити на неї тиск. Нехай потік монохроматичного випромінювання з частотою ν падає перпендикулярно на поверхню так, що за 1 секунду на 1 м^2 поверхні тіла падає N фотонів. Тоді, за умови, що ρ – коефіцієнт відбивання світла поверхнею, кількість фотонів, відбитих від поверхні тіла, становить ρN , а кількість поглинутих поверхнею фотонів дорівнює $(1 - \rho)N$. Кожен поглинутий фотон передає поверхні імпульс p , а кожен відбитий фотон вдвічі більший – $2p$. Це пояснюється зміною напрямку швидкості відбитого фотона на протилежний за умови нормального падіння світла. Тиск світла на поверхню чисельно дорівнює імпульсу, який передають поверхні усі N фотонів за одиницю часу:

$$P = \frac{2h\nu}{c} \rho N + \frac{h\nu}{c} (1 - \rho) N = (1 + \rho) \frac{h\nu}{c} N. \quad (27.20)$$

Енергетична освітленість поверхні – енергія всіх фотонів, що падають на одиницю освітлюваної поверхні за одиницю часу, визначається очевидним співвідношенням:

$$h\nu N = E_e. \quad (27.21)$$

Відношення енергетичної освітленості до швидкості світла у вакуумі – називається **об'ємною густиною енергії випромінювання** ($w = E_e/c$). Звідси співвідношення (27.20) може бути записане у вигляді:

$$P = \frac{E_e}{c} (1 + \rho) = w(1 + \rho). \quad (27.22)$$

Хвильова теорія світла, що базується на основі класичних уявлень (рівнянь Максвелла), приходять до такого ж виразу. Тиск світла в хвильовій теорії пояснюється тим, що під дією електричного поля E електромагнітної хвилі вільні електрони в металі рухатимуться в напрямі, протилежному до напрямку вектора E (рис. 27.5). Сила Лоренца, що діє на рухомі електрони з боку магнітної складової B електромагнітної хвилі, направлена (згідно з правилом лівої руки) перпендикулярно до поверхні металу вздовж напрямку поширення хвилі. При цьому слід пам'ятати, що ліву руку слід розвертати у напрямку протилежному до напрямку руху електрона, оскільки електрон володіє від'ємним зарядом. Таким чином, електромагнітна хвиля чинить на поверхню металу тиск.

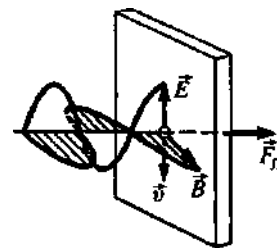


Рисунок 27.5

27.12. Ефект Комптона

Корпускулярні властивості світла виразно виявляються в **ефекті Комптона** – пружному розсіянні короткохвильового електромагнітного випромінювання (рентгенівського і γ -випромінювання) на вільних (або слабозв'язаних) електронах або протонах речовини.

Ефект Комптона супроводжується збільшенням довжини хвилі розсіяного випромінювання у порівнянні з падаючим. Це збільшення не залежить від довжини хвилі падаючого випромінювання λ , а визначається лише кутом **розсіяння** – кутом θ , під яким спостерігається розсіяне випромінювання (рисунки 27.6), і природою частинки, на якій розсіюється рентгенівське або γ -випромінювання:

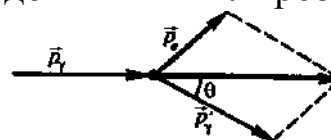


Рисунок 27.6

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_c \sin^2(\theta/2), \quad (27.23)$$

де λ' – довжина хвилі розсіяного випромінювання, $\lambda_c = \frac{h}{m_e c}$ – **комптонівська довжина хвилі**, у вираз для якої окрім сталих величин (стала Планка h , та швидкість світла у вакуумі c) входить маса m частинки, на якій відбувається розсіяння – електрон або протон. При розсіянні на електроні – $\lambda_c = 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ м}$, при розсіянні на протоні – $\lambda_c = 1,3 \cdot 10^{-15} \text{ м}$. З останнього співвідношення слідує, що зміна довжини хвилі фотона буде максимальною за умови спостереження у напрямку протилежному до напрямку падаючого променя ($\theta = 180^\circ$).

Фотон (з енергією $\varepsilon_0 = h\nu$ і імпульсом $p = h\nu/c$), зіткнувшись з електроном ($W_0 = m_e c^2$ – енергія спокою, m_e – маса спокою електрона), передає йому частину своєї енергії і імпульсу і змінює напрям руху – розсіюється (рис. 27.6). В процесі цього **пружного** зіткнення виконуються закони збе-

реження енергії $W_0 + \varepsilon_0 = W + \varepsilon'$ і імпульсу $\vec{p} = \vec{p}_e + \vec{p}'$, де $W = \sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4}$ – релятивістська енергія електрона після зіткнення, ε' – енергія фотона після зіткнення, \vec{p}_e і \vec{p}' – імпульси електрона і фотона після зіткнення відповідно. Таким чином, закон збереження енергії матиме вигляд:

$$m_e c^2 + h\nu = \sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4} + h\nu'. \quad (27.24)$$

Закон збереження імпульсу можна записати у скалярній формі, використовуючи геометрію рисунка 27.6 – трикутник, побудований на векторах імпульсів \vec{p} , \vec{p}_e і \vec{p}' :

$$p_e^2 = p^2 + p'^2 - 2pp' \cos \theta = (h\nu/c)^2 + (h\nu'/c)^2 - 2(h^2\nu\nu'/c^2) \cos \theta \quad (27.25)$$

Розв'язок системи двох останніх рівнянь (27.24) і (27.25) дозволяє визначити напрямки руху фотона і електрона після зіткнення і частоту ν' розсіяного фотона, яка є завжди меншою від частоти ν падаючого фотона внаслідок передачі частини енергії електрону. Співвідношення (27.23) є також результатом спільного розв'язку рівнянь (27.24) і (27.25).

Ефект Комптона *не може спостерігатися у видимій області спектру*, оскільки енергія фотона видимого світла є порівнянною з енергією зв'язку електрона з атомом, при цьому навіть зовнішній електрон атома не можна вважати вільним.

Ефект Комптона, процес теплового випромінювання і фотоефект служать доказом **квантових (корпускулярних)** властивостей світла – уявлень про світло як про потік фотонів.

Запитання для самопідготовки до розділів 23 – 27

1. Сформулюйте закон відбивання світла.
2. Сформулюйте закон заломлення світла.
3. Дайте визначення відносного показника заломлення двох середовищ.
4. Дайте визначення абсолютного показника заломлення середовища.
5. В чому полягає явище повного внутрішнього відбивання?
6. Як визначити граничний кут повного внутрішнього відбивання?
7. Який об'єкт називається лінзою, тонкою лінзою?
8. Дайте визначення наступних понять: головна оптична вісь, головна площина, оптичний центр, фокус, фокусна відстань, фокальна площина лінзи.
9. Яким співвідношенням пов'язані між собою відносний показник заломлення, радіуси кривизни поверхонь і фокусна відстань лінзи?
10. Запишіть формулу тонкої лінзи.
11. Дайте визначення оптичної сили лінзи.
12. Назвіть причини виникнення основних видів аберації оптичної системи: сферичної, хроматичної коми, астигматизму, дисторсії.

13. Назвіть основні енергетичні фотометричні величини і одиниці їх вимірювання.
14. Яка із світлових фотометричних характеристик відноситься до основних фізичних величин і в яких одиницях вона вимірюється?
15. Що називається світловим потоком і в яких одиницях він вимірюється?
16. Яким рівнянням зв'язані між собою яскравість і світимість джерела світла?
17. Як визначити освітленість, створювану віддаленим точковим джерелом світла?
18. Сформулюйте принцип Гюйгенса для поширення світлових хвиль.
19. Що називають когерентністю і які хвилі називаються когерентними?
20. Що називається інтерференцією світла?
21. Сформулюйте умови спостереження інтерференційних максимуму і мінімуму.
22. Перерахуйте основні експериментальні методи спостереження інтерференції світлових хвиль.
23. Якими параметрами визначається ширина інтерференційних смуг?
24. Які інтерференційні смуги називаються смугами рівного нахилу?
25. Як виникають інтерференційні смуги рівної товщини?
26. За яких умов можливе спостереження інтерференційної картини у вигляді кілець Ньютона?
27. Яке явище називається дифракцією світлових хвиль?
28. Сформулюйте принцип Гюйгенса-Френеля.
29. Яким чином фронт світлової хвилі розбивається на зони Френеля?
30. Що представляє собою дифракційна картина, що виникає на круглому отворі, на непрозорому диску?
31. В чому полягає відмінність між дифракцією Френеля і дифракцією Фраунгофера?
32. Запишіть умови спостереження максимуму і мінімуму при дифракції на окремі щілині.
33. Що представляє собою дифракційна решітка?
34. Запишіть умову спостереження головних максимумів при дифракції на дифракційній решітці.
35. Що називається роздільною здатністю спектрального приладу?
36. Чому дорівнює роздільна здатність дифракційної решітки?
37. Що називається дисперсією світла? За яких умов має місце нормальна і за яких – аномальна дисперсія?
38. Запишіть закон Бугера для інтенсивності світла, що пройшло через шар поглинаючої речовини?
39. Яке світло називається неполяризованим, частково поляризованим, повністю поляризованим?

40. Як визначається ступінь поляризації світла?
41. Запишіть співвідношення, яке виражає суть закону Малюса.
42. Як визначається кут Брюстера (повної поляризації відбитого світла)?
43. Поясніть суть явища подвійного променезаломлення.
44. Поясніть суть ефектів Керра і Коттона-Муттона.
45. Поясніть суть явища оптичної активності.
46. Поясніть суть ефекту Фарадея.
47. Що називається випромінювальною здатністю, поглинальною здатністю речовини?
48. Дайте визначення поняття абсолютно чорного тіла.
49. Сформулюйте закон Кірхгофа для теплового випромінювання.
50. Сформулюйте закони Больцмана і зміщення Віна для теплового випромінювання.
51. В чому полягає суть квантової гіпотези Планка?
52. В чому полягає суть явища фотоефекту?
53. Сформулюйте основні закони фотоефекту.
54. Запишіть рівняння Ейнштейна для фотоефекту.
55. Сформулюйте закони для визначення тиску, який здійснює світло на освітлювану поверхню.
56. Поясніть суть ефекту Комптона.

Приклади розв'язування типових задач до розділів 23 – 27

Задача 1. На висоті $h = 5$ м підвішено лампу з силою світла 200 кд. Найбільшою освітленість буде під лампою і вона рівномірно зменшуватиметься в усі сторони. Якою буде площа круга на поверхні підлоги, всередині якого рівень освітленості є не меншим 1 лк?

Розв'язання. За умовою задачі освітленість в точках, що лежать на обводі кола (рис. 1), повинна становити 1 лк. Освітленість обчислюємо за формулою

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha$$

де $r = \sqrt{h^2 + R^2}$, а $\cos \alpha = h/r = h/\sqrt{h^2 + R^2}$.

Підставивши ці значення, дістанемо

$$E = \frac{I}{(h^2 + R^2)} \frac{h}{\sqrt{h^2 + R^2}} = \frac{Ih}{(h^2 + R^2)^{3/2}} = 1.$$

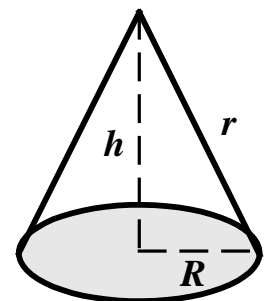


Рисунок 1

Піднісши обидві частини рівності $Ih = (h^2 + R^2)^{3/2}$ до квадрату, можна записати

$$I^2 h^2 = (h^2 + R^2)^3.$$

Після підстановки числових значень маємо

$$10^6 = (25 + R^2)^3$$

або, добуваючи з обох частин кубічний корінь, одержимо $100 = 25 + R^2$, звідки $R^2 = 75$. Отже, шукана площа круга

$$S = \pi R^2 = 235,5 \text{ м}^2.$$

Задача 2. Телеоб'єктив фотоапарата складається з двох лінз: збірної лінзи з фокусною відстанню $f_1 = 6 \text{ см}$, яка обернена до об'єкта, і розсівної лінзи з фокусною відстанню $f_2 = -2,5 \text{ см}$. Відстань між лінзами $d = 4 \text{ см}$. На якій відстані від розсівної лінзи повинна розміщатися фотоплівка при фотографуванні віддалених предметів?

Розв'язання. Оскільки фотографуються віддалені предмети, будемо вважати, що вони перебувають в безмежності. Побудуємо зображення точки (рис. 2). Відстань a від зображення S_1 , створюваного першою лінзою об'єктива, до другої (розсівної) лінзи

$$a = f_1 - d = 2 \text{ см}$$

З формули тонкої лінзи $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_2}$

виходить, що фотоплівка повинна бути розміщена на відстані b від цієї лінзи, яка визначається рівнянням:

$$b = -\frac{af_2}{a + f_2} = -\frac{2 \cdot (-2,5)}{2 - 2,5} = -10 \text{ см}$$

Знак мінус свідчить про розміщення зображення позаду другої лінзи.

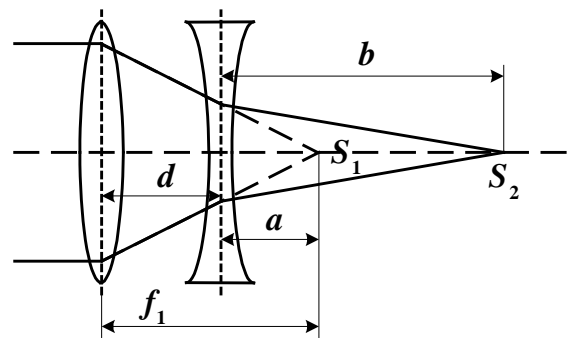


Рисунок 2

Задача 3. Визначити сталу дифракційної решітки для випадку, коли кут між двома спектрами третього порядку для натрієвого полум'я становить 4° . Довжина світлової хвилі $\lambda = 0,589 \text{ мкм}$.

Розв'язання. Сталу дифракційної решітки визначаємо з формули

$$d \sin \varphi = k\lambda, \text{ звідки } d = \frac{k\lambda}{\sin \varphi} = \frac{3 \cdot 0,589 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{\sin(2^\circ)} \approx 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ мм}.$$

Замість φ підставлено 2° , тому що у формулу дифракційної решітки входить кут між дифракційним максимумом і перпендикуляром до решітки, який є вдвічі менший ніж кут між двома максимумами одного порядку.

Задача 4. Кінетична енергія фотоелектронів, що вилітають з металу, дорівнює $1,6 \cdot 10^{-16} \text{ Дж}$. Визначити довжину хвилі світла, що падає на метал. Роботу виходу не враховувати.

Розв'язання. З формули Ейнштейна для фотоефекту за умови, що робота виходу рівна нулю, $h\nu = A + E_k = E_k$ знаходимо частоту світлового випромінювання $\nu = E_k/h$. З формули для швидкості світла у вакуумі $c = \lambda\nu$ слідує $\nu = c/\lambda$. Прирівнявши два співвідношення для частоти світлового випромінювання, знаходимо $\lambda = hc/E_k$.

Підставивши числові значення, дістанемо

$$\lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{1,6 \cdot 10^{-16} \text{ Дж}} \approx 12,4 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 1,24 \text{ нм} = 12,4 \text{ \AA}$$

Задача 5. Поріг чутливості ока (мінімальний потік світла, що викликає відчуття світла) залежить від довжини світлової хвилі. Для зеленого світла ($\lambda = 510 \text{ нм}$) він дорівнює наближено $2,93 \cdot 10^{-17} \text{ Дж/с}$. Виразити поріг чутливості через кількість фотонів, що потрапляють в око за секунду.

Розв'язання. Згідно з умовою задачі можна записати:

$$nh\nu = E,$$

де n – кількість фотонів, а E – поріг чутливості ока. Звідси

$$n = \frac{E}{h\nu} = \frac{E\lambda}{hc}.$$

Підставивши числові значення, одержимо:

$$n = \frac{2,93 \cdot 10^{-17} \text{ Дж/с} \cdot 5,1 \cdot 10^{-7} \text{ м}}{6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}} \approx 75 \text{ фот/с}.$$

Задача 6. Людина, знявши окуляри, читає книгу, тримаючи її на відстані 16 см від очей. Якої оптичної сили в неї окуляри?

Розв'язання. Відстань найкращого зору для таких очей дорівнює 16 см , тоді як для нормального ока відповідна відстань становить 25 см – відстань найкращого зору.

Для усунення недоліку близькозорих очей людина носить окуляри такої оптичної сили, щоб промені, які падають від точок, віддалених на 25 см , фокусувалися б оптичною системою «окуляри – око» на сітківці, тобто в тому ж місці, де фокусуються промені, що падають від точок предмета, який розглядається необзороеним оком, віддаленого в даному випадку на відстань 16 см .

Запишемо формулу тонкої лінзи для двох випадків – необзороеного і озброеного ока:

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad \text{і} \quad \frac{1}{a_0} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f_1}$$

де $a_1 = 16 \text{ см}$, $a_0 = 25 \text{ см}$, $\frac{1}{f_1}$ – оптична сила окулярів, b – глибина ока, тобто

відстань від кристалика до сітківки, $\frac{1}{f}$ – оптична сила кристалика ока.

При цьому ми робимо спрощення, вважаючи, що оптична сила системи «окуляри – очі» дорівнює сумі оптичних сил окулярів і очей, вимірених незалежно.

Віднявши від другого рівняння перше і виразивши a_0 і a_1 в метрах, знайдемо оптичну силу окулярів в діоптріях:

$$D_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{1}{a_0} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{0,25} - \frac{1}{0,16} = 4 - 6,25 = -2,25 \text{ дптр.}$$

Задача 7. При найбільшому віддаленні об'єктива від плівки фотоапарат дає чіткі знімки предметів, що знаходяться від об'єктива на відстані 1,5 м. Якою повинна бути оптична сила лінзи, яку необхідно додатково насадити на об'єктив, щоб одержувати чіткі знімки предметів, розташованих на відстані 50 см від об'єктива?

Розв'язання. В обох випадках відстань b від об'єктива до плівки однакова. Вона визначена конструкцією фотоапарата. Запишемо формули тонкої лінзи для обох випадків:

$$\begin{aligned} \text{без додаткової лінзи} \quad \frac{1}{f_1} = D_1 &= \frac{1}{1,5} + \frac{1}{b}; \\ \text{з додатковою лінзою} \quad \frac{1}{f_2} = D_2 &= \frac{1}{0,5} + \frac{1}{b}. \end{aligned}$$

Віднявши від другого рівняння перше, дістанемо

$$D_2 - D_1 = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \text{ дптр.}$$

Тут D_2 – оптична сила системи, складеної з двох лінз – об'єктив і додаткова лінза, а D_1 – оптична сила самого об'єктива фотоапарата. Різниця між ними визначає оптичну силу додаткової лінзи.

Задача 8. Відстань між фокусами об'єктива і окуляра всередині тубуса мікроскопа $l = 16$ см. Фокусна відстань об'єктива 0,5 см. Яка фокусна відстань окуляра, якщо мікроскоп дає збільшення в 800 раз?

Розв'язання. Скористаємось формулою для збільшення мікроскопа

$$\gamma = \frac{\delta \Delta}{f_1 f_2},$$

де $\delta = 25$ см – відстань найкращого зору, Δ – відстань між окуляром і об'єктивом мікроскопа (довжина тубуса мікроскопа), f_1 і f_2 – фокусні відстані відповідно об'єктива і окуляра. Отже, згідно з умовою задачі, довжину тубуса мікроскопа можна виразити співвідношенням: $\Delta = f_1 + f_2 + l$.

Тоді із формули для збільшення мікроскопа:

$$f_2 = \frac{\delta \Delta}{f_1 \gamma} = \frac{\delta(f_1 + f_2 + l)}{f_1 \gamma}.$$

Розв'язавши дане рівняння відносно f_2 , одержимо:

$$f_2 = \frac{\delta(f_1 + l)}{f_1 \gamma - \delta} = \frac{25(0,5 + 16)}{0,5 \cdot 800 - 25} \approx 1,1 \text{ см.}$$

Задача 9. Для визначення довжини світлової хвилі застосували дифракційну решітку з періодом $0,01 \text{ мм}$. Зображення першого дифракційного максимуму на екрані дістали на відстані $h = 11,8 \text{ см}$ від зображення центрального (нульового) максимуму і на відстані $l = 2 \text{ м}$ від решітки до екрана. Знайти довжину світлової хвилі.

Розв'язання. Довжина світлової хвилі може бути визначена з умови максимуму дифракції на дифракційній решітці:

$$d \sin \alpha = k \lambda,$$

де d – період решітки, k – номер дифракційного максимуму, α – кут відхилення дифрагованого променя k -го порядку від напрямку поширення падаючого променя. У нашому випадку $k = 1$, тому:

$$\lambda = d \sin \alpha.$$

Як видно з геометрії експерименту, зображеної на рисунку 3, для кута α відхилення дифрагованого променя справедлива рівність:

$$\sin \alpha = h/l.$$

Тоді:

$$\lambda = d \frac{h}{l} = 0,01 \cdot 10^{-3} \frac{11,8 \cdot 10^{-2}}{2} = 5,9 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 0,59 \text{ мкм} = 590 \text{ нм}$$

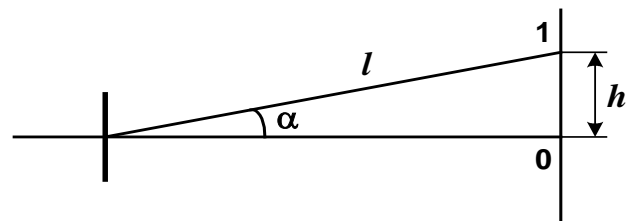


Рисунок 3

Задача 10. Червона межа фотоелектру для вольфраму $\lambda_0 = 2,75 \cdot 10^{-6} \text{ м}$. Визначити роботу виходу електрона з вольфраму, максимальну швидкість фотоелектронів, що вириваються з вольфраму світлом з довжиною хвилі $\lambda = 1,8 \cdot 10^{-6} \text{ м}$, і максимальну кінетичну енергію цих електронів після вильоту з поверхні металу.

Розв'язання. Енергія кванта, який відповідає довгохвильовій межі фотоелектру (червона межа), дорівнює роботі виходу електрона з металу:

$$A = h\nu_0 = h \frac{c}{\lambda_0} = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{2,75 \cdot 10^{-6} \text{ м}} \approx 2,4 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$$

За формулою Ейнштейна для фотоелектру, енергія кванта, яка поглинається електроном, дорівнює

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2},$$

звідки для кінетичної енергії електрона, що покидає поверхню металу під дією кванта світла, можна записати:

$$\frac{mv^2}{2} = h\nu - A = h\nu - h\nu_0 = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right).$$

$$\text{Тобто: } E_k = \frac{mv^2}{2} = 6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \left(\frac{1}{1,8 \cdot 10^{-6}} - \frac{1}{2,75 \cdot 10^{-6}} \right) \approx 3,8 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$$

Здебільшого енергію мікрочастинок виражають у електрон вольтах:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = 3,8 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = \frac{3,8 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж/еВ}} \approx 2,4 \text{ еВ.}$$

Знаючи кінетичну енергію електрона, знайдемо його швидкість:

$$v = \sqrt{\frac{2hc}{m} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)} = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} \approx 0,91 \cdot 10^6 \text{ м/с,}$$

де $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ – маса електрона.

Розділ 28. Елементи атомної фізики

28.1. Моделі атома Томсона і Резерфорда

Уявлення про атоми, як про неподільні найдрібніші частинки речовини, виникло ще в античні часи. В кінці XIX століття Дж. Томсон, досліджуючи відхилення в електричних і магнітних полях частинок, що випускаються з поверхні металів під дією світла (фотоефект) відкрив електрон. Оскільки маса електрона виявилася в десятки тисяч разів меншою від маси атомів, Томсон запропонував модель будови атома. Згідно з цією моделлю атом є рівномірно зарядженою позитивним зарядом кулею діаметром $\sim 10^{-10} \text{ м}$, в якій “вкраплені” від’ємно заряджені електрони (“як родзинки в пудинг”). Гармонічні коливання електронів біля положень рівноваги є причиною випромінювання (або поглинання) монохроматичних хвиль атомами.

Проте, в експериментах Ленарда по розсіянню електронів і в експериментах Резерфорда по розсіянню α -частинок на тонких металевих плівках, було показано, що майже всі α -частинки проходили через фольгу, без розсіяння, або відхиляючись на дуже малі кути порядку $1-3^\circ$. І лише деякі з них (одна із 10000) відхилялися на великі кути, порядку $135-180^\circ$. Оскільки α -частинка в 7300 разів важча за електрон, то причиною такого розсіяння не може бути її зіткнення з електронами. Резерфорд припустив, що розсіяння α -частинки відбувається на позитивному заряді великої маси – на “ядрі” атома, розмір якого, дуже малий в порівнянні з об’ємом атома (діаметр $\sim 10^{-14} \text{ м}$). (Наприклад, в 1 м^3 платини “об’єм” ядер становить лише $0,3 \text{ мм}^3$.) Тому в атомі, переважна частина якого складається з порожнього простору, електрони не можуть знаходитися в статичній рівновазі. Їх стійкість може бути тільки динамічною, як у планет в астрономії. Резерфорд запропонував планетарну модель атома. Згідно Резерфорду, атом є системою зарядів, в центрі якої розташоване позитивне ядро із зарядом Ze (e – заряд електрона), розміром $10^{-15}-10^{-14} \text{ м}$ і масою, що практично дорівнює масі атома. Навколо ядра, в області з лінійними розмірами $\sim 10^{-10} \text{ м}$,

по замкнених орбіталах рухається Z електронів, утворюючи електронну оболонку атома.

Другий закон Ньютона для електрона, що рухається по колу під дією кулонівської сили має вигляд:

$$\frac{Ze \cdot e}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} = m_e \frac{v^2}{r},$$

де m_e і v – маса і швидкість електрона на орбіталі радіусом r , ϵ_0 – діелектрична стала. За умови $r \sim 10^{-10}$ м швидкість руху електронів повинна становити $v \approx 10^6$ м/с, а доцентрове прискорення $v^2/r \approx 10^{22}$ м/с². Згідно з уявленнями класичної електродинаміки, електрони, що рухаються прискорено, повинні випромінювати електромагнітні хвилі і внаслідок цього безперервно втрачати енергію. В результаті втрати енергії електрон повинен наблизитись до ядра і врешті впасти на ядро.

Крім того, класична планетарна модель атома не пояснює лінійчатого спектру атомів. Поступова втрата енергії електрона повинна призводити до виникнення неперервного (суцільного) спектру випромінювання атома.

28.2. Лінійчатий спектр атома водню

Експериментальні дослідження спектрів випромінювання розріджених газів (окремих атомів) показали, що характерні лінійчаті спектри випромінювання кожного елемента є серіями ліній, положення яких може бути описане простими емпіричними формулами. Так, положення ліній атома водню у видимій області спектру описуються формулою **Бальмера**:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{ або для частот } \nu = R' \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

де $R = 1,1 \cdot 10^7$ м⁻¹, $R' = R \cdot c = 3,29 \cdot 10^{15}$ с⁻¹ – постійна **Рідберга**. Пізніше, в ультрафіолетовій області була виявлена серія ліній **Лаймана**, частоти яких визначаються рівнянням:

$$\nu = R' \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

і в інфрачервоній області – серія **Пашена** з частотами:

$$\nu = R' \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

Всі ці серії можуть бути описані *узагальненою формулою Бальмера*:

$$\nu = R' \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (28.1)$$

де $m = 1, 2, 3, \dots$ визначає порядковий номер серії, а $n = m+1, m+2, m+3, \dots$ визначає номер окремих ліній цієї серії. Із збільшенням n лінії даної серії зближуються між собою у частотному діапазоні.

Аналогічні серії були виявлені в лінійчатих спектрах інших атомів.

28.3. Постулати Бора

Для пояснення закономірностей в лінійчатих спектрах данський фізик Нільс Бор об'єднав планетарну модель атома Резерфорда з гіпотезою Планка про квантову природу світла. Теорія атома Бора ґрунтується на двох постулатах:

Перший постулат Бора (постулат стаціонарних станів): *існують стаціонарні (такі, що не змінюються у часі) стани атома, знаходячись в яких він не випромінює енергії*. Стаціонарним станам атома відповідають стаціонарні орбіталі, по яких рухаються електрони. Кожний стаціонарний стан характеризується певним (дискретним) значенням енергії. Рух електронів по стаціонарних орбіталях не супроводжується випромінюванням електромагнітних хвиль.

Правило квантування орбіталей Бора стверджує, що в стаціонарному стані атома електрон, рухаючись по круговій орбіталі, повинен мати квантовані значення моменту імпульсу, що задовольняють умові

$$m_e v r_n = n \hbar, \quad (28.2)$$

де $n = 1, 2, 3, \dots$ – ціле число; m_e – маса електрона; v – його швидкість на n -ій орбіталі радіусом r_n ; $\hbar = h/2\pi$ – стала Планка.

Другий постулат Бора (правило частот): *під час переходу атома з одного стану в інший випромінюється або поглинається один фотон з енергією, що дорівнює різниці енергій відповідних стаціонарних станів:*

$$h\nu = E_n - E_m. \quad (28.3)$$

Випромінювання відбувається під час переходу атома зі стану з більшою енергією (з орбіталі більш віддаленої від ядра) в стан з меншою енергією (на ближню орбітал) ($E_n > E_m$).

Поглинання фотона супроводжується переходом атома в стан з більшою енергією (перехід електрона на більш видалену орбіталь) ($E_m > E_n$).

Набір всіх можливих дискретних частот квантових переходів визначає лінійчатий спектр атома:

$$\nu = \frac{E_n - E_m}{h}.$$

Розглянемо рух електрона в атомі водню. Правило квантування (28.2) і другий закон Ньютона, застосовані до електрона на n -ій стаціонарній орбіталі: $\frac{m_e v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, дозволяють отримати її радіус в атомі водню:

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_0}{e^2 m_e}. \quad (28.4)$$

Або для довільного атома: $r_n = n^2 \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_0}{Ze^2 m_e}$, де m_e – маса електрона, Z –

зарядове число, яке дорівнює порядковому номеру елемента в таблиці Менделєєва. Для атома водню радіус першої орбіталі ($Z = 1$, $n = 1$) електрона (перший борівський радіус) становить:

$$r_1 = \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_0}{e^2 m_e} = 5,28 \cdot 10^{-11} \text{ м.}$$

Повна енергія електрона у атомі водню складається з кінетичної $E_k = \frac{m_e v^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ і потенційної $E_{\text{п}} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ енергій. Тому, враховуючи співвідношення (28.4) для радіуса n -ої орбіталі, одержимо значення повної енергії електрона на цій орбіталі:

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{e^4 m_e}{8h^2 \epsilon_0^2}, \quad (28.5)$$

де знак мінус означає, що електрон знаходиться в зв'язаному стані. Ціле число n , що визначає енергетичні рівні атома, називається **головним квантовим числом**. Енергетичний рівень, для якого $n = 1$, називається основним рівнем, а відповідний йому стан атома називається **основним станом**. Рівні з $n > 1$ і відповідні їм стани називаються збудженими.

Співвідношення (28.4) і (28.5) дозволяють визначити усі значення радіусів орбіт і енергетичних рівнів для атома водню. Мінімальна енергія атома водню: $E_1 = -13,55 \text{ eV}$. Максимальне значення енергії досягається при $n = \infty$ і дорівнює нулю.

Перехід із стаціонарного стану n в стаціонарний стан m супроводжується випромінюванням кванта з енергією:

$$h\nu = E_n - E_m = -\frac{e^4 m_e}{8h^2 \epsilon_0^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right). \quad (28.6)$$

Порівнюючи останнє співвідношення із узагальненою формулою Рідберга (28.1), для сталої Рідберга можна записати очевидне співвідношення $R' = \frac{e^4 m_e}{8h^3 \epsilon_0^2}$. Теоретичне значення добре узгоджується із значенням постійної Рідберга, визначеним експериментально.

В теорії Бора дивним чином знайшли поєднання положення нової нової на той час теорії – квантової механіки і класичної Ньютонівської механіки. Теорія Бора зіграла величезну роль в становленні атомної фізики, в розвитку атомної і молекулярної спектроскопії, але її внутрішня суперечність – об'єднання класичних і квантових уявлень не дозволили на її основі пояснити спектри багатоелектронних атомів (навіть найпростішого з них – атома гелію, що містить крім ядра два електрони).

28.4. Досліди Франка і Герца

В дослідах Франка і Герца було експериментально доведено існування в атомах стаціонарних станів.

Електрони, емітовані катодом K , розганяються під дією прискорюючої різниці потенціалів між катодом і анодом. Рух електронів відбувається через пари ртуті. Перший збуджений стан атома ртуті має енергію $4,86 \text{ eV}$. При досягненні прискорюючим потенціалом цього значення зіткнення електронів з атомами стають непружними – електрон віддає кінетичну енергію атому, збуджуючи перехід з основного енергетичного стану в перший збуджений стан (поглинання енергії атомами ртуті). Струм в установці при цьому різко зменшується. Така ж поведінка струму спостерігається, коли електрони досягають енергій кратних величині $\Delta E = 4,86 \text{ eV}$, і зазнають 2, 3, 4, ... непружних зіткнень. Отже, в атомі ртуті дійсно існують стаціонарні стани. Це є підтвердженням першого постулату Бора.

Збуджені атоми ртуті, повертаючись в основний стан, випромінюють кванти світла з довжиною хвилі $\lambda = hc/\Delta E = 255 \text{ нм}$ (підтвердження другого постулату Бора).

28.5. Корпускулярно-хвильовий дуалізм властивостей речовини

Розділ фізики, присвячений опису властивостей мікрочастинок і квантових об'єктів, називається квантовою механікою. Одним із базових положень, на яких ґрунтується квантова механіка, стала гіпотеза Луї де Бройля (1924 рік). Вчений припустив, що, за аналогією зі світлом, яке володіє одночасно властивостями частинки і хвилі (подвійна корпускулярно-хвильова природа світла), електрони і будь-які інші частинки матерії разом з корпускулярними володіють також і хвильовими властивостями.

Кожному матеріальному об'єкту властиві як корпускулярні характеристики – маса m , енергія E та імпульс p , так і хвильові характеристики – частота ν і довжина хвилі λ . Таким чином, будь-якій мікрочастинці, що володіє імпульсом, ставиться у відповідність хвильовий процес з довжиною хвилі, яка визначається за формулою де Бройля:

$$\lambda_B = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\nu}. \quad (28.7)$$

Масою спокою є маса, якою володіє частинка нерухома в даній системі координат. Згідно з теорією відносності маса рухомої частинки залежить від її швидкості. Гіпотеза де Бройля була підтверджена експериментально в дослідах по дифракції електронів на монокристалах металів або на тонких металічних плівках. При зіткненні пучка електронів зі структурою металу формувалася дифракційна картина як в проходячому, так і у відбитому пучку електронів.

Якщо швидкість мікрочастинки стає порівнянною зі швидкістю світла у вакуумі, то необхідно враховувати релятивістські ефекти, а саме той факт, що співвідношення для імпульсу частинки приймає вигляд:

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (28.8)$$

де m_0 – маса спокою частинки, c – швидкість світла у вакуумі. Використовуючи гіпотезу де Бройля, можна вивести правило квантування орбіталей Бора, якщо припустити, що на стаціонарній орбіталі повинно вклататись ціле число довжин хвиль електрона:

$$\frac{2\pi r_n}{\lambda_B} = n; \Rightarrow m v r_n = n \frac{h}{2\pi}.$$

Таким чином, корпускулярно-хвильовий дуалізм – універсальна властивість матерії. Ця властивість істотним чином виявляється тільки для мікрооб’єктів. Для макроскопічних тіл довжини хвиль де Бройля надзвичайно малі (так, наприклад, частинці масою 1 г, що рухається із швидкістю 1 м/с, відповідає довжина хвилі де Бройля $\lambda_B = 6,6 \cdot 10^{-31}$ м), і тому хвильовими ефектами для макрооб’єктів можна знехтувати.

Хвилі де Бройля володіють дуже цікавими властивостями. Фазова швидкість хвиль де Бройля є більшою від швидкості світла у вакуумі.

28.6. Співвідношення невизначеності

Подвійна корпускулярно-хвильова природа мікрочастинок визначає ще одну незвичайну, з класичних уявлень, властивість мікрооб’єктів – неможливо одночасно точно визначити координату і імпульс частинки.

Насправді, оскільки кожній частинці відповідає хвильовий процес, то невизначеність “місцеположення” частинки не може бути меншою від довжини хвилі де Бройля. Для мікрооб’єктів втрачає зміст класичне поняття траєкторії. В загальному випадку ця властивість мікрооб’єктів описується **співвідношенням невизначеності Гейзенберга**: мікрочастинка не може мати одночасно визначеними координату (x, y, z) і відповідну проекцію імпульсу (p_x, p_y, p_z), причому невизначеності цих величин задовольняють співвідношенням:

$$\Delta x \Delta p_x \geq h, \quad \Delta y \Delta p_y \geq h, \quad \Delta z \Delta p_z \geq h, \quad (28.9)$$

тобто добуток невизначеностей координати і відповідної їй проекції імпульсу частинки не може бути меншим від величини h .

Співвідношення невизначеності виявляється в явищі дифракції частинок і його можна одержати з умови, що кут дифракції може бути більшим або рівним куту, що відповідає першому дифракційному мінімуму.

Співвідношення невизначеності – квантове обмеження застосовності принципів класичної механіки до об’єктів мікросвіту. Для мікрочастинки не існує станів, в яких її координати і відповідні їм проекції імпульсу мали

б одночасно точно визначені значення. Це співвідношення виконується також для невизначеності енергії ΔE деякого стану системи і проміжку часу Δt , протягом якого цей стан існує:

$$\Delta E \Delta t \geq h. \quad (28.10)$$

Отже, система, що має середній час життя Δt , не може бути охарактеризована певним значенням енергії. Чим меншим є час життя системи, тим більшою є невизначеність у значенні її енергії. Частота випромінювання фотона також повинна мати невизначеність $\Delta \nu = \Delta E/h$, тобто спектральні лінії повинні мати деяку скінченну ширину.

28.7. Атом водню в квантовій механіці. Поняття про квантові числа

Для описання поведінки квантових систем (системи, що складаються з певної кількості мікрочастинок) використовують поняття хвильової функції, яка визначає *імовірність знаходження частинки у певному мікроб'ємі а також розподіл цієї імовірності по об'єму системи*. Якщо мікрочастинка знаходиться в квантовій системі, то її хвильова функція має фізичний зміст лише за умови, що енергія цієї частинки набуває певних «дозволених» значень. Ці значення енергії називаються **власними**, а відповідні їм хвильові функції **власними хвильовими функціями** частинки. Так власні хвильові функції електронів у деякому атомі визначаються набором певних чисел, які називаються **квантовими числами**:

- **головне квантове число** n визначає енергетичні рівні електрона в атомі і може приймати цілі значення: $n = 1, 2, 3, \dots$;

- **орбітальне квантове число** l при заданому n приймає значення: $l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1)$ і визначає величину моменту імпульсу електрона в атомі:

$$L_l = \hbar \sqrt{l(l+1)};$$

- **магнітне квантове число** m для заданого l приймає значення: $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm l$ і визначає величину проекції моменту імпульсу електрона на певний, визначений, наприклад, зовнішньою дією, напрям. Орбітальний момент імпульсу електрона \vec{L}_l може мати лише такі орієнтації в просторі, при яких проекція L_{lH} вектора \vec{L}_l на напрям зовнішнього магнітного поля приймає дискретні значення, кратні \hbar (просторове квантування):

$$L_{lH} = m\hbar.$$

Таким чином, вектор \vec{L}_l може приймати $2l + 1$ орієнтацію в просторі. Можливі орієнтації векторів моменту імпульсу \vec{L}_l для електронів з квантовими числами $l = 1$ і $l = 2$ представлені на рисунках 28.1 (а) і 28.1 (б).

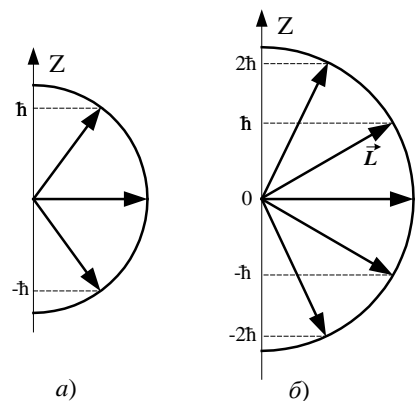


Рисунок 28.1

Тому, в зовнішньому магнітному полі енергетичний рівень з головним квантовим числом n розщеплюється на $2l + 1$ підрівнів – *ефект Зеемана*. Розщеплення енергетичних рівнів у зовнішньому електричному полі називається *ефектом Штарка*.

В квантовій механіці вводиться поняття хвильової функції мікрочастинки. Вірогідність виявлення електрона в одиниці об'єму визначається квадратом модуля його хвильової функції. Ймовірність виявлення електрона в різних частинах атома є різною. Електрон у своєму русі ніби «розмазаний» по всьому об'єму атома. При цьому утворюється так звана електронна хмара, густина якої характеризує ймовірність знаходження електрона в різних точках об'єму атома.

Квантові числа n і l характеризують розмір і форму електронної хмари, а квантове число m характеризує орієнтацію електронної хмари в просторі. В атомній фізиці, за аналогією зі спектроскопією, стан електрона, що характеризується орбітальним квантовим числом $l = 0$, називається s -станом (електрон у цьому стані називається, s -електроном), $l = 1$ – p -станом, $l = 2$ – d -станом, $l = 3$ – f -станом, $l = 4$ – g -станом і т.д.

Правила відбору. Перехід електрона в атомі з одного стану в інший можливий тільки в тому випадку, якщо виконуються наступні умови:

- 1) зміна орбітального квантового числа l задовольняє умові $\Delta l = \pm 1$;
- 2) зміна магнітного квантового числа m задовольняє умові $\Delta m = 0, \pm 1$.

Так, наприклад, в атомі водню переходи $np \rightarrow 1s$, де $n = 2, 3, \dots$ утворюють серію Лаймана, а переходи $np \rightarrow 2s$, $ns \rightarrow 2p$, $nd \rightarrow 2p$ ($n = 3, 4, \dots$) – серію Бальмера.

Спін електрона. Електрон володіє власним механічним моментом імпульсу, не пов'язаним з орбітальним рухом електрона в просторі. Цей механічний момент електрона прийнято називати *спіном*.

Ця властивість електрона була виявлена в експериментах Штерна і Герлаха. При проходженні вузького пучка атомів водню, що знаходяться в s -стані, через сильне і неоднорідне магнітне поле він розщеплювався на два пучки. В цьому стані орбітальне квантове число $l = 0$, а отже, механічний момент імпульсу електрона в атомі $L_l = \hbar \sqrt{l(l+1)}$ (і магнітний момент) рівні нулю. Тому магнітне поле не повинне було впливати на рух атомів. Таким чином було виявлено, що електрони в атомах володіють «власним» механічним і магнітним моментом, не пов'язаним з орбітальним рухом, – спіном.

Часто спін електрона наочно представляють, як момент імпульсу, пов'язаний з його обертанням навколо своєї власної осі. Але така модель приводить до абсурдного результату – лінійна швидкість на поверхні електрона повинна в 200 разів перевищувати швидкість світла. Тому спін

електрона (і всіх інших мікрочастинок) слід розглядати як внутрішню невід'ємну квантову властивість мікрочастинки.

Проекція спінового магнітного моменту на напрям зовнішнього магнітного поля також приймає дискретні значення:

$$L_{sH} = m_s \hbar,$$

де m_s – магнітне спінове квантове число, яке може приймати тільки два дискретних значення: $m_s = \pm 1/2$.

Отже, стан електрона в атомі визначається набором чотирьох квантових чисел: **головного** n ($n = 1, 2, 3, \dots$), **орбітального** l ($l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$), **магнітного** m ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$) і **магнітного спінового**

$$m_s \quad (m_s = +1/2, -1/2)$$

Два однакові електрони, що входять в один атом, не можуть знаходитися в однакових станах. Дане твердження випливає з симетрійних квантово-механічних властивостей електронів і формулюється у вигляді принципу Паулі: **в одному і тому ж атомі не може бути більше одного електрона з однаковим набором чотирьох квантових чисел n, l, m та m_s .**

28.8. Розподіл електронів в атомі за енергетичними станами

Сукупність електронів в багатоелектронному атомі, що мають одне і те ж головне квантове число n , називається **електронною оболонкою**. Максимальна кількість електронів, що знаходяться в електронній оболонці з головним квантовим числом n , становить:

$$Z(n) = \sum_{l=1}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2.$$

В кожній з оболонок електрони розподіляються за підоболонками, відповідними даному квантовому числу l . Оскільки l приймає значення від 0 до $n - 1$, то число підоболонок в оболонці дорівнює порядковому номеру оболонки n .

Таблиця. **Розподіл електронів за оболонками та підоболонками в атомах**

Головне квант. число n	1	2		3			4				5				
Символ оболонки	<i>K</i>	<i>L</i>		<i>M</i>			<i>N</i>				<i>O</i>				
Максимальне число електронів в оболонці	2	8		18			32				50				
Орбітальне квант. число l	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4
Символ підоболонки	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	5g
Максим. число електронів в підоболонці	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	14	18

Кількість електронів в підоболонці визначається квантовими числами m і m_s . Максимальне число електронів в підоболонці з даним квантовим числом l становить $2(2l + 1)$. Позначення оболонок, а також розподіл електронів за оболонками та підоболонками показано в таблиці.

Систематика періодичної системи елементів Д.І.Менделєєва пояснюється повторюваністю у структурі зовнішніх електронних оболонок у атомах споріднених елементів. Ця повторюваність зумовлена необхідністю виконання принципу Паулі, що спричиняє певний порядок у заповненні електронних оболонок.

28.9. Рентгенівські спектри

Джерелом рентгенівського випромінювання є рентгенівська трубка, в якій електрони що вилітають з катода, бомбардують анод, виготовлений з важких металів (W, Cu, Pt т.д.).

Рентгенівське випромінювання складається з суцільного спектру – *гальмівного* випромінювання, що виникає при гальмуванні електронів в аноді, і лінійчатого спектру – *характеристичного* випромінювання, спектр якого визначається матеріалом анода.

Гальмівне випромінювання має короткохвильову межу λ_{\min} (межу суцільного спектру), яка відповідає ситуації, при якій вся енергія електрона (eU), що гальмується в речовині, переходить в енергію рентгенівського кванта $h\nu_{\max} = eU$. Перевищення енергії кванта над енергією електрона суперечило б закону збереження енергії. Гранична (найменша) довжина хвилі гальмівного рентгенівського випромінювання:

$$\lambda_{\min} = c/\nu_{\max} = (ch)/(eU)$$

не залежить від матеріалу анода, а визначається лише різницею потенціалів U між катодом і анодом тобто енергією електрона.

Лінії характеристичного випромінювання виникають в результаті переходів електронів у внутрішніх оболонках атомів, які мають схожу будову у всіх елементів. Тому спектри характеристичного випромінювання різних елементів мають схожий характер.

При збільшенні атомного номера елемента Z весь рентгенівський спектр зміщується в короткохвильову область спектру, не міняючи своєї структури. Закон, який зв'язує частоти ліній у серії рентгенівського випромінювання з атомним номером Z елемента, що є матеріалом анода, називається законом Мозлі:

$$\nu = R'(Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (28.11)$$

де R' – постійна Рідберга, $m = 1, 2, 3\dots$ визначає рентгенівську серію ($L, M, N\dots$), $n = 2, 3, 4\dots$ визначає номер окремої лінії ($\alpha, \beta, \gamma \dots$) відповідної

серії, σ – постійна екранування, що враховує екранування даного електрона від атомного ядра іншими електронами атома.

28.10. Молекулярні спектри

Молекула – це найменша частинка речовини, що складається з однакових або різних атомів, сполучених між собою хімічними зв'язками. Саме молекула є носієм основних хімічних властивостей речовини. Найчастіше в молекулах зустрічаються два типи зв'язку між атомами:

1) **йонний** зв'язок здійснюється кулонівськими силами взаємодії між іонами молекули, що утворюються внаслідок переходу електрона від одного атома до іншого (наприклад, в молекулі NaCl взаємодіють йони: Na^+ і Cl^-)

2) **ковалентний** зв'язок виникає при обміні зовнішніми валентними електронами між двома сусідніми атомами (унаслідок невизначеності тождесних частинок). Тобто електрон кожного атома молекули проводить якийсь час біля ядра іншого атома. Така специфічна взаємодія називається **обмінною** і описується у квантовій механіці.

Енергію ізольованої молекули можна представити у вигляді суми:

$$E = E_{el} + E_{кол} + E_{об},$$

де E_{el} – енергія руху електронів відносно ядер, $E_{кол}$ – енергія коливань ядер, $E_{об}$ – енергія обертового руху молекули як цілого. Кожна з енергій може приймати лише певні дискретні значення (квантування енергії), які визначаються відповідними квантовими числами. Величини цих енергій суттєво відрізняються між собою:

$$E_{el} = 1 \div 10 eV,$$

$$E_{кол} = 10^{-2} \div 10^{-1} eV,$$

$$E_{об} = 10^{-5} \div 10^{-3} eV.$$

Тому схема енергетичних рівнів будь-якої молекули є надзвичайно складною. Тут кожен електронний енергетичний рівень розщеплюється на ряд коливальних, котрі у свою чергу розщеплюються на обертові підрівні (рис. 28.2).

Отже, типові молекулярні спектри є сукупністю смуг (смугасті спектри), які у свою чергу складаються з величезного числа настільки тісно розташованих ліній – переходів між енергетичними рівнями, що їх можна розділити тільки, використовуючи спектральні прилади з високою роздільною здатністю.

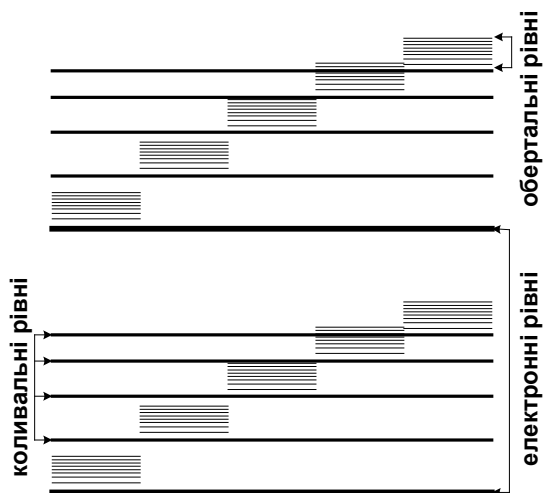


Рисунок 28.2

28.11. Комбінаційне розсіяння світла (ефект Рамана)

Якщо на речовину (газ, рідину, прозорий кристал) падає строго монохроматичне світло з частотою ν_0 , то в спектрі розсіяного світла поряд з основною частотою ν_0 джерела випромінювання спостерігаються додаткові лінії з частотами $\nu = \nu_0 \pm \nu_i$, де ν_i – частоти коливальних або обертальних переходів молекул речовини, що розсіює світло. Це явище називається *ефектом Рамана*.

Лінії в спектрі комбінаційного розсіяння (КРС) з частотами $\nu = \nu_0 - \nu_i$, меншими від частоти падаючого світла, називаються *стоксівськими* (або червоними) супутниками. Лінії з частотами $\nu = \nu_0 + \nu_i$ називаються *антистоксівськими* (або фіолетовими) супутниками. Зміщення супутників по частоті відносно основної лінії характеризує розсіюючу речовину і дорівнює власним частотам коливань молекул. Пояснення даного ефекту можливе лише в рамках квантової механіки. Комбінаційне розсіяння світла є процесом непружного розсіяння фотонів молекулами, в якому фотон поглинається а потім ”перевипромінюється” молекулою.

Якщо енергії фотонів (поглинутого і перевипроміненого) однакові, то в розсіяному світлі спостерігається незміщена лінія. Якщо після перевипромінювання фотона молекула переходить у збуджений коливальний стан, то випромінений фотон матиме меншу частоту – виникає стоксівський (червоний) супутник. Якщо ж при цьому молекула перейде із збудженого стану в основний, то випущений фотон матиме більшу частоту – виникає антистоксівський (фіолетовий) супутник. Тому, інтенсивність фіолетових антистоксівських супутників росте з температурою, а червоних – практично не змінюється.

Із сказаного вище випливає, що зсув частот у супутниках при комбінаційному розсіянні збігається з частотами коливань у молекулах, які лежать в інфрачервоній області спектра. Однак цей збіг спостерігається не завжди. У ряді випадків зсув частот, що спостерігаються при комбінаційному розсіянні, не збігається з частотами в інфрачервоному спектрі молекули. Можливий і такий випадок, коли частоти поглинання, які є в інфрачервоному спектрі молекули, не проявляються в спектрах комбінаційного розсіяння. Справа тут у тому, що для випромінювання (і поглинання) молекулою електромагнітних хвиль необхідно, щоб молекула, яка поводить себе в цьому випадку як диполь, змінювала б дипольний момент p_e . Для комбінаційного розсіяння світла, пов'язаного з модулюванням падаючої світлової хвилі, ця умова не обов'язкова. У деяких випадках відмінність у експериментальних умовах, необхідних для появи інфрачервоних частот і частот комбінаційного розсіяння, веде до того, що одні з них можуть спостерігатися, а інші – ні. Тому методи КРС і ІЧ спектроскопії можуть бути

доповнюючими при дослідженні молекулярної структури складних хімічних речовин.

Комбінаційне розсіяння світла дає можливість відшукувати власні частоти коливань складних багатоатомних молекул і, тим самим, робити висновки про склад і будову таких молекул. Спектри комбінаційного розсіяння дають можливість, наприклад, проводити кількісний спектральний аналіз складних органічних сумішей.

28.12. Спонтанне і вимушене випромінювання

Спонтанне випромінювання. Розглянемо два квантові стани атома з енергіями E_1 (основний стан) і E_2 (збуджений стан). Атом, знаходячись у збудженому стані E_2 , може спонтанно (без зовнішньої дії) перейти в основний стан, випромінюючи при цьому фотон з енергією $h\nu = E_2 - E_1$. Такий процес називається спонтанним випромінюванням. Чим більша ймовірність спонтанного переходу, тим меншим є середній час життя атома у збудженому стані. Оскільки спонтанні переходи різних атомів ніяк не пов'язані між собою, то спонтанне випромінювання є некогерентним.

Вимушене випромінювання. Для пояснення термодинамічної рівноваги між речовиною і випромінюванням Альберт Ейнштейн постулював, що крім поглинання і спонтанного випромінювання повинен існувати третій якісно відмінний тип взаємодії. Якщо на атом, що знаходиться у збудженому стані E_2 , діє зовнішнє випромінювання з частотою $\nu = (E_2 - E_1)/h$ то відбувається вимушений (індукований) перехід атома в основний стан E_1 з випромінюванням фотона тієї ж енергії $h\nu = E_2 - E_1$ додатково до того фотона, під дією якого відбувся перехід. Таким чином, в процесі вимушеного випромінювання задіяні два фотони: **первинний** фотон, що викликає **стимульоване випромінювання** атомом, що перебуває у збудженому стані, і **вторинний** фотон, випущений цим атомом.

Вторинні фотони є повністю тотожні до первинних: вони мають таку ж частоту, фазу, поляризацію і напрям розповсюдження. Отже, вимушене випромінювання є строго когерентним з первинним випромінюванням, що його стимулює (вимушує).

Випущені фотони, рухаючись в одному напрямі і зустрічаючи аналогічно збуджені атоми, стимулюють нові вимушені переходи: відбувається розмноження фотонів. Для того, щоб відбувалося підсилення випромінювання, необхідно, щоб інтенсивність вимушеного випромінювання перевищувала інтенсивність поглинання фотонів. А для цього необхідно, щоб заселення збудженого стану (число атомів у збудженому стані) було більшим, ніж заселення основного стану (число атомів в основному стані). Такий термодинамічно нерівноважний стан називається станом з **інверсною заселеністю**. Для створення інверсної заселеності в деякій ре-

човині, атоми цієї речовини повинні володіти збудженим **метастабільним** станом, час життя якого (перебування атома у такому стані) є значно більшим ніж середній час життя збуджених станів атомної системи $\sim 10^{-8}$ с.

Процес переходу системи в стан з інверсною заселеністю називається **накачуванням**. Процес накачування середовища може здійснюватись оптичним, електричним та іншими способами. Середовище з інверсною заселеністю атомів називається **активним**.

28.13. Лазери

Ефект підсилення випромінювання в активних середовищах використовується в оптичних квантових генераторах, або **лазерах** (LASER – Light Amplification of Stimulated Emission of Radiation).

Лазери підрозділяються:

- за типом активного середовища (твердотільні, газові, напівпровідникові і рідинні);
- за методами накачування (оптичні, теплові, хімічні, електроіонізаційні та ін.);
- за режимом генерації (безперервної або імпульсної дії).

Історично першим був створений твердотільний лазер – рубіновий (довжина хвилі випромінювання 0,6943 мкм). Активним середовищем цього лазера є кристал рубіну (Al_2O_3 з домішкою ($\sim 0,03$ %) Cr^{3+}). Атоми хрому мають збуджений метастабільний (з відносно великим часом життя) енергетичний рівень. Ця особливість дозволяє відносно легко збільшити концентрацію атомів хрому у цьому стані, тобто створити інверсну заселеність.

Для багатократного підсилення лазерної генерації використовується оптичний резонатор – в найпростішому випадку – пара звернених один до одного паралельних (або увігнутих) дзеркал на спільній оптичній осі, між якими поміщається активне середовище (кристал рубіну). Фотони, що рухаються під кутами до осі кристала або кювети, виходять з активного середовища через бічну поверхню. Фотони, що рухаються уздовж оптичної осі після багатократного відбивання від дзеркал і підсилення в активному середовищі виходять через напівпрозоре дзеркало, створюючи строго направлений світловий пучок когерентних фотонів.

Основні властивості лазерного випромінювання:

1. Часова і просторова когерентність. Час когерентності $\tau \approx 10^{-9}$ с, що відповідає довжині когерентності $l \approx 0,3$ м, що значно перевищує показники звичайних джерел світла.
2. Строга монохроматичність ($\Delta\lambda \leq 10^{-2}$ нм).
3. Велика густина потоку енергії (характерні величини $\sim 10^{10}$ Вт / м²).

4. Дуже мала кутова розбіжність пучка (в десятки тисяч разів менша, ніж у традиційних оптичних освітлювальних систем).

Розділ 29. Елементи ядерної фізики

29.1. Будова атомних ядер і їх властивості

Ядром називається центральна частина атома, в якій зосереджена практично вся маса атома і весь його позитивний електричний заряд.

В експериментах Резерфорда по проходженню α -частинок через металеву фольгу було встановлено, що атомні ядра мають розміри порядку $10^{-14} \div 10^{-15} \text{ м}$, тоді як лінійні розміри самих атомів приблизно 10^{-10} м .

Атомне ядро складається з елементарних частинок – **протонів** (p) і **нейтронів** (n), які вважаються двома зарядовими станами однієї частинки – **нуклона** (від лат. *nucleus* – ядро). Протон має позитивний електричний заряд, рівний за абсолютною величиною заряду електрона. Нейтрон не має електричного заряду. Маса нуклонів:

$$m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \approx 1836 \cdot m_e; \quad m_n = 1,6749 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \approx 1839 \cdot m_e.$$

де m_e – маса електрона.

Сумарний **заряд ядра** дорівнює добутку Ze , де e – заряд протона, який точно співпадає за величиною із зарядом електрона, Z – **зарядове число** ядра, що дорівнює числу протонів в ядрі. Це число співпадає з порядковим номером хімічного елемента в періодичній системі елементів – атомним номером і дорівнює числу електронів у атомі. Загальне число нуклонів (протонів і нейтронів) в атомному ядрі називається **масовим числом** A . Ядро хімічного елемента X з атомним номером Z і масовим числом A позначається ${}^A_Z X$. Оскільки атом нейтральний, то заряд ядра визначає число електронів в атомі і їх розподіл за енергетичними станами, а отже, і хімічні властивості атома.

Ядра з однаковим зарядовим числом Z але різними масовими числами A (тобто різним числом нейтронів $N = A - Z$) називаються **ізотопами**.

Ядра з однаковим масовим числом A , але різними зарядовими числами Z називаються **ізобарами**. І нарешті, ядра з однаковим числом нейтронів $N = A - Z$ називаються **ізотонами**.

Найважчим з існуючих у природі елементів є ізоотоп урану ${}^{238}_{92}U$. Елементи з атомними номерами вищими, ніж 92 називаються **трансурановими**. Всі вони були отримані штучно в результаті різних ядерних реакцій. Існує емпірична формула для визначення радіусу ядра

$$R = R_0 \sqrt[3]{A},$$

де $R_0 \approx 1,5 \cdot 10^{-15} \text{ м}$. Тобто, об'єм ядра пропорційний числу нуклонів у ньому. Отже, густина ядерної речовини приблизно однакова для всіх ядер ($\rho_{\text{я}} \approx 10^{17} \text{ кг} / \text{м}^3$).

29.2. Дефект маси і енергія зв'язку ядра

Оскільки більшість ядер природних речовин є стійкими, то це свідчить про існування особливої **ядерної** (сильної) **взаємодії** між нуклонами ядра. Ця взаємодія забезпечує стійкість ядер, не зважаючи на електростатичне відштовхування однойменно заряджених протонів, переважаючи його на порядки.

Енергією зв'язку ядра $E_{зв}$ називається фізична величина, чисельно рівна роботі, яку необхідно виконати, щоб розщепити ядро на складові частинки (нуклони), без надання їм кінетичної енергії. При утворенні ядра повинна виділятися деяка енергія. Із закону збереження енергії випливає, що за своєю величиною ця енергія має точно дорівнювати енергії, яку потрібно затратити при розщепленні цього ядра на окремі нуклони. Енергія зв'язку ядра є різницею між енергією всіх нуклонів, зв'язаних в ядрі, і їх енергією у вільному стані. Використовуючи відоме співвідношення між масою і енергією, для енергії зв'язку ядра можна записати:

$$E_{зв} = \left[(Zm_p + (A - Z)m_n) - \frac{A}{Z} M \right] \cdot c^2 = \Delta M c^2, \quad (29.1)$$

де m_p , m_n , – маси протона і нейтрона; $\frac{A}{Z} M$ – маса складного ядра. Маса ΔM , що відповідає енергії зв'язку і чисельно дорівнює різниці між сумою мас протонів і нейтронів, що входять до складу ядра, і масою самого ядра:

$$\Delta M = (Zm_p + (A - Z)m_n) - \frac{A}{Z} M,$$

називається його **дефектом маси**. Якщо дефект маси виразити через атомні одиниці маси ($1 \text{ а.о.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ – маса атома водню) то енергія зв'язку в мегаелектрон-вольтах визначатиметься співвідношенням:

$$E_{зв} = \Delta M \cdot 931 \text{ Мев},$$

де 931 Мев/а.о.м. – коефіцієнт пропорційності між масою і енергією. Енергія зв'язку, що припадає на один нуклон ядра, називається **питомою енергією зв'язку**: $\varepsilon = E_{зв} / A$.

Дана величина є характеристикою стійкості (міцності) атомних ядер. Найбільш стійкими є ядра середньої частини Періодичної таблиці ($28 < A < 138$). В цих ядрах питома енергія зв'язку складає приблизно $8,7 \text{ МеВ/нуклон}$. При переході до більш важких ядер питома енергія зв'язку зменшується, оскільки при збільшенні числа протонів в ядрі збільшується енергія їх кулонівського відштовхування. Тому зв'язок між нуклонами стає менш сильним, а самі ядра – менш міцними.

Мають місце два процеси, які супроводжуються виділенням енергії: 1) поділ важких ядер на більш легкі; 2) злиття окремих ядер легких елементів в одне більш важке.

Основні властивості ядерних сил. Ядерні сили є короткодійними – їх дія виявляється лише на відстанях порядку 10^{-15} м і швидко зменшують-

ся зі збільшенням відстані між нуклонами. Сили ядерного притягання між будь-якими двома нуклонами не залежать від їх зарядового стану (протонного або нейтронного); ядерні сили мають неелектричну природу.

Ядерним силам властиве насичення: кожен нуклон в ядрі взаємодіє лише з обмеженою кількістю найближчих до нього нуклонів.

Модель атомного ядра. На даний час в ядерних дослідженнях найбільш ефективною виявилась так звана *краплинна модель ядра*. Ця модель заснована на аналогії між поведінкою молекул у краплі рідини і нуклонів у ядрі. Короткодія ядерних сил, однакова густина ядерної речовини в різних ядрах (нестискуваність), властивість насичення ядерних сил – це властивості, які роблять ядерні сили спорідненими із силами поверхневого натягу. Краплинна модель трактує ядро як краплю електрично зарядженої нестискуваної рідини, що утримується силами поверхневого натягу і підкоряється законам квантової механіки. Вона пояснила механізми ядерних реакцій, особливо реакції поділу ядер, дозволила отримати напівемпіричну формулу для енергії зв'язку між нуклонами у ядрі.

29.3. Природна радіоактивність. Закон радіоактивного розпаду.

Явище радіоактивності було відкрите в 1896 р. французьким фізиком Анрі Беккерелем при вивченні люмінесценції солей урану. Виявилось, що уранові солі без зовнішньої дії (самочинно) випускають випромінювання невідомої природи, яке засвічує ізольовані від світла фотопластини, йонізує повітря, проникає крізь тонкі металеві пластинки, викликає люмінесценцію ряду речовин. Такою ж властивістю володіють і речовини, що містять полоній ${}_{84}^{210}\text{Po}$ і радій ${}_{88}^{226}\text{Ra}$.

Це випромінювання було названо **радіоактивним випромінюванням**, а саме явище випускання радіоактивного випромінювання – **радіоактивністю**. Розрізняють природну і штучну радіоактивності.

Природною радіоактивністю називається радіоактивність, що спостерігається у існуючих в природі нестійких ізотопів деяких елементів. **Штучною радіоактивністю** називається радіоактивність ізотопів, отриманих штучно в результаті ядерних реакцій.

Радіоактивне випромінювання буває трьох типів: α -, β - і γ -випромінювання. Склад α -, β - і γ -випромінювання був встановлений за їх відхиленням у магнітному полі.

α -випромінювання є потоком ядер гелію – заряд α -частинки становить $+2e$, а маса співпадає з масою ядра ізотопу гелію ${}^4_2\text{He}$.

β -випромінювання також відхиляється електричним і магнітним полями і воно є потоком швидких електронів ${}^0_{-1}e$ (β^- -розпад) або позитронів ${}^0_{+1}e$ (β^+ -розпад).

γ -випромінювання не відхиляється електричним і магнітним полями, і представляє собою короткохвильове електромагнітне випромінювання з надзвичайно малою довжиною хвилі $\lambda < 10^{-10}$ м і, внаслідок цього, яскраво вираженими корпускулярними властивостями. Тому його можна розглядати також як потік частинок – γ -квантів.

Радіоактивним розпадом називається природне радіоактивне перетворення ядер, що відбувається спонтанно (самочинно, незалежно від будь-яких зовнішніх факторів). Ядро, що зазнає радіоактивного розпаду, називається **материнським**; ядра, що виникають внаслідок радіоактивного розпаду, називаються **дочірніми**. Здебільшого ці ядра перебувають після розпаду у збудженому стані і їх перехід в основний стан супроводжується випромінюванням γ -кванта. Тобто за рахунок гамма-випромінювання відбувається зменшення енергії збуджених продуктів радіоактивних перетворень.

Спонтанний розпад атомних ядер підкоряється **закону радіоактивного розпаду**

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

де N – число ядер радіоактивної речовини в момент часу t , N_0 – число ядер радіоактивної речовини в тому ж об'ємі в початковий момент часу $t = 0$, λ – **стала розпаду**, яка не залежить від зовнішніх умов і є характеристикою радіоактивної речовини. Фізичним змістом сталої розпаду є ймовірність розпаду будь-якого окремого ядра радіоактивного препарату за 1 с. Її можна також визначити як відношення кількості ядер, що розпадаються в одиницю часу, до загальної кількості ядер препарату. Закон радіоактивного розпаду має імовірнісний характер і справджується лише для великого числа ядер.

Інтенсивність процесу радіоактивного розпаду характеризують **періодом напіврозпаду** ($T_{1/2}$) – часом, за який початкове число радіоактивних ядер у препараті зменшується вдвічі:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \text{ звідки слідує } T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}.$$

Очевидно, що число ядер, які розпадаються за проміжок часу dt , пропорційне до числа ядер у початковий момент часу. **Активністю** радіоактивного препарату називається число актів розпаду, що відбуваються з ядрами даного зразка за 1 секунду:

$$A = N_0 \lambda.$$

Одиниця активності – **беккерель** (Bk): Один беккерель – активність препарату, при якій за 1 с відбувається один акт розпаду. Позасистемна одиниця – **кюрі** (Ki): $1 Ki = 3,7 \cdot 10^{10} Bk$ – активність одного граму полонію ${}_{84}^{210}Po$. Активність будь-якого радіоактивного препарату завжди зменшу-

ється в часі внаслідок зменшення кількості ядер, які ще не пройшли через акт розпаду.

29.4. Дозиметричні величини і одиниці вимірювання

Дію іонізуючого випромінювання (α, β, γ -випромінювання а також інших видів) на речовину характеризує фізична величина – *доза іонізуючого випромінювання*. Розрізняють *поглинену, експозиційну та біологічну (еквівалентну)* дози іонізуючого випромінювання.

Поглинена доза випромінювання – фізична величина, чисельно рівна відношенню енергії іонізуючого випромінювання, що була поглинена речовиною, до маси опромінюваної речовини.

Одиниця поглиненої дози випромінювання у системі СІ – *грей (Гр)*. $1 \text{ Гр} = 1 \text{ Дж/кг}$ – доза випромінювання, при якій опроміненій речовині масою 1 кг передається енергія будь-якого іонізуючого випромінювання, рівна одному джоулю. Існує також позасистемна одиниця поглиненої дози *рад (radiation absorbed dose)*: $1 \text{ рад} = 0,01 \text{ Гр}$.

Експозиційна доза випромінювання – фізична величина, чисельно рівна сумарному електричному заряду всіх іонів одного знаку, утворених в одиниці маси сухого повітря внаслідок його опромінення.

Одиниця експозиційної дози випромінювання у системі СІ – *кулон на кілограм (Кл/кг)*. Позасистемною одиницею експозиційної дози є *рентген (Р)*: 1 рентген – доза, що утворює в 1 см^3 повітря при нормальному атмосферному тиску і температурі $0 \text{ }^\circ\text{C}$ йони, сумарний заряд яких рівний $q = 0,33 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$ (1 одиниця заряду у системі СГСЕ). Співвідношення між одиницями експозиційної дози: $1 \text{ Р} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/кг}$.

Біологічна (еквівалентна) доза – величина, що визначає дію іонізуючого випромінювання на живий організм.

Одиниця вимірювання біологічної еквівалентної дози у системі СІ – *зіверт (Зв)*. Один зіверт дорівнює еквівалентній дозі будь-якого виду випромінювання, поглиненої одним кілограмом біологічної тканини, що створює такий же біологічний ефект, як і поглинена доза в один грей рентгенівського або γ -випромінювань. $\text{Зв} = \text{Дж/кг}$. Одиниця названа на честь шведського медичного фізика Рольфа Зіверта за його дослідження біологічної дії радіації на живі істоти.

Позасистемною одиницею вимірювання еквівалентної дози **біологічний еквівалент рентгена (бер)**: 1 бер – доза будь-якого виду іонізуючого випромінювання, що має таку ж біологічну дію, як і доза рентгенівського або γ -випромінювання в 1 Р . Для випромінювань з **коефіцієнтом якості**, рівним одиниці, *бер* має таку ж розмірність і значення, як і *рад* ($1 \text{ бер} = 1 \text{ рад} = 0,01 \text{ Гр}$). Коефіцієнт, що показує, у скільки разів радіаційна небезпека у випадку хронічного опромінювання людини (у порівняно малих до-

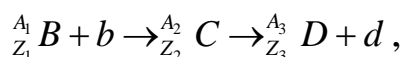
зах) для даного виду випромінювання вища, ніж у випадку рентгенівського випромінювання при однаковій поглиненій дозі, називається коефіцієнтом якості випромінювання K . Для рентгенівського і γ -випромінювань коефіцієнт якості $K = 1$, для теплових нейтронів $K = 3-5$, для швидких нейтронів ($E=500 \text{ кеВ}$) $K = 10$, для протонів і α -частинок ($E=10 \text{ МеВ}$) $K = 10$.

Потужність дози випромінювання (рівень радіації) – величина, рівна відношенню дози випромінювання до часу опромінювання.

29.5. Ядерні реакції і їх основні типи

Ядерною реакцією називається перетворення атомних ядер внаслідок їх взаємодії між собою (зіткнення) або з елементарними частинками (у тому числі і з γ -квантами).

Згідно з теорією Бора, ядерні реакції протікають у два етапи. На першому етапі частинка, що бомбардує мішень, зливається з ядромішенню, утворюючи **складене ядро** або **компаунд-ядро** у збудженому стані. На другому етапі – збуджене ядро розпадається з утворенням продуктів ядерної реакції:



де B , C і D – ядро-мішень, компаунд-ядро і кінцеве ядро-продукт ядерної реакції відповідно, b – частинка, що бомбардує мішень і d – частинка, що випромінюється в результаті ядерної реакції.

В будь-якій ядерній реакції виконуються **закони збереження електричних зарядів і масових чисел**:

- **алгебраїчна сума зарядів ядер і частинок, що вступають в ядерну реакцію, рівна сумі зарядів кінцевих продуктів (ядер і частинок) реакції;**
- **сума масових чисел вихідних продуктів ядерної реакції дорівнює сумі масових чисел кінцевих продуктів.**

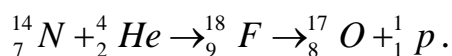
Виконуються також **закони збереження енергії, імпульсу і моменту імпульсу**.

Ядерні реакції можуть бути як **екзотермічними** (з виділенням енергії) так і **ендотермічними** (з поглинанням енергії). Маса вихідних $M_{\text{вих}}$ і кінцевих продуктів ядерної реакції $M_{\text{кінц}}$ зазвичай нерівні між собою. Різниця цих мас $M_{\text{вих}} - M_{\text{кінц}} = \Delta M$ називається дефектом маси ядерної реакції. Якщо $\Delta M < 0$, то реакція ендотермічна – для здійснення реакції треба затратити додаткову енергію. Якщо $\Delta M > 0$, то реакція екзотермічна – в результаті ядерної реакції виділяється енергія. Кількість цієї енергії визначається аналогічно до енергії зв'язку ядер (31.1): $\Delta E = \Delta M \cdot c^2 \text{ Дж}$, або $\Delta E = \Delta M \cdot 931 \text{ Мев}$, якщо ΔM виражена в атомних одиницях маси.

Ядерні реакції класифікуються:

- *за типом частинок що беруть участь в них* – реакції під дією нейтронів; заряджених частинок; γ -квантів;
- *за енергією частинок що викликають їх* – реакції при малих, середніх і високих енергіях;
- *за типом ядер, що беруть участь в них* – реакції на легких ($A < 50$), середніх ($50 < A < 100$) і важких ($A > 100$) ядрах;
- *за характером ядерних перетворень, що відбуваються* – реакції з випусканням нейтронів, заряджених частинок; реакції захоплення (у цьому випадку ядро переходить в основний стан, випромінюючи один або декілька γ -квантів).

Перша в історії ядерна реакція була здійснена Резерфордом при бомбардуванні ядра азоту α -частинками:

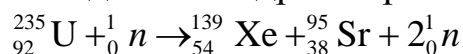


Ядерні реакції під дією нейтронів.

Залежно від швидкості (кінетичної енергії) нейтрони поділяють на **повільні** ($E < 10^4 \text{ eV}$) і **швидкі** ($E > 10^4 \text{ eV}$). Повільні нейтрони ефективні для збудження ядерних реакцій, оскільки вони відносно довго можуть знаходитися поблизу атомного ядра, а тому вірогідність захоплення нейтрона ядром дуже велика.

Реакції поділу ядер.

Важке компаунд-ядро, збуджене при резонансному захопленні нейтрона, може розділитися на дві приблизно рівні частини (**реакція поділу важких ядер**). Частини, що утворюються, називаються **уламками поділу**. Нестійкість важких ядер обумовлена *взаємним відштовхуванням* великого числа протонів, що знаходяться в ядрах. Приклад реакції поділу:



Кожен з нейтронів, що виникли в реакції поділу, взаємодіючи з сусідніми ядрами речовини, що ділиться, викликає в них також реакцію поділу. При цьому відбувається **лавиноподібне** наростання числа актів поділу – починається **ланцюгова реакція поділу**. Умовою виникнення ланцюгової реакції є наявність нейтронів, що розмножуються.

Ядерним реактором називається пристрій, в якому здійснюється і підтримується керована ланцюгова реакція поділу. В активній зоні реактора розташовані твели (тепловиділяючі елементи) і сповільнювач, в якому нейтрони сповільнюються до теплових швидкостей. Твели є блоками з матеріалу, що ділиться. Вони розігріваються, а тому для охолодження поміщаються в потік теплоносія. Підтримка стаціонарного режиму реактора проводиться за допомогою управляючих стрижнів з матеріалів, що сильно поглинають нейтрони, наприклад з бору або кадмію. Теплоносієм в реакторі служить вода, рідкий натрій і ін. Теплоносій в парогенераторі віддає

своє тепло парі, яка поступає в парову турбіну. Турбіна обертає електричний генератор, струм від якого поступає в електричну мережу.

Запитання для самопідготовки до розділів 28 – 29

1. В чому полягає відмінність між моделями атома Томсона і Резерфорда?
2. Назвіть основні недоліки класичної планетарної моделі атома.
3. Сформулюйте постулати Бора.
4. Що визначає головне квантове число атома?
5. Як визначається енергія випроміненого атомом фотона?
6. Як визначити довжину хвилі де Бройля для частинки з певним імпульсом?
7. Поясніть суть гіпотези де Бройля.
8. В чому полягає суть співвідношення невизначеності Гейзенберга?
9. Яка фізична величина визначається орбітальним квантовим числом?
10. Що визначається магнітним квантовим числом?
11. В чому полягає суть ефекту Штарка?
12. Сформулюйте правила відбору для переходів електронів у атомі з одного стану в інший.
13. Що називається спіном електрона?
14. Які і скільки значень може приймати спінове квантове число електрона?
15. Сформулюйте принцип Паулі для квантово-механічних систем.
16. Як розподіляються електрони в атомі за енергетичними станами?
17. В чому полягає основна відмінність між гальмівним і характеристичним рентгенівським випромінюванням?
18. Назвіть основні типи зв'язків між атомами в структурі молекули.
19. В чому полягає суть ефекту Рамана?
20. Поясніть механізм виникнення стимульованого випромінювання.
21. Назвіть основні властивості лазерного випромінювання.
22. Поясніть механізм виникнення енергетичних зон в металах, діелектриках і напівпровідниках.
23. В чому полягає відмінність між металами, діелектриками і напівпровідниками з точки зору зонної теорії?
24. Поясніть механізм виникнення домішкової провідності *n*- і *p*-типу в напівпровідниках.
25. Поясніть механізм дії напівпровідникових діода і транзистора.
26. З яких елементарних частинок складається ядро атома?
27. Як визначаються зарядове і масове числа ядер атомів?
28. Які ядра називаються ізотопами, ізотонами, ізобарами?
29. Дайте визначення понять: дефект маси, енергія зв'язку ядра.
30. Запишіть зв'язок між енергією зв'язку і дефектом маси ядра.
31. Що називається питомою енергією зв'язку ядра?
32. Перерахуйте основні властивості ядерних сил.

33. В чому полягає відмінність між природною і штучною радіоактивністю?
34. Запишіть рівність, що виражає основний закон радіоактивного розпаду.
35. Дайте визначення поняття період напіврозпаду радіоактивної речовини.
36. Як зв'язані між собою стала розпаду і період напіврозпаду радіоактивної речовини?
37. Що називається активністю радіоактивного препарату і в яких одиницях вона вимірюється?
38. Назвіть основні дозиметричні величини і одиниці їх вимірювання.
39. Що називається ядерною реакцією? Назвіть її основні етапи.
40. Назвіть параметри, за яким класифікуються ядерні реакції.
41. Сформулюйте закони збереження електричних зарядів і масових чисел при ядерних реакціях.
42. За яких умов ядерна реакція є екзотермічною, ендотермічною?

Приклади розв'язування типових задач до розділів 28 – 29

Задача 1. При одному з переходів електрона в атомі водню з одного стаціонарного рівня на інший відбулося випромінювання кванта світла з частотою $\nu = 4,57 \cdot 10^{14} \text{ н}^{-1}$. Визначити, на яку величину змінилася енергія електрона в атомі за рахунок цього випромінювання.

Розв'язання. Зміну енергії обчислюємо за формулою

$$E_2 - E_1 = h\nu.$$

Підставивши числові значення, одержимо:

$$E_2 - E_1 = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 4,57 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1} \approx 3,0 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Задача 2. Згідно з теорією Бора, радіус першої орбіталі електрона в атомі водню дорівнює $R = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ м}$. Визначити лінійну і кутову швидкість руху електрона по орбіталі.

Розв'язання. Сила взаємодії електрона з ядром: $F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^2}$.

Щоб радіус орбіти не змінювався, ця сила повинна дорівнювати доцентровій силі: $F_{\text{доц}} = \frac{mv^2}{R}$, тобто $\frac{mv^2}{R} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^2}$,

звідки лінійна швидкість електрона

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 mR}} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{\sqrt{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 0,53 \cdot 10^{-10}}} \approx 2,2 \cdot 10^6 \text{ м/с},$$

кутова швидкість: $\omega = \frac{v}{R} = \frac{2,2 \cdot 10^6}{0,53 \cdot 10^{-10}} \approx 4,1 \cdot 10^{16} \text{ рад/с}.$

Задача 3. Ядро берилію ${}_4\text{Be}^9$, захопивши дейтрон ${}_1\text{H}^2$, перетворюється в ядро атома бора ${}_5\text{B}^{10}$. Написати рівняння реакції і визначити, яка частинка при цьому викидається.

Розв'язання. В рівнянні ядерної реакції повинна зберігатися рівність суми зарядових чисел в лівій частині рівності сумі зарядових чисел в правій частині і суми масових чисел в лівій частині сумі масових чисел в правій частині. Тому записуємо: ${}_4\text{Be}^9 + {}_1\text{H}^2 \rightarrow {}_5\text{B}^{10} + {}_0\text{n}^1$, тобто при цій реакції викидається нейтрон.

Задача 4. При бомбардуванні ядер азоту ${}_7\text{N}^{14}$ нейтронами з утвореного ядра викидається протон. Написати рівняння реакції. Одержане ядро вуглецю виявляється β -радіоактивним. Написати рівняння реакції, що відбувається при розпаді ядра вуглецю.

Розв'язання. ${}_7\text{N}^{14} + {}_0\text{n}^1 \rightarrow {}_6\text{C}^{14} + {}_1\text{H}^1$.

Реакція β -розпаду: ${}_6\text{C}^{14} \rightarrow {}_7\text{N}^{14} + {}_{-1}\text{e}^0$.

Розділ 30. Фізичні методи і апаратура в біології, медицині та харчових технологіях

30.1. Електрокардіографія, електроенцефалографія та електроміографія

В електрокардіографії реєструють так звані потенціали дії серцевого м'яза. Серце загалом є єдиним м'язовим волокном і його можна розглядати як електричний диполь. В окремих ділянках серця збудження відбуваються у різний час. Утворюється силове електричне поле і дипольний момент серця в процесі серцевої діяльності змінюється. Диполь утворює електричне поле в усьому організмі та на його поверхні. Це дає змогу реєструвати потенціали серця і на поверхні тіла.

Серце являє собою поперечно-смугасту м'язову тканину, стінки окремих порожнин якої скорочуються через певні інтервали часу в певній послідовності. Подразнення, що викликає скорочення серцевого м'яза, виникає в синусовому вузлі, що межує з венами правого передсердя. Звідси подразнення, що супроводжується потенціалом дії серця, поширюється через передсердя до шлуночків. Крива, яка зображає зміну напруг, що знімають електродами з певних точок тіла і реєструють електрокардіографом, називається електрокардіограмою. На рис. 30.1 схематично зображена типова електрокардіограма.

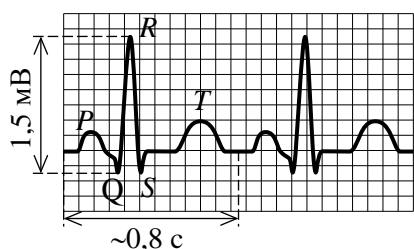


Рис. 30.1

Спочатку відбувається скорочення передсердь, якому відповідає зубець P (у медичній практиці максимуми й мінімуми електрокардіограми називають зубцями і позначають літерами

P, Q, R, S, T). Після цього скорочуються шлуночки (нагромаджена в них кров прошовхується в артерії) і цьому процесові відповідає зубець *R*. Зрозуміло, що напруги, які вимірюються на поверхні тіла, завжди менші від напруг на поверхні серця і це залежить від відстані до точок прикладання електродів. Наприклад, на кінцівках вони в 10 - 15 разів менші, ніж на поверхні серця. За таких обставин найбільший зубець *R* має амплітуду в межах мілівольтів. Упродовж одного серцевого циклу (~ 0,8 с) з'являються всі зубці *P, Q, R, S, T*. Порівняння електрокардіограм людей здорових і з патологіями дає змогу діагностувати багато захворювань.

Для діагностики захворювань головного мозку застосовують енцефалографію. Для одержання енцефалограм електроди накладають на поверхню черепа. Напруги, які при цьому вимірюються, на два-три порядки менші, ніж при електрокардіографії (~ 10 - 100 мкВ), а тому для їх реєстрації необхідна досконаліша і точніша апаратура.

Сучасні багатоканальні прилади дозволяють одночасно реєструвати енцефалограми від різних точок. Апаратура для електрокардіографії та енцефалографії оснащена ЕОМ, які з високою точністю розшифровують відповідні фізіологічні криві, зберігають у пам'яті та документують результати досліджень. Важливе значення у медицині мають дослідження електричної активності м'язів (електроміографія), вивчення електричних явищ, які супроводжують роботу шлунка (електрогастрографія), дослідження електричних процесів, пов'язаних з функціонуванням ока (електроретинографія) тощо.

Часто необхідно виконати перелічені вище дослідження в процесі руху людини або при виконанні нею фізичних навантажень. З цією метою застосовують телеметрію або біотелеметрію (вимірювання на відстані без проводів). Наприклад, сигнали про роботу серця за допомогою мініатюрного радіопередавача з антеною, закріпленого на людині, передаються на електрокардіограф, де отримується електрокардіограма. Таким чином, біотелеметрія дає змогу на відстані спостерігати за станом людини в процесі її руху чи виконання нею роботи.

30.2. Застосування магнітних полів у технологічних процесах

Магнітні установки використовують в харчовій промисловості для очистки сировини і продуктів від феромагнітних домішок.

Для зменшення кількості накипів на стінках труб, котлів і водяних теплообмінних апаратів на молочних, м'ясних та інших підприємствах використовують спеціальні магнітні апарати. Магнітне поле діючи на осадки змінює їх кристалічну структуру, знижуючи їх міцність, і вони легко відділяються від стінок труб котлів і теплообмінників. Водночас магнітне поле діючи на солі, що знаходяться у воді, протидіє осіданню їх на дно і стінки, переводить їх у завислі частинки, які виводяться разом з водою.

В харчовій промисловості магнітні поля використовують, наприклад, для закупорки скляних пляшок металічними ковпачками. Магнітні імпульсні установки для закупорки скляних пляшок мають низку переваг. Зусилля обтискання при даному способі закупорки визначається взаємодією магнітного поля індуктора і струмів, що наводяться в металічному ковпачку. Вихрові струми наводяться рівномірно по поверхні ковпачка і забезпечують однаковий розподіл навантажень при закупорці.

30.3. Магнітні газоаналізатори

На явищі парамагнетизму ґрунтується принцип дії магнітного газоаналізатора. На рис. 30.2 подано схему термомагнітного газоаналізатора для визначення концентрації кисню в газовій суміші. Оскільки безпосереднє вимірювання об'ємної магнітної сприйнятливості досить складне, то використовують непрямий метод в основі якого є явище магнітотермічної конвекції: кисень, потрапляючи у магнітне поле втягується ним і підсилює його. Але з підвищенням температури парамагнітні властивості кисню зменшуються. Тому менш нагрітий кисень витісняє більш нагрітий в зону з меншою магнітною напруженістю. Контрольована суміш проходить кільцеподібною камерою з горизонтальною тонкою перемичкою, в якій розміщені два платинові резистори R_1 , R_2 , що нагріваються електричним струмом до температури 100-150°C. Резистор R_1 знаходиться у магнітному полі (N-S). Платинові резистори ввімкнені у мостову схему до складу якої входять також два манганінові резистори R_3 і R_4 . При відсутності кисню опір резисторів R_1 і R_2 однаковий і у вимірювальній діагоналі ab струм відсутній. При появі кисню в конвективному потоці резистор R_1 охолоджується і опір його зменшується. Нагрітий потік кисню передає тепло резистору R_2 і його опір зростає – у вимірювальній діагоналі ab пройде струм, пропорційний вмісту кисню в контрольованій суміші.

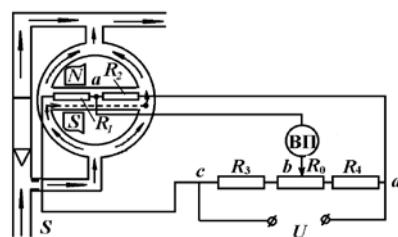


Рисунок 30.2

30.4. Магнітне поле і його вплив на живі організми

Електромагнітні поля існують навколо нас і весь матеріальний світ перебуває під їх неперервною дією.

Земна куля є велетенським магнітом, північний полюс якого розташований поблизу південного географічного полюса. За найпоширенішою теорією, магнітне поле Землі зумовлене вихровим рухом носіїв заряду у її розплавленому металевому ядрі.

Магнітне поле Землі невелике (сягає на полюсах 20 - 40 мТл) і нестійке. З віддаленням від Землі величина магнітного поля зменшується.

У просторі навколо Землі є магнітосфера, розміри і фізичні властивості якої визначаються магнітним полем Землі та його взаємодією з потоками заряджених частинок від Сонця (сонячним вітром). Різке зростання густини потоку частинок в сонячному вітрі призводить до магнітних бур – викривлення магнітного поля Землі. Наслідком цього є, наприклад, підсилення полярного саява.

Магнітні бурі можуть мати як періодичний, так і спорадичний характер, і це пов'язано з сонячною активністю. Під час магнітних бур, які можуть тривати від хвилин до діб, магнітне поле Землі зростає в тисячі й навіть у десятки тисяч разів. У періоди магнітних бур збільшується кількість серцево-судинних захворювань, погіршується стан хворих і навіть здорових людей. Зрозуміло, все це стосується і тварин. Механізми такого впливу ще недостатньо вивчені, оскільки магнітні поля в живому організмі дуже малі. Тканини живого організму, як і всі органічні речовини, є діамагнітними або парамагнітними. При дії магнітного поля виникає механічний момент, який орієнтує органічні молекулу в певному напрямі. Орієнтація таких біологічно активних молекул впливає на кінетику біохімічних реакцій, на проникність мембран тощо. Однак кількісна оцінка цих механізмів дії магнітного поля (біомагнетизму) показує, що вони дуже малі.

У магнітобіології, яка вивчає вплив магнітних полів на біологічні об'єкти, є різні гіпотези про механізми впливу магнітного поля на молекули й макромолекули тканин, білкові комплекси з залізом, рідкокристалічні субстрати та воду, в якій розчинені різні речовини. Проте механізм цих дій у багатьох аспектах ще не вивчений.

Точні вимірювання із застосуванням протонних магнітометрів та іншої прецизійної апаратури дали змогу констатувати наявність біомагнетизму таких важливих органів, як серце і мозок, і створити магнітокардіографи та магнітоенцефалографи. За допомогою магнітокардіографа можна виявляти початок серцевих захворювань значно раніше, ніж за допомогою звичайного електрокардіографа. Магнітоенцефалографи доповнюють інформацію про стан мозку та інших органів. За магнітоенцефалографіями можна вимірювати магнітні поля мозку, діагностувати його патологічні стани, знаходити аномалії магнітних властивостей плазми крові тощо.

30.5. Мас-спектроскопія – метод аналізу речовини

Мас-спектроскопія – метод дослідження речовини шляхом визначення мас іонів цієї речовини (частіше відношення мас іонів до їхніх зарядів) і їхніх кількостей. Сукупність значень мас іонів та їхніх відносних вмістів (концентрацій) називається *мас-спектром*.

Мас-спектрометрія є одним з найбільш ефективних експресних методів аналізу будови як синтетичних органічних сполук, так і природних сполук та їх сумішей. Завдяки своїй винятково високій чутливості цей ме-

тод широко застосовується в аналітичній та нафтохімії, у фармакології, токсикології, у контролі хімічного виробництва, в геології, у ядерній фізиці тощо. Одним зі способів встановлення будови досліджуваної сполуки цим методом є автоматичне порівняння зареєстрованого спектра з банком спектрів, уведених до пам'яті ЕОМ. Однак це можна здійснити тільки в тому випадку, якщо в даному банку є спектр саме цієї речовини. Успішне застосування мас-спектрометрії для встановлення будови органічних сполук засновано на використанні емпіричних правил і закономірностей, отриманих при дослідженні великої кількості сполук, що відносяться до різних груп речовин.

У мас-спектроскопії використовується метод просторового розподілу у вакуумі іонів різних мас під впливом електричних і магнітних полів. Тому досліджувана речовина насамперед піддається процесу іонізації. Процес іонізації не потрібен при вивченні іонної структури вже іонізованих газів, наприклад в електричному розряді або в іоносферах планет. У випадку рідких і твердих речовин їх або попередньо випаровують, а потім іонізують, або ж застосовують поверхневу іонізацію. Частіше досліджуються позитивні іони, тому що існуючі методи іонізації дозволяють одержувати їх більш простим методом й у більших кількостях, ніж негативні. Однак у ряді випадків досліджують також негативні іони.

Спочатку мас-спектроскопію застосовували переважно для визначення ізотопного складу елементів і точного вимірювання їх атомних мас.

У мас-спектрометрії визначають питомі заряди іонів. Питомим зарядом називають відношення заряду частинки до її маси: q/m . Для вимірювання питомого заряду використовують відхилення заряджених частинок у магнітному та електричному полях. Радіус траєкторії частинки визначають за допомогою формули: $r = (mv)/(qB)$. Для детектування іонів використовують фотопластинки та детектори іонів. Теорія структурного мас-спектрального аналізу заснована на уявленні про утворення внаслідок іонізації молекули збудженого молекулярного іона, що розпадається потім з розривом більш слабких зв'язків у молекулі. Стан теорії не дає поки можливості кількісно передбачати мас-спектр молекули й необхідні для кількісного аналізу коефіцієнти чутливості приладу для різних речовин. Тому при молекулярному мас-спектральному аналізі, коли це тільки можливо, завжди проводять градування приладу за відомими речовинами або сумішами відомої сполуки.

Апаратура для проведення мас-спектроскопії

Мас-спектрометр звичайно містить *пристрій для підготовки досліджуваної речовини; іонне джерело*, де ця речовина частково іонізується й відбувається формування іонного пучка; *мас-аналізатор*, у якому відбувається поділ іонів за масами, точніше, за величиною відношення маси m

іона до його заряду e ; *приймач іонів*, де іонний струм перетвориться в електричний сигнал, що потім підсилюється і реєструється. У пристрій, що реєструє, крім інформації про кількість іонів (іонний струм), з аналізатора надходить також інформація про масу іонів. Мас-спектрометр містить також системи електричного живлення й пристрій відкачки, що створюють і підтримують високий вакуум в джерелі й аналізаторі. Іноді мас-спектрометр з'єднують із ЕОМ для прискорення обчислень.

Відношення маси іона до ширини іонного піка (в одиницях маси): $R = m/\delta m$ називається роздільною силою або роздільною здатністю мас-спектрометра.

В основі класифікації мас-спектрометрів лежать принципи побудови та функціонування мас-аналізатора. Розрізняють *статичні* й *динамічні* мас-аналізатори.

У статичних мас-аналізаторах для поділу іонів використовуються електричні й магнітні поля, постійні або практично незмінні за час прольоту іона через прилад. Поділ іонів в цьому випадку є просторовим: іони з різними значеннями m/q рухаються в аналізаторі по різних траєкторіях. У мас-спектрографах пучки іонів з різними величинами m/q фокусуються в різних місцях фотопластинки, утворюючи після проявлення сліди у вигляді смужок. У динамічних мас-аналізаторах пучок іонів із заданим m/q фокусується на щілину приймача іонів S_2 (рисунок 30.1). Мас-спектр утворюється (розгортається) при зміні напруженості магнітного H або електричного E поля, у результаті чого в прийомну щілину послідовно попадають пучки іонів з різними величинами m/q . При безперервному записі іонного струму одержують графік з іонними піками.

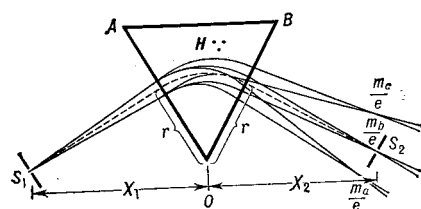


Рисунок 30.3

Мас-спектрометри класифікуються також за способами іонізації: іонізація електронним ударом; фотоіонізація; іонізація в сильному електричному полі (польова іонна емісія); іонізація іонним ударом (іонно-іонна емісія); поверхнева іонізація, електрична іскра у вакуумі (вакуумна іскра); іонізація під дією лазерного променя.

Широке використання мас-спектроскопічних методів аналізу обумовлене необхідністю проводити точні хімічні дослідження. У фармацевтичному аналізі потрібно точно та швидко визначати вміст лікувальної речовини у препараті. Однак дана речовина може і не мати певної характерної хімічної реакції. Тому визначення її звичайними хімічними методами утруднене. Хроматографічний метод вимагає підбору певних розчинників для речовини, тому цей метод не ефективний для експресного аналізу. Лише мас-спектрометричний аналіз дозволяє швидко визначати вміст органічних речовин у препаратах. Це завдання вирішує ізотопна мас-

спектрометрія, яка вивчає природні та техногенні варіації ізотопного складу хімічних елементів. Вона дозволяє виявити всі елементи періодичної системи із чутливістю до 10^{-12} г.

Широкий розвиток комп'ютерної техніки дозволив багато рутинної роботи, яку раніше виконували дослідники, перекласти на ЕОМ, що підвищило швидкість проведення досліджень та їх точність, дозволило розробити цілком автоматизовані станції для мас-спектрометричного аналізу.

30.6. Індукційні витратоміри в харчовому виробництві

На явищі електромагнітної індукції ґрунтується принцип дії індукційних витратомірів, у яких електрорушійна сила індукується у потоці електропровідної рідини (електропровідність повинна бути не менше 10^{-6} См/см) під дією зовнішнього магнітного поля. На рис. 30.4 подана схема індукційного витратоміра. Рідина, що протікає в трубі 1, яка виготовлена з немагнітного матеріалу, перетинає силові лінії магнітного поля, яке створюється електромагнітом 2.

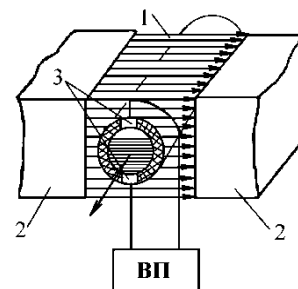


Рисунок 30.4

Під дією магнітного поля в рідині індукується ЕРС, пропорційна швидкості протікання рідини. Електрорушійна сила визначається за допомогою електродів 3, встановлених у стінках труби в перерізі, перпендикулярному до напрямку магнітного потоку. Сигнал від електродів 3 подається на вимірювальний прилад ВП.

Індукційні витратоміри мають низку переваг: відсутній безпосередній контакт електродів з середовищем, тому воно не піддається їх хімічному впливу; прилади практично безінерційні, що є важливим для використання їх в автоматичних системах регулювання; покази приладів не залежать від характеру потоку (ламінальний чи турбулентний), в'язкості, густини вимірюваної рідини.

Індукційні витратоміри використовують для вимірювання витрат таких харчових продуктів як молоко, цукровий сироп, патока, виноградний і яблучний сік, пиво тощо.

30.7. Біологічна дія ультрафіолетового випромінювання

Розглянемо біологічну дію і джерела ультрафіолетового випромінювання. Міжнародна комісія з освітлення прийняла детальну класифікацію оптичного спектра (див. таблицю), де встановлені межі короткохвильового (А), середньохвильового (В) і довгохвильового (С) випромінювань.

Кванти енергії УФ-випромінювання мають значну енергію порівняно з квантами ІЧ- і видимого випромінювання. Вони здатні викликати, окрім фотоелектричного, вторинного фотолюмінісцентного і фотохімічного ефектів, збудження атомів і молекул.

Ділянка спектра	Інфрачервоні (ІЧ)	Видимі (Вид)	Ультрафіолетові (УФ)
Довжина хвиль, нм			
А	780 - 1400	400 - 520	100 - 200
В	1400 - 3000	520 - 620	280 - 315
С	3000 - 1000000	620 - 780	315 - 400

Біологічна дія УФ-випромінювання залежить від його діапазону. На рис. 30.5 показаний спектральний розподіл деяких важливих біологічних ефектів ультрафіолетового випромінювання: 1 – антирахітична дія, 2 – еритема, 3 – утворення пігменту, 4 – бактерицидний ефект, 5 – дія, яка зумовлює кон'юнктивіт, 6 – канцерогенна дія. Серед цих ефектів найціннішим є антирахітичний (1), оскільки за його допомогою можна лікувати рахіт, який викликається нестачею вітаміну D в організмі. Бактерицидний ефект (4) теж дуже важливий, бо його дія використовується з метою запобігти хворобам і епідеміям.

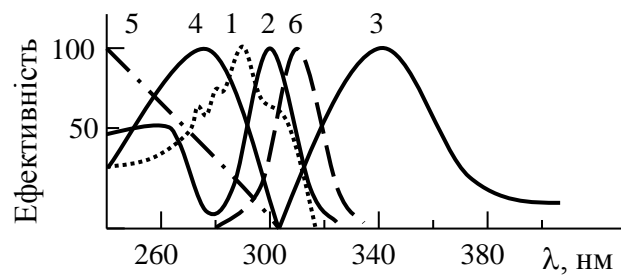


Рис. 30.5

Довгохвильове ультрафіолетове випромінювання (УФ-А) має слабо виражену біологічну дію; середньохвильове (УФ-В) має десенсибілізуючу, протизапальну та болетамувальну дію; короткохвильове (УФ-С) – бактерицидну. УФ-випромінювання з довжинами хвиль коротшими, ніж 200 нм, майже повністю поглинається повітрям.

УФ-промені проникають в організм на глибину 0,1 - 1 мм, при цьому, довгохвильові глибше, ніж короткохвильові. В організмі УФ опромінення приводить до активізації біохімічних процесів, зміни іонної кон'юнктури, електричних властивостей колоїдів клітин та їх дисперсності, і це все відбивається на життєдіяльності клітин. Дія УФ випромінювання на організм залежить від дози і довжини хвилі.

Бактерицидна дія (УФ-С)-випромінювання (250 - 280 нм) зумовлена впливом на субстанцію клітини: спочатку відбувається подразнення бактерій (активізація їх життєдіяльності), потім пригнічення, втрата їх здатності до багаторазового відтворення і, нарешті, коагуляція білків – бактерії гинуть. Під впливом цих променів зменшується бактеріальна забрудненість повітря, поліпшується мікроклімат у приміщеннях, утворюється озон, який спричиняє небажану дію на харчові продукти. Джерела УФ-випромінювання поділяються на селективні (випромінюють переважно

одну область УФ-спектра) і інтегральні (випромінюють усі три області УФ-спектра).

Селективні еритемні лампи, які застосовують в практиці: ЛЭ-15, ЛЭ-30 (номінальною потужністю 15 Вт і 30 Вт відповідно) – газорозрядні лампи низького тиску, виготовлені з увіолевого скла і всередині покриті люмінофором. Вони випромінюють хвилі довжиною 285 - 380 нм і призначені для лікування і профілактики еритеми. Бактерицидні лампи ($\lambda = 253,4$ нм): ДБ-15, ДБ-30, ДБ-60, ДБ-80 (номінальна потужність їх 15 Вт, 30 Вт, 60 Вт і 80 Вт відповідно), та ін.

Джерелами інтегрального УФ-випромінювання є люмінесцентні лампи високого тиску типу ДРТ, які виготовляються з кварцу. Це циліндричної форми трубка, через запаяні кінці якої виведені електроди. Замість повітря в трубці міститься іонізований газ аргон і невелика кількість ртуті, яка при нагріванні перетворюється на пару. Для підсилення іонізації аргону і полегшення запалювання лампи до поверхні трубки прикріплена металева смужка. При проходженні електричного струму через трубку ртутні пари світяться, випромінюючи велику кількість ультрафіолетового, видимого і мало інфрачервоного випромінювання. Ці лампи мають різні потужності: 220 Вт (ДРТ-220), 375 Вт (ДРТ-375), 1000 Вт (ДРТ-1000). Їх встановлюють на різних пристроях разом із електроживленням, залежно від призначення.

Зовнішній вигляд портативного опромінювача з лампою ДРТ-220, яка встановлена у рефлектор з алюмінію, показаний на рис. 30.6.

Відомі й інші селективні еритемні, інтегральні і довгохвильові лампи і опромінювачі та спеціальні приставки до них, що дають змогу здійснювати УФ-опромінювання в заданому імпульсному режимі.

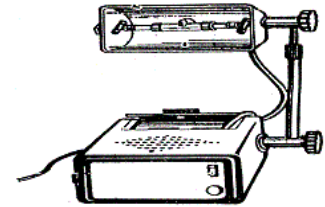


Рис. 30.6.

Обробка харчових продуктів ультрафіолетовим випромінюванням

Інтенсивність опромінювання залежить від тривалості сеансу, напруги і сили струму випромінювача, його відстані від об'єкта опромінювання.

Для кожного виду мікроорганізмів найбільш небезпечною є певна довжина хвилі в УФ діапазоні. Необхідна також різна доза променевої енергії для знешкодження того чи іншого виду мікроорганізмів. Вразливість мікроорганізмів до дії ультрафіолетового випромінювання зменшується зі збільшенням розмірів їх клітин.

Якщо на бактерії або спори діяти імпульсним ультрафіолетовим випромінюванням, то для їх знешкодження потрібно значно більше енергії, ніж під час безперервного опромінювання тією ж довжиною хвилі. Однак, оскільки хімічні зміни продукту під впливом УФ випромінювання менші за частого і нетривалого опромінювання, на практиці віддають перевагу саме такій обробці.

Під дією ультрафіолетового випромінювання відбувається не лише денатурація білків, але й руйнування дво- і тримірних білкових структур аж до рівня окремих поліпептидних кілець. Тривале опромінення також дезактивує ферменти. Такі зміни відбуваються і у харчових продуктах на глибині проникнення ультрафіолетового випромінювання (до 0,1 мм). Особливо сильно воно діє на жири стимулюючи їх окислення.

Ультрафіолетове випромінювання застосовують також для стерилізації повітря, води у тонких шарах. Довжини хвиль, що знаходяться в інтервалі 280-320 нм характеризуються здатністю перетворювати провітаміни D на активно діючий вітамін D_3 . Застосування комбінації ультрафіолетової обробки і традиційних методів пастеризації дозволяє вирішити проблему випуску молока, збагаченого вітаміном D_3 . Французька фірма "Ак-тіні-Франц" випускає обладнання для ультрафіолетової пастеризації молочних продуктів, фруктових соків, води, сиропів, вина. Обробка продуктів проводиться у тонкому шарі в інтервалі довжин хвилі 250-300 нм.

30.8. Оптичний спектральний аналіз

Фізичні методи якісного і кількісного визначення складу речовини, засновані на отриманні і дослідженні її спектрів, називаються спектральним аналізом. Основа спектрального аналізу – спектроскопія атомів і молекул. Спектральний аналіз (СА) класифікують за цілями аналізу і типами спектрів. Атомний СА визначає елементний склад зразка за атомними (йонними) спектрами випромінювання і поглинання; молекулярний спектральний аналіз (МСА) – молекулярний склад речовини за молекулярними спектрами поглинання, люмінесценції і комбінаційного розсіяння світла. **Емісійний** СА проводять за спектрами випромінювання атомів, йонів і молекул, збудженими різними джерелами електромагнітного випромінювання в діапазоні від гама-випромінювання до мікрохвильового. **Абсорбційний** СА здійснюють за спектрами поглинання аналізованих об'єктів (атомів, молекул, йонів речовини).

Атомний спектральний аналіз

Якісний атомний СА здійснюють шляхом зіставлення отриманого спектру досліджуваної речовини зі спектральними лініями елементів, приведеними в спеціальних таблицях і атласах. В основі кількісного атомного СА лежить співвідношення, що зв'язує концентрацію c певного елемента у речовині з відношенням інтенсивності лінії, зумовленої наявністю цієї домішки (I_1), до інтенсивності лінії порівняння (I_2):

$$I_1/I_2 = ac^b \text{ або } \lg(I_1/I_2) = b \lg c + \lg a$$

(постійні a і b визначаються дослідним шляхом). За допомогою стандартних зразків (не менше трьох) можна побудувати графік залежності

$\lg(I_1/I_2)$ від $\lg c$ (градувальний графік) і визначити по ньому сталі a і b . Значення I_1 і I_2 можна одержувати безпосередньо шляхом фотоелектричних вимірювань, або шляхом фотометрування (вимірювання густини по-чорніння) на мікрофотометрі ліній досліджуваної домішки і лінії порівняння при фотореєстрації.

В *емісійному* атомному СА для отримання спектрів випромінювання досліджуваної речовини відбирають пробу, що відображає її склад, і вводять в джерело випромінювання (атомізатор). Тут тверді і рідкі проби випаровуються, сполука дисоціює і вільні атоми (йони) переходять в збуджений стан. Випромінювання, що випускається ними, розкладається в спектр і реєструється (або спостерігається візуально) за допомогою спектрального приладу.

В *абсорбційному* атомному СА пробу також випаровують в атомізаторі (в полум'ї, графітній трубці, плазмі стабілізованого надвисокочастотного розряду). Світло від джерела випромінювання, проходячи через пару речовини, послаблюється і за ступенем послаблення інтенсивності ліній досліджуваного елемента судять про його концентрацію в пробі. Абсорбційний атомний СА проводять на спеціальних спектрофотометрах. Методика його проведення в порівнянні з іншими методами значно простіша, для нього характерна висока точність визначення не лише малих, але і великих концентрацій елементів в пробах.

Атомно-абсорбційну спектрофотометрію використовують для визначення концентрацій хімічних елементів та їхніх сполук у рідких пробах різного походження в умовах аналітичних лабораторій дослідницьких закладів і промислових підприємств. Визначення концентрації елементів у пробах здійснюють за методиками, розробленими і затвердженими у встановленому порядку відомчою чи державною метрологічною службою.

Аналітичний процес при атомно-абсорбційному аналізі проводять у декілька етапів:

1. Створюють поглинаючий шар "атомної" пари шляхом введення аерозолі досліджуваної проби в полум'я.
2. Через поглинаючий шар пари пропускають світловий пучок від джерела світла.
3. Світловий, що пройшло через поглинаючий шар, розкладають у спектр і виокремлюють ту ділянку, що відповідає лінії поглинання.
4. Вимірюють поглинання світла на частоті аналітичної лінії.
5. Визначають концентрацію елемента.

Молекулярний спектральний аналіз (МСА)

В основі МСА лежить якісне і кількісне порівняння виміряного спектру досліджуваного зразка із індивідуальними спектрами речовин. Від-

повідно розрізняють якісний і кількісний МСА. В МСА використовують різні види молекулярних спектрів: *обертальні* (мікрохвильова і довгохвильова інфрачервона (ІЧ) області спектру), *коливальні* і *коливально-обертальні* (спектри поглинання і випромінювання в середній ІЧ області, спектри комбінаційного розсіяння світла (КРС), спектри ІЧ флуоресценції), *електронні*, *електронно-коливальні* і *електронно-коливально-обертальні* (спектри поглинання і пропускання у видимій і ультрафіолетовій (УФ) областях, спектри флуоресценції). МСА дозволяє проводити аналіз малих кількостей речовини (до часток мікрограма і менше) в різних агрегатних станах.

Основні чинники, що визначають можливості методів МСА:

- 1) інформативність методу. Умовно визначається числом ліній або смуг, що спектрально розділяються в певному інтервалі довжин хвиль або частот досліджуваного діапазону (для мікрохвильового діапазону воно $\sim 10^5$, для середньої ІЧ області $\sim 10^3$);
- 2) кількість відомих (вимірних) спектрів індивідуальних сполук;
- 3) існування загальних закономірностей між спектром речовини і її молекулярною будовою;
- 4) чутливість і вибірковість методу;
- 5) універсальність методу;
- 6) простота і доступність вимірювань спектрів.

Якісний МСА встановлює молекулярний склад досліджуваного зразка. Спектр молекули є його однозначною характеристикою. Найбільш специфічними є спектри речовин у газоподібному стані з дозволеною обертальною структурою, які досліджують з допомогою спектральних приладів високої роздільної здатності. Найчастіше використовують спектри ІЧ поглинання і комбінаційного розсіяння світла (КРС) речовин у рідкому і твердому станах, а також спектри поглинання у видимій і УФ областях.

Серед методів оптичної спектроскопії, які дають змогу підвищити чутливість аналізу для ультрамалих кількостей речовини і здійснювати селективний структурний аналіз компонентів біологічних молекул, вирізняють спектроскопію КРС. З фізичного погляду, КРС – це непружне розсіювання фотонів унаслідок взаємодії когерентного або квазімонохроматичного випромінювання з молекулою чи кристалом, коли енергія збудження розподіляється між коливними станами молекули або кристалічної ґратки. Спектроскопію КРС використовують для ідентифікації певних речовин, чистих чи в суміші, для доведення структурних відмінностей між подібними сполуками чи ізомерами. Можна вивчати вплив на спектри КР міжмолекулярних і внутрімолекулярних взаємодій і простежувати структурні зміни в молекулі, спричинені змінами в середовищі, такими як зміна йонності, рН, температури речовини тощо. Цей метод має важливі переваги над спектроскопією ІЧ поглинання: можливість отримання спектрів від

дуже малих кількостей речовини; зручність вивчення низькочастотних коливань, особливо чутливих до змін конформації молекул.

До якісного МСА відноситься також т.з. структурний молекулярний аналіз. Встановлено, що молекули, що володіють однаковими структурними елементами, мають у спектрах поглинання і випромінювання (особливо коливальних) спільні риси. Присутність цих характеристичних смуг в коливальних спектрах речовин зі спільними структурними елементами пояснюється *характеристичністю частоти і форми* багатьох молекулярних коливань. Ця особливість коливальних спектрів дозволяє визначати структурний тип речовини.

Використання ЕОМ істотно спрощує і прискорює якісний аналіз. У принципі його можна повністю автоматизувати, вводячи дані спектральних приладів безпосередньо в ЕОМ, в пам'ять якої закладені спектральні характеристичні ознаки багатьох речовин.

Головна складність в ІЧ спектроскопії полягає в тому, що не можна використовувати водні розчини внаслідок сильного поглинання води в ІЧ області. Найчастіше при вивченні макромолекул використовують тонкі, достатньо сухі плівки. Їх виготовляють розчиненням речовини в леткому розчині, потім розчин наносять на плоску пластинку і дають змогу розчиннику випаруватися. Утворену плівку знімають з пластинки. Зауважимо, що структура макромолекули в сухій плівці відрізняється від її структури в розчині.

ІЧ спектроскопія дає змогу отримати важливу інформацію про особливості структури різних хімічних сполук і метаболізм (набір хімічних реакцій, що відбуваються в організмі для підтримання життя) біологічних об'єктів. ІЧ область спектра займає діапазон довжин хвиль від 0,75 мкм до 200 мкм. Однак зазвичай під ІЧ областю розуміють вузький інтервал від 2,5 до 16 мкм.

Кількісний МСА за спектрами поглинання заснований на законі Бугера-Ламберта-Бера, що встановлює зв'язок між інтенсивністю I_0 падаючого світла та інтенсивністю I світла, що пройшло через речовину, залежно від товщини поглинаючого шару d і концентрації речовини c :

$$I(d) = I_0 e^{-\alpha cd}.$$

Коефіцієнт α є характеристикою поглинаючої здатності досліджуваного компонента на відповідній довжині хвилі. На практиці кількісного молекулярного спектрального аналізу зазвичай вимірюють т.з. оптичну густину речовини D :

$$D = \ln(I_0/I) = \alpha cd.$$

Якщо суміш складається з n речовин, що не реагують між собою, то оптична густина суміші на частоті ν адитивна:

$$D = \sum_{i=1}^n D_i.$$

Це дозволяє проводити повний або частковий аналіз багатокомпонентних сумішей. Для кількісного МСА звичайно використовують спектрофотометри, що дозволяють проводити вимірювання залежностей $I(\nu)$ в порівняно широкому інтервалі частот. Якщо смуга поглинання досліджуваної речовини достатньо ізольована і вільна від накладення смуг інших компонентів суміші, досліджувану спектральну ділянку можна виділити, наприклад, за допомогою інтерференційного світлофільтру. На його основі конструюють спеціальні автоматизовані аналізатори, що використовуються в промисловості.

30.9. Колориметрія, спектрофотометрія і їх застосування

Оптичні прилади, дія яких ґрунтується на поглинанні світла, називаються абсорбціометричними аналізаторами, або абсорбціометрами. Такі оптичні прилади, як колориметри, фотоелектроколориметри, фотометри, спектрофотометри, належать до абсорбціометрів.

На рис. 30.7 показана оптична схема фотоелектроколориметра – нефелометра ФЕК-60, який служить для визначення концентрації рідких забарвлених і колоїдних розчинів, суспензій, емульсій шляхом порівняння опорного світлового потоку зі світловим потоком, що пройшов через середовище, здатне розсіювати або поглинати світло.

Світлові пучки від лампи Л проходять через конденсори K_1, K_2 , відбиваючі дзеркала Z_1, Z_2 , лінзи O_1, O_2 і O'_1, O'_2 і зводяться дзеркалами Z_3, Z_4 та призмою П на фотоелемент Ф. Модулятор М при обертанні модулює світлові потоки (опорний і вимірюваний) з частотою 350 Гц у протилежних фазах. Модульовані світлові потоки, пройшовши через кювети К, потрапляють на фотоелемент і збуджують змінний електричний струм, пропорційний різниці інтенсивностей опорного і вимірюваного потоків. Діафрагми D_1 і D_2 служать для регулювання інтенсивності обох потоків. Принцип роботи нефелометра ґрунтується на зрівноваженні інтенсивностей двох модульованих світлових потоків за допомогою діафрагм.

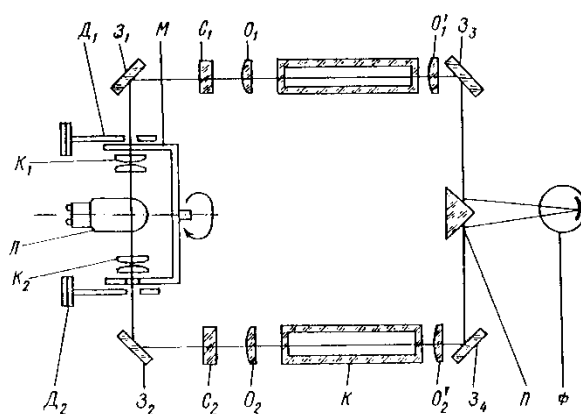


Рисунок 30.7

На принципі фотоколориметрії працюють спеціальні медичні прилади – гемоглобінометри, білірубіннометри. Вони градуйовані безпосередньо

в концентраційних одиницях відповідного компонента сироватки крові. Це такі колориметри, як КМФЦ-2, БІАН-120.

Для вимірювання оптичних густин і коефіцієнтів пропускання речовин у монохроматичному світлі, тобто у дуже вузькому інтервалі довжин хвиль, застосовуються спектрофотометри. Вони використовуються для вивчення спектрів поглинання різних речовин з метою вивчення їх хімічної будови і складу та для кількісного визначення концентрації речовин у розчині. Одержані при дослідженнях записи спектрів поглинання, при порівнянні їх з уже відомими, дають змогу не лише ідентифікувати речовину, але й виявити наявність домішок. На поглинанні інфрачервоного спектра молекулярними багатоатомними газами ґрунтується робота оптико-акустичного газоаналізатора, який використовується для визначення складу газових сумішей у харчовому виробництві.

30.10. Явище люмінесценції. Люмінесцентний аналіз

Крім теплового випромінювання, яке існує при довільній температурі тіла, вищій від температури абсолютного нуля, є ще один вид випромінювання яке є надлишковим над тепловим. Воно називається **люмінесценцією** і має тривалість понад 10^{-10} с. Люмінесценцію можна спричинити бомбардуванням тіл електронами й іншими зарядженими частинками, пропусканням крізь речовину електричного струму або дією електричного поля, освітленням видимим світлом, рентгенівськими і гама-променями, а також деякими хімічними реакціями в речовині. Залежно від способів збудження люмінесцентного світіння розрізняють **катодолюмінесценцію, електролюмінесценцію, фотолюмінесценцію, хемілюмінесценцію** і т. д.

На відміну від теплового випромінювання, яке є рівноважним, люмінесцентне випромінювання **не має рівноважного** характеру. Воно спричинене порівняно невеликим **числом** атомів, молекул або іонів (які утворюють центри люмінесценції), що переходять під дією якого-небудь джерела енергії в **збуджений** стан. Центрами люмінесценції в твердому тілі можуть бути іони, атоми або групи іонів, що перебувають біля того місця кристалічної решітки, де правильність її структури порушена включенням активатора – атома сторонньої речовини – або вакансією. Наступне **повернення** центра люмінесценції в нормальний стан супроводжується випусканням люмінесцентного випромінювання. Тривалість світіння зумовлена тривалістю збудженого **стану**. Люмінесценцію з часом загасання порядку $10^{-9} \div 10^{-8}$ с називають звичайно **флуоресценцією**. Такий час загасання характерний, наприклад, для фотолюмінесценції багатьох речовин, переважно рідин і газів. Люмінесценція, яка зберігається тривалий час після припинення дії збудника світіння, називають **фосфоресценцією**. Таке тривале висвічування мають тверді тіла, здатні люмінесціювати. Точно кажу-

чи, поділ люмінесценції на флуоресценцію і фосфоресценцію умовний, бо встановити точну часову межу між ними не можна

На явищі люмінесценції ґрунтується **люмінесцентний аналіз**, принцип якого такий. Речовину, склад якої треба дослідити, освітлюють ультрафіолетовими променями. Речовина або сама по собі, або після обробки відповідними реактивами дає характерне люмінесцентне світіння, за характером якого можна, визначаючи інтенсивність ліній у спектрі, визначати не лише якісний, а й кількісний вміст досліджуваної речовини. Люмінесцентний аналіз, на відміну від звичайного спектрального аналізу, не супроводжується розкладом на елементи досліджуваної речовини і тому його застосовують при дуже малих кількостях цієї речовини. Висока чутливість люмінесцентного аналізу дає можливість виявити наявність домішок порядку 10^{-11} г в 1 г досліджуваної речовини. Люмінесцентний аналіз успішно застосовують у біології, медицині, агротехніці тощо.

Явище люмінесценції дає змогу створити джерела світла, які мають значні переваги перед лампами розжарювання, що випромінюють у діапазоні видимої ділянки спектра лише близько 3–5 % витрачуваної енергії і мають малу світловіддачу (порядку 12–20 лм/вт). Люмінесцентні джерела світла не потребують нагрівання, дають випромінювання в порівняно вузькій спектральній області і дуже економічні.

30.11. Інтерферометричні методи дослідження матеріалів

Явище інтерференції світла використовують у ряді дуже точних вимірювальних приладів, які називаються **інтерферометрами**. На рисунку 30.8 зображено схему **інтерферометра Жамена**, який застосовують для точних вимірювань показників заломлення газів і їх залежності від температури, тиску і вологості. Дві однакові товсті плоско-паралельні скляні пластини *A* і *B* установлені майже паралельно одна до одної. Промені світла від монохроматичного джерела *S* падають на поверхню пластини *A* під різними кутами *i*, близькими до 45° . Внаслідок відбивання променя від обох поверхонь пластини з неї виходять два когерентні паралельні промені *1* і *2*. Пройшовши крізь дві однакові закриті скляні кювети *K*₁ і *K*₂ ці промені після відбивання від другої пластини *B* збираються лінзою *L* і інтерферують. Інтерференційні смуги однакового нахилу розглядають за допомогою окуляра, якого на рисунку не показано. Якщо одну з кювет (*K*₁) заповнено газом з відомим абсолютним показником заломлення *n*₁, а другу – газом з показником заломлення

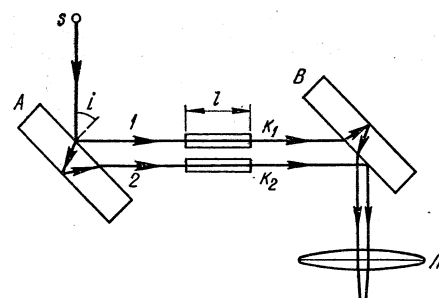


Рисунок 30.8

n_2 , який треба виміряти, то оптична різниця ходу між променями 1 і 2 $\delta = (n_2 - n_1)l$. Отже

$$n_2 = n_1 + \frac{m\lambda}{l},$$

де m – порядок інтерференційного максимуму. Зміна показника заломлення n_2 призводить до зміщення інтерференційних смуг. Якщо $l = 5 \text{ см}$ і $\lambda = 500 \text{ нм}$ то зміщенню смуг на 0,1 їх ширини, яке ще можна надійно зареєструвати, відповідає зміна показника заломлення $\Delta n_2 \approx 10^{-6}$.

Схему **інтерферометра Майкельсона** зображено на рисунку 30.9. Вертикальний промінь монохроматичного світла від джерела S падає під кутом 45° на плоскопаралельну скляну пластинку A , задню поверхню якої покрито тонким напівпрозорим шаром срібла. Частина світла відбивається від цього шару (горизонтальний промінь 1), а частина – проходить крізь нього (вертикальний промінь 2). Після відбивання від дзеркал $D_{з1}$ і $D_{з2}$ і взаємодії з напівпрозорим шаром срібла (пластинка A) обидва промені (приблизно половина їх інтенсивності) поширюються паралельно один до одного вздовж напрямків $1'$ і $2'$. У ході променя 2 поміщається плоскопаралельна скляна пластинка B (точна копія пластинки A лише без шару срібла), як а служить для компенсації різниці ходу між променями 1 і 2. Промені $1'$ і $2'$ когерентні. Результат їх інтерференції залежить від оптичної різниці ходу променів 1 і 2. Отже, за зміною інтерференційної картини можна визначати малі переміщення одного з дзеркал і тим самим використати інтерферометр Майкельсона для точних вимірювань довжини.

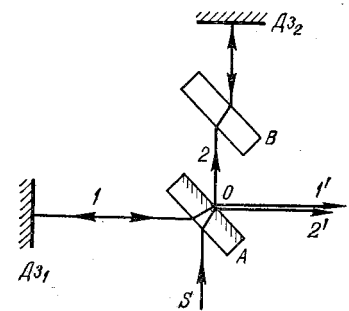


Рисунок 30.9

Чутливість цього приладу можна значно підвищити, якщо пластинку A освітлювати паралельним пучком світла, а дзеркала $D_{з1}$ і $D_{з2}$ розмістити під деяким кутом, меншим або більшим за $\pi/2$ на малу величину α . Похибки при вимірюванні довжини за допомогою інтерферометра Майкельсона дуже малі (порядку 10^{-8} м). Цей інтерферометр, як і інтерферометр Жамена, використовують для точних вимірювань показників заломлення, тобто як **інтерференційний рефрактометр**. Його застосовують також для спектрального аналізу світла (**інтерференційний спектрометр**), тобто для вимірювання розподілу енергії випромінювання за частотами.

Академік В.П. Лінник використав принцип дії інтерферометра Майкельсона для створення мікроінтерферометра – високочутливого приладу, призначеного для контролю чистоти обробки поверхонь. Основним елементом мікроінтерферометра Лінника є скляний кубик A (рис. 30.10), який складається з двох половин, склеєних по діагональній площині. Одну зі

склеєних поверхонь напівпосріблено. Хід променів в інтерферометрі показано на рис. 30.11, де BC – досліджувана плоска поверхня, а Dz – плоске дзеркало. Двогранний кут між дзеркалом і поверхнею BC відрізняється від $\pi/2$ на малу величину α . На рис. 30.11 пунктиром DE показано уявне зображення відбивної поверхні дзеркала Dz у напівпрозорій діагональній площині кубика A . Інтерференційні смуги однакової товщини для клина $DE-BC$ спостерігають за допомогою мікроскопа M . У тих місцях поверхні BC , де є виступи або заглибини, інтерференційні смуги викривлятимуться. За допомогою цього приладу можна виявити штрихи на поверхні, глибиною 10^{-7} м .

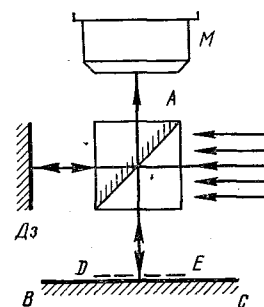


Рисунок 30.10

Інтерференційні методи широко використовують для порівняння і перевірки точності виготовлення технічних еталонів довжини, для точних вимірювань коефіцієнтів лінійного розширення і перевірки якості лінз, для дослідження ударних хвиль у газах тощо.

30.12. Рефрактометричні методи дослідження матеріалів

Рефрактометрія – розділ прикладної оптики, присвячений методам і засобам вимірювання показника заломлення n твердих, рідких і газоподібних середовищ. Найпоширенішою є методика рефрактометрії з використанням для вимірювання показника заломлення явища повного внутрішнього відбивання (ПВВ). Зразок вимірюваної речовини вводиться в оптичний контакт з еталонною призмою, виготовленою з матеріалу з високим показником заломлення. Світловий пучок може направлятися як зі сторони призми, так і зі сторони зразка (рисунки 30.11). В обох випадках у дуже вузькому кутовому інтервалі в полі зору спостерігача у зоровій трубці з'явиться межа, що розділяє темну та світлу ділянки поля зору, яка і відповідає граничному куту падіння променя.

Показник заломлення досліджуваної речовини зв'язаний з вимірюваним кутом β між напрямом граничного кута повного внутрішнього відбивання і нормаллю до грані призми формулою:

$$n = \sin \alpha \sqrt{N^2 - \sin^2 \beta} = \cos \alpha \sin \beta,$$

де α – заломлюючий кут призми, N – показник заломлення призми. Точність методу, що використовує явища ПВВ, дозволяє визначати показник заломлення речовини з точністю до п'ятого знаку після коми.

У інтерференційних рефрактометричних методах різницю показників заломлення порівнюваних середовищ визначають за кількістю поряд-

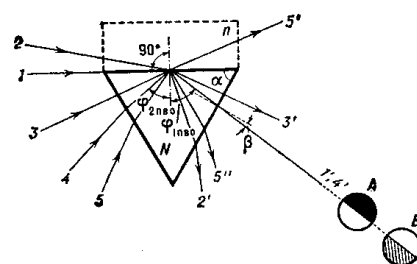


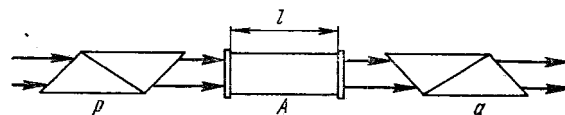
Рисунок 30.11

ків інтерференції променів, що пройшли через ці середовища. На рис. 30.9 показана схема, яка пояснює принцип дії інтерференційного рефрактометра з використанням інтерферометра Жамена. Дві частини світлового променя, проходячи через кювети довжиною l , заповнені речовинами з різними n , набувають різницю ходу i , зведені разом, дають на екрані інтерференційну картину. Різниця показників заломлення речовин може визначатись із точністю $10^{-6} \div 10^{-7}$. Інтерференційні методи використовують, наприклад, при вимірюванні показників заломлення газів і сильно розведених розчинів.

Рефрактометрія знайшла широке застосування в фізичній хімії для визначення складу і структури речовини, а також для контролю якості та складу різноманітних продуктів у хімічній, фармацевтичній, харчовій та інших галузях промисловості. Знання градієнтів показника заломлення дозволяє проводити розрахунок градієнтів густини і концентрації речовин у розчинах. Методи рефрактометрії використовують при перевірці однорідності твердих зразків і рідин в аеро- та гідродинамічних дослідженнях. Особливу роль відіграє рефрактометрія в оптичній промисловості – показник заломлення і дисперсія скла є їх найважливішими характеристиками.

30.13. Метод оптичної поляриметрії

Формули (26.6; 26.7) лежать в основі дуже точного методу швидкого визначення концентрації c оптично активної речовини (наприклад, цукру у водному розчині). Прилади, які застосовують для цього, називають **поляриметрами** або **цукрометрами**.



Рисунк 30.12

Оптичну схему поляриметра зображено на рис. 30.12, де A – трубка відомої довжини l з досліджуванним розчином. Вимірювання кута φ встановленням аналізатора на повне затемнення поля зору спочатку без трубки A , а потім з нею, є не досить точним, бо око людини малочутливе до невеликих змін абсолютної величини яскравості рівномірно освітленого або затемненого поля зору. Зате око дуже чутливе до найменшої відмінності в яскравостях суміжних частин поля зору, забарвлених у той самий колір, тобто освітлених монохроматичним світлом. Цю властивість ока використовують у напівтіньовому поляриметрі, який відрізняється від звичайного спеціальною конструкцією поляризатора або аналізатора. Встановлення напівтіньового аналізатора в положення рівномірного затемнення двох половин поля зору дає змогу дуже точно визначати орієнтацію площини поляризації світла і кут її повороту в оптично активній речовині.

На практиці порівняльну оцінку можливості різних речовин обертати площину поляризації здійснюють за допомогою величини кута питомо-

го обертання. Питомим називається обертання площини поляризації, яке спричинене шаром речовини товщиною 1 дм при перерахуванні на вміст 1 г оптично активної речовини в 1 мл об'єму розчину. Зазвичай кут питомого обертання визначають за температури 20°C, використовуючи світло з довжиною хвилі лінії D спектра натрію (589,3 нм). При цьому питоме обертання позначають $[\varphi]_D^{20}$. Питоме обертання для розчинів речовин визначають за формулою:

$$[\varphi]_D^{20} = \frac{\varphi \cdot 100}{c \cdot l}, \quad (30.1)$$

де φ – кут обертання в градусах; l – товщина шару розчину в дециметрах і c – концентрація речовини в г/100 мл розчину.

Окрім вимірювання концентрації оптично активних молекул у розчинах поляриметричний метод використовується також для вивчення структури молекул і кристалів, міжмолекулярних взаємодій, ідентифікації електронних переходів у спектрах поглинання оптично активних систем, визначення симетрії найближчого оточення молекул в рідині або в твердому тілі тощо.

Поляриметри і їх застосування у харчовому виробництві

Прилади, з допомогою яких визначають концентрацію оптично-активних речовин, називаються поляриметрами, а метод визначення – поляриметриєю. Цей метод використовується у харчовому виробництві для визначення вмісту цукру в продуктах.

Перед вимірюванням спочатку без досліджуваного розчину аналізатор встановлюють на повне затемнення. Далі поміщають у прилад трубку з розчином і, повертаючи аналізатор, знову добиваються повного затемнення поля зору. Найменший із двох кутів, на який при цьому треба повернути аналізатор, є кутом обертання площини поляризації для досліджуваного розчину. За формулою (30.1) обчислюють концентрацію розчину.

Напівтіньовий поляриметр СМ-3 застосовують для визначення вмісту цукру у харчовій промисловості, медицині, інших галузях. Високоточним і складнішим за будовою є поляриметр моделі 241 МС, який дає змогу проводити дослідження за допомогою світла різних довжин хвиль (589 нм – натрієва лампа, 250 - 420 нм – дейтерієва, 350 -650 нм – йодно-кварцова), а також досліджувати малі об'єми розчинів (0,2 мл) за допомогою спеціальної мікрокомірки. Похибка цього приладу становить $\pm 0,002$ %. Поляриметри, які відкалібровані спеціально для вимірювання процентного складу цукру, називаються цукрометрами.

Для неперервного аналізу харчових середовищ служать автоматичні поляриметри, через кювету яких постійно протікає контрольований розчин. При відсутності оптично активної речовини в розчині, світло гасить-

ся аналізатором, якщо появляється оптично активна речовина у розчині, то площина поляризації повертається і світло пройде через аналізатор. Після аналізатора воно потрапляє на фотоелемент і на вході в підсилювач виникає сигнал розбалансу, що підсилюється і вмикає реверсивний двигун, який повертає аналізатор до повного погасання. З аналізатором зв'язаний відліковий пристрій, який дозволяє фіксувати вміст цукристих речовин в цукрових буряках, в їх продуктах тощо.

30.14. Рентгенівські промені та їх застосування

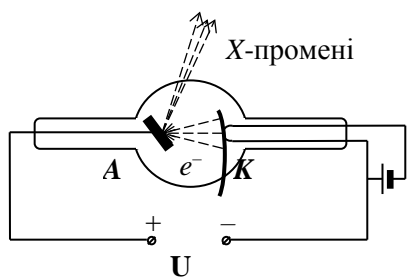


Рисунок 30.13

При дослідженні катодних променів український учений Іван Пулюй, використовуючи сконструйовані ним трубки, вперше у 1887 р. спостерігав особливий вид випромінювання (X-випромінювання). Воно мало дуже велику проникну здатність і згодом отримало назву рентгенівських променів на честь німецького фізика В. Рентгена, який всебічно вивчив їх. Для одержання рентгенівських променів служать спеціальні апарати, основною частиною яких є рентгенівська трубка (рис. 30.13). У цій трубці X-промені можна одержати при бомбардуванні масивного анода А електронами, які одержуються при розжаренні катода К. Електрони повинні мати дуже велику швидкість ($\sim 10^5$ км/с). Це забезпечується високою напругою між катодом і анодом (в трубці забезпечується вакуум $\sim 10^{-6}$ Па).

Електрони, які вилітають з катода, розганяються прикладеною між електродами різницею потенціалів U і вдаряються в анод. Якщо електрон втрачає всю свою енергію при одному зіткненні, то мінімальна довжина хвилі випромінювання визначається рівнянням:

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU}.$$

При різниці потенціалів між електродами $U = 25000$ В довжина хвилі дорівнює $0,5 \cdot 10^{-10}$ м = $0,5$ Å. Лише зрідка електрон витрачає при одному ударі всю енергію. Частіше на своєму шляху він зіштовхується почергово з декількома атомами анода. При цьому він витрачає при кожному ударі певну енергію. Таким чином виникає випромінювання декількох довжин хвиль, які більші за λ_{\min} . Так виникає гальмівне випромінювання – (неперервний) спектр, який має різку границю в короткохвильовій частині і поступове зменшення інтенсивності в напрямку довгих хвиль.

Якщо збільшити напругу на електродах, то це призведе до збільшення енергії eU кожного електрона і до збільшення числа зіткнень електронів з анодом за одиницю часу. Як наслідок цього одержимо з одного боку зменшення мінімальної довжини хвилі випромінювання, а з іншого – збільшення інтенсивності випромінювання для всіх довжин хвиль. На рис. 30.14 показані декілька залежностей інтенсивності випромінювання від довжини хвилі при різних значеннях напруги на електродах.

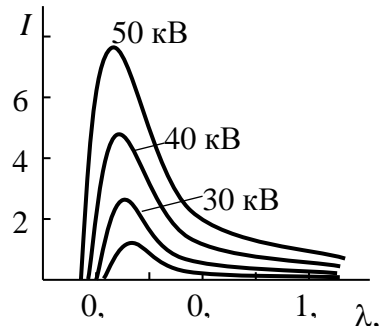


Рисунок 30.14.

Необхідно зазначити, що не завжди гальмування електронів є настільки різким, щоб збудити рентгенівське випромінювання. В цьому випадку енергія електронів піде на збільшення внутрішньої енергії анода і виділиться у вигляді теплоти. На рентгенівське випромінювання насправді перетворюється менше, ніж 1 % кінетичної енергії електронів. Ефективність цього перетворення залежить від матеріалу анода і зростає зі збільшенням атомного номера Z хімічного елемента, з якого він виготовлений.

Якщо напругу на електродах зробити настільки великою, щоб електрон, що падає на анод, мав достатню енергію для вибиття електрона із внутрішньої оболонки атома анода, то на місце цього електрона в атомі перейде електрон з вищої оболонки, а надлишок енергії виділиться у вигляді характеристичного X-випромінювання. Довжина випромінюваної хвилі визначається різницею енергій електронів на цих оболонках. Тому підвищення напруги не змінює довжини хвилі характеристичного випромінювання, а тільки приводить до збільшення інтенсивності. Інтенсивність цих ліній може в сотні разів перевищувати інтенсивність будь-якої іншої лінії неперервного спектра в цьому ж інтервалі довжин хвиль (рис. 30.15). Спектри характеристичного випромінювання класифікуються в порядку зростання довжин хвиль, як K -, L -, M -серії відповідно до рівня, з якого був вибитий електрон.

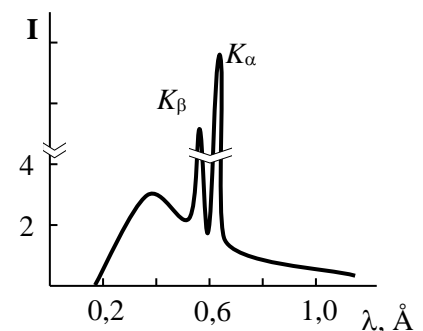


Рисунок 30.15.

Англійський фізик Генрі Мозлі в 1913 р. з'ясував, що кожному хімічному елементу відповідає цілком визначена довжина хвилі K_α -лінії рентгенівського характеристичного спектра. При цьому K_α -лінія зі зменшенням зарядового числа Z елемента зсувається в бік довших хвиль:

$$\sqrt{\nu} = aZ - b,$$

де $\nu = c/\lambda$ – частота хвилі; a і b – сталі величини. Отже закон Мозлі: корінь квадратний з частоти ν , що відповідає даній лінії характеристичного рент-

генівського випромінювання, є лінійною функцією атомного номера Z елемента.

Рентгенівське випромінювання має хвильову природу. Це такі ж електромагнітні хвилі, як і радіохвилі, світлові хвилі чи γ -промені. Вони охоплюють інтервал довжин від $4 \cdot 10^{-6}$ до 10^{-12} м, перекриваючись своєю довгохвильовою областю з ультрафіолетовими променями, а короткохвильовою – з γ -променями.

Дуже малі довжини хвиль рентгенівських променів, сумірні з міжатомними відстанями в твердих і рідких тілах або менші за них, зумовлюють їх своєрідні властивості – велику проникну здатність та можливість дифрагувати на кристалічних ґратках.

Загальні відомості про рентгеноструктурний аналіз матеріалів

Усякий монокристал складається з упорядковано розміщених частинок (атомів, йонів або молекул), що утворюють просторову дифракційну решітку. Відстані між цими частинками, тобто періоди решітки d_1 , d_2 і d_3 дуже малі (порядку 10^{-10} м). Тому при проходженні видимого світла ($\lambda \sim 5 \cdot 10^{-7}$ м) через монокристали дифракцію спостерігати неможливо. Зате для значно більш короткохвильових рентгенівських променів монокристали є ідеальними природними дифракційними решітками.

У 1913 р. російський фізик Г.В. Вульф і англієць У.Л. Брегг запропонували простий метод розрахунку дифракції рентгенівських променів у кристалах. Вони виходили з припущення про те, що дифракцію рентгенівських променів можна розглядати як результат їх відбивання від системи паралельних сітчастих площин кристала (тобто площин, в яких лежать вузли кристалічної решітки). Це відбивання, на відміну від звичайного, здійснюється лише за таких умов падіння променів на кристал, які відповідають інтерференційним максимумам для променів, відбитих від різних площин. На рисунку 30.16 зображено дві сусідні сітчасті площини кристала AA' і BB' . Абсолютний показник заломлення всіх середовищ для рентгенівських променів близький до одиниці. Тому оптична різниця ходу δ між двома променями $1'$ і $2'$, які відбиваються від площин AA' і BB' , дорівнює

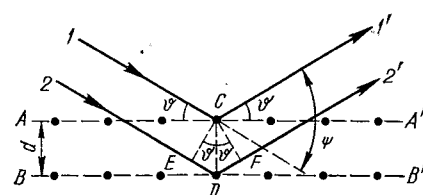


Рисунок 30.16

$$\delta = DE + DF = 2d \sin \vartheta,$$

де d – міжплощинна відстань, а ϑ – кут між падаючими і відбитими променями та площиною AA' (кут ковзання). Якщо довжина хвилі рентгенівських променів дорівнює λ , то інтерференційні максимуми у відбитих променях повинні задовольняти **умову Вульфа-Брегга**:

$$2d \sin \vartheta = m\lambda, \quad (30.2)$$

де $m = 1, 2, 3, \dots$ – порядок дифракційного максимуму. З рис. 30.18 видно, що кут дифракції між відбитими і падаючими променями дорівнює 2ϑ .

З формули (30.2) випливає, що дифракційні максимуми можна спостерігати лише при певних співвідношеннях між довжиною хвилі λ і кутом ϑ або кутом падіння $i = \pi/2 - \vartheta$, який його доповнює:

$$\frac{\lambda}{\sin \vartheta} = \frac{\lambda}{\cos i} = \frac{2d}{m}. \quad (30.3)$$

Цей результат лежить в основі методів *спектрального аналізу рентгенівського випромінювання*, тобто визначення довжини хвилі за відомими d , m і вимірним значенням ϑ для дифракційних максимумів.

На основі формули (30.3) можна також здійснити *рентгеноструктурний аналіз кристалів*, тобто дослідити будову кристалічних решіток і визначити міжплощинні відстані d . Ця ідея, яку вперше висловив М. Лауе в 1912 р., була істотним вкладом у розвиток фізики твердого тіла. Особливий інтерес становить дифракція рентгенівських променів у полікристалічних зразках, що складаються з множини дрібних кристаликів, які хаотично орієнтовані один відносно одного. Нехай на такий зразок A (рис. 30.17) падає вузький паралельний пучок M монохроматичних рентгенівських променів з довжиною хвилі λ . Серед множини кристаликів у зразку завжди є цілий ряд таких, сітчасті площини яких нахилені відносно пучка M під кутами ϑ , які задовольняють умову Вульфа-Брегга (30.2).

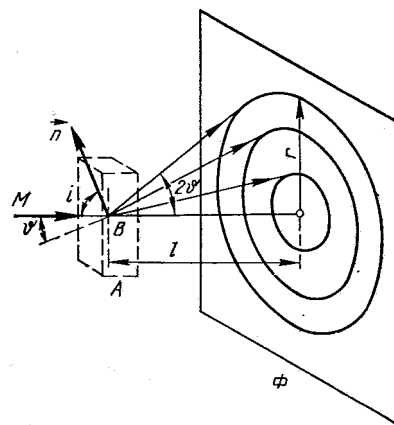


Рисунок 30.17

На рис. 30.17 зображено напрям нормалі n для одного з таких кристаликів у точці B . Відбиті від нього промені відхиляються вгору на кут 2ϑ . Обертатимемо тепер у думці кристалик B навколо пучка M так, щоб кут i не змінювався. Тоді відбиті від B промені описуватимуть конічну поверхню, віссю якої є пучок M , а кут при вершині конуса дорівнює 4ϑ . Очевидно, що такий самий результат, дає множина по-різному орієнтованих кристаликів, площини яких утворюють той самий кут ϑ з пучком M . Тому на фотопластинці Φ , розміщеній за зразком, області потемніння фотоемульсії матимуть форму концентричних кілець. Таку дифракційну картину, утворену рентгенівськими променями на полікристалічному зразку, називають Дебаєграмою. Метод структурного аналізу, що ґрунтується на розшифруванні такого роду дифрактограм, вперше був запропонований в 1926 р. П. Дебаєм і П. Шеррером. Метод Дебая-Шеррера широко застосовують для дослідження структури високомолекулярних сполук, волокон та інших об'єктів, що мають кристалічну фазу.

Методи дослідження структури речовини з розподілу в просторі і за інтенсивністю дифрагованого на досліджуваному об'єкті рентгенівського випромінювання у сукупності називаються рентгеноструктурним аналізом (РСА). РСА, поряд з нейтронографією і електроннографією, є дифракційним структурним методом. Дифракційна картина залежить від довжини хвилі використовуваного випромінювання і атомної будови об'єкта. Для дослідження атомної структури застосовують випромінювання з довжиною хвилі $\sim 1 \text{ \AA}$ ($\sim 0,1 \text{ нм}$), тобто порядку розмірів атомів. Методами РСА вивчають метали, сплави, мінерали, неорганічні і органічні сполуки, полімери, аморфні матеріали, рідини і гази, молекули білків, нуклеїнових кислот і т. д. Найбільш успішно РСА застосовують для встановлення атомної структури кристалічних тіл, тому що кристали володіють строгою періодичністю будови та представляють собою створену самою природою дифракційну решітку для рентгенівських променів.

Рентгено-дифракційна установка РДУ "Фабад" призначена для дослідження речовин рентгенографічним методом з реєстрацією кутового спектра дифрагованого рентгенівського випромінювання та його інтенсивності. Вона застосовується для дослідження структури (кристалічної та молекулярної будови) неорганічних та органічних речовин, біологічних об'єктів; експертно-криміналістичних досліджень монокристалічних і полікристалічних об'єктів тощо. Ця установка має персональну ЕОМ, програмне забезпечення для обробки рентгено-дифракційних спектрів з автоматичним калібруванням.

Рентгенівські апарати у медицині

Важливе місце у медицині належить рентгенології, яка ґрунтується на великій проникній здатності рентгенівських променів.

Для закріплення рентгенівської трубки апарати мають спеціальні штативи, що дозволяють підводити трубку до потрібного органа тіла і пересувати її у вертикальному і горизонтальному напрямках.

Діагностичні рентгенівські апарати бувають переносні й стаціонарні. Вони відрізняються потужністю і можливістю застосування. Як зазначалося вище, X-промені мають велику проникну здатність: вони проходять через тіла і предмети й поглинаються залежно від густини і товщини цих тіл. Проходячи через тканини, вони можуть викликати різні біологічні зміни залежно від виду тканин і кількості поглинутої енергії (поглинутої дози) X-променів.

Якщо малі дози стимулюють обмінні процеси в тканинах, то дія великих доз шкідлива і може призвести до значних функціональних та морфологічних змін аж до загибелі тканин. Це застосовують у рентгенотерапії при лікуванні різних захворювань. Великі дози можуть призвести до захворювання організму – променевої хвороби.

Для визначення безпечних умов праці та оцінки ризику персоналу, що обслуговує рентгенівські установки, можна застосовувати монітор рентгенівського випромінювання EL-1103 (багатофункціональний дозиметр рентгенівського випромінювання з мікропроцесорним управлінням). За допомогою EL-1103 вимірюють потужності доз рентгенівського і γ -випромінювання, оцінюють середню енергію і частоту імпульсів спектра реєстрованого випромінювання, зберігають у пам'яті результати вимірювань. Прилад також сигналізує про перевищення встановленого рівня потужності дози.

30.15. Механізми біологічної дії лазерного випромінювання

Промінь лазера, діючи на живий організм, спричиняє у ньому біохімічні, структурні та функціональні зміни. Наслідки дії залежать від характеристик лазерного випромінювання і від властивостей тканин організму.

Частина лазерного випромінювання поглинається, а частина відбивається біологічними тканинами. При поглинанні енергія лазерного випромінювання може перетворюватись на теплову енергію коливального та обертального руху молекул. Тому у певних ділянках тканини збільшується густина енергії і, як наслідок, підвищується температура.

Експериментальні дослідження і розрахунки показують, що при енергії лазерного випромінювання в 1 Дж і діаметрі пучка $d = 1,5$ мм на поверхні тіла, температура в центрі пучка на глибині 100 мкм може підвищуватись до 60°C (температура денатурації білків). При таких і вищих температурах відбуваються структурні зміни, спостерігається процес коагуляції. Вода у клітинах, нагріваючись, може закипяти, що призводить різкого збільшення тиску, виникнення ударної хвилі і руйнування стінок клітин. Якщо тривалість імпульсу (10^{-3} - 10^{-4} с), то поглинання енергії відбувається відносно повільно, і ударна хвиля не призводить до руйнівних ефектів. Проте зі збільшенням енергії лазерного випромінювання ударна хвиля поширюється в глибину тканин і може призвести до пошкоджень внутрішніх органів (наприклад, до крововиливів у мозку, легенях, печінці при їх опроміненні), залишаючи окремі ділянки тканин непошкодженими.

При скороченні тривалості імпульсу до 10^{-9} с змінюється механізм утворення ударної хвилі і тепло не встигає поширюватися на значні відстані. При таких короткочасних виділеннях тепла температура може досягати великих значень, що призводить до вибухів з руйнуванням тканин.

Біологічні тканини мають дуже складний спектр поглинання і за складом він є узагальненням поглинаючих властивостей різних речовин, що входять у тканини. Наприклад, випромінювання рубінового лазера ($\lambda = 694,3$ нм) добре поглинається гранулами меланіну, цитохромами клітин, молекулами гемоглобіну. Однак виникнення фотобіологічних реакцій під дією цього випромінювання є малоймовірним. Введення у клітину се-

нсібiлiзуючих сполук (метиленова синь) пiдсилює фотобiологiчну дiю випромiнювання лазера i клiтини можуть гинути при опромiненнi їх меншими дозами.

Пiд дiєю iонiзуючого лазерного опромiнення у водних розчинах бiологiчних тканин утворюються вiльнi радикали, якi мають високу реакцiйну здатнiсть. Такi радикали можуть утворюватися i при природному обмiнi речовин. Вважають, що з ними пов'язанi рiзні патологiчні процеси в організмі i вони є хiмiчною основою змiни спадковостi (мутацiй), зумовлюють старiння організму, є причиною виникнення певних форм раку.

З метою дослiдження живих клiтин за допомогою оптичних систем одержанi дуже тонкi пучки лазерного випромiнювання, дiаметр яких становить мiкрометри. Такi пучки мають велику iнтенсивнiсть i їх можна спрямувати мiкроскопом на певнi дiлянки клiтини. Оптичну густину певних дiлянок можна збiльшити, додавши до них барвник. Пiдбравши мiнимальнi концентрацiї барвника, можна вибiрково опромiнювати навить окреми мiтохондрiї клiтини. Так чинять з клiтинами кровi – лейкоцитами i тромбоцитами, якi є прозорими для червоного лазера.

Така клiтина, як еритроцит, завдяки гемоглобiну, що мiститься в нiй, не потребує барвника i добре поглинає променi лазера. Вони можуть пробивати в еритроцитах отвори дiаметром 2 - 3 мкм i внаслiдок цього відбувається розчинення гемоглобiну (гемолiз).

Сучасна лазерна апаратура для дослiдження клiтин оснащена телевiзiйними пристроями, що дозволяють вiзуально на екранi спостерiгати ефекти опромiнення в момент дiї пучка лазера на клiтину та проводити їх вивчення за допомогою комп'ютерних пристроїв.

30.16. Електроннi мiкроскопи i застосування їх для дослiдження тканин

Хвильовi властивостi елементарних частинок, наприклад електрона, використовуються в електронних мiкроскопах. Унаслiдок взаємодiї (головним чином розсiювання) з перешкодою потiк електронiв перетворюється i мiстить iнформацiю про дослiджуваний об'єкт.

В оптичних мiкроскопах формування свiтлового потоку (потокy фотонiв) здiйснюється за допомогою оптичних лiнз: конденсора, об'єктива, окуляра; зображення реструється оком, фотопластинкою, люмiнесцентним екраном тощо.

В електронному мiкроскопi потiк електронiв формується пiд дiєю електричного (системи електродiв) та магнiтного (системи котушок) полiв. Цi системи в електронному мiкроскопi за аналогiєю з оптичним мiкроскопом називаються електронними лiнзами.

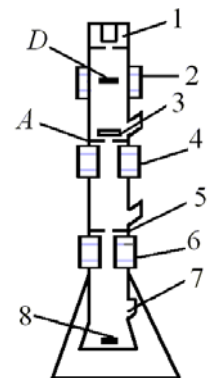


Рисунок 30.18

На рис. 30.18 наведена схема двоступеневого електронного мікроскопа. Електрони, які набули значної енергії, з електронної гармати 1 спрямовуються лінзою 2 на предмет 3. Діафрагма D обмежує розбіжність пучка електронів. Апертурна діафрагма A і магнітна лінза 4 утворюють зображення на проміжному екрані 5.

Далі за допомогою проєкційної лінзи 6 утворюється збільшене зображення 8, яке розглядають через окуляр 7. Це так званий просвічувальний електронний мікроскоп (ПЕМ), який має роздільну здатність, у декілька тисяч разів більшу, ніж світловий (оптичний). За його допомогою можна роздільно бачити деталі об'єкта, відстань між якими становить 2-3 Å. За сприятливих умов можна сфотографувати навіть окремі важкі атоми. Така висока роздільна здатність досягається завдяки дуже малій довжині хвилі ($\sim 0,05$ Å) електронів, а також застосуванням магнітних електронних лінз, які мають значно менші аберації, ніж електростатичні.

Просвічувальні електронні мікроскопи поділяються на три класи: 1) високої роздільної здатності; 2) спрощені просвічувальні електронні мікроскопи; 3) електронні мікроскопи з високою прискорювальною напругою (до 200 кВ). Найбільш універсальним приладом багатоцільового призначення є просвічувальний електронний мікроскоп високої роздільної здатності (2 - 3 Å). Спрощений ПЕМ застосовують для завдань, в яких не ставиться вимога високої роздільної здатності, для попередніх переглядів об'єктів та з навчальною метою. Високовольтна електронна мікроскопія в біології дає змогу одержувати стереофотографії товстих зрізів і отримувати інформацію про тривимірну організацію тканин, клітин і органел.

Для успішної роботи будь-якого мікроскопа необхідною умовою є забезпечення у ньому глибокого вакууму ($\sim 10^{-4}$ Па). Це дає змогу електронному пучку без зіткнень з молекулами газу проходити відстань між електронною гарматою і фотографічною пластинкою чи люмінесцентним екраном.

З метою призупинення змін в тканинах застосовують різні методи *фіксації* і *заморожування*. При застосуванні фіксаторів у тканинах можуть відбуватися різні реакції, які по-різному діють на різні групи молекул. У процесі промивання і фіксації багато розчинних компонент клітини вимиваються; майже повністю видаляються речовини, які мають найважливіше значення в клітинному обміні і може повністю змінитися молекулярна конфігурація структур, що залишилися. Тому важко оцінити, наскільки повно фіксована структура відповідає структурі живої клітини.

Застосування заморожування-висушування (зануренням, наприклад, у пропан або фреон, які охолоджені до температури рідкого азоту -196°C) дає змогу миттєво стабілізувати тканину. Внаслідок цього всі обмінні процеси у ній припиняються за значно коротший час, ніж при фіксації. Цей метод, поряд з перевагами, має також певні недоліки. Сучасні елект-

ронні мікроскопи є потужними інструментами для найрізноманітніших біологічних і матеріалознавчих досліджень.

30.17. Загальні відомості про явища магнітного резонансу

Електронний парамагнітний резонанс

Магнітним резонансом називають явище вибіркового поглинання енергії електромагнітного випромінювання речовиною, яка перебуває в постійному магнітному полі. Причиною явища є ефект Зеемана – розщеплення електронних енергетичних рівнів у зовнішньому магнітному полі. Важливим випадком резонансного поглинання є так званий *електронний парамагнітний резонанс* (ЕПР), відкритий Є. К. Завойським у 1945 р. Його часто називають просто *парамагнітним резонансом*.

Явище електронного парамагнітного резонансу полягає в поглинанні парамагнітною речовиною мікрохвильового радіовипромінювання за рахунок переходів між підрівнями зееманівського розщеплення. Розщеплення енергетичних рівнів зумовлено дією постійного магнітного поля на магнітні моменти частинок речовини, які визначають його парамагнітні властивості. У зовнішньому постійному магнітному полі магнітні моменти атомів прагнуть орієнтуватися вздовж поля. Водночас відбувається зееманівське розщеплення енергетичних рівнів і перерозподіл за цими рівнями атомів. Виявляється, що заселеність атомами підрівнів зееманівського розщеплення не однакова.

У стані термодинамічної рівноваги середнє число n атомів, що перебувають на певному підрівні, визначається формулою Больцмана (8.23)

$$n = n_0 e^{-\frac{\Delta W_m}{kT}},$$

де ΔW_m – енергія розщеплення, пропорційна добутку магнітного квантового числа m і напруженості постійного магнітного поля H . На підрівнях з меншим значенням магнітного квантового числа m перебуває більше число атомів, ніж на інших підрівнях з $m' > m$, бо стани з меншою потенційною енергією енергетично вигідніші. При накладанні на речовину змінного магнітного поля з частотами, які збігаються з частотою переходу між підрівнями зееманівського розщеплення або кратними їй, відбуватиметься резонансне поглинання електромагнітних хвиль. Воно зумовлене переважанням числа переходів, пов'язаних із збільшенням магнітного квантового числа на одиницю (переходи типу $m \rightarrow m + 1$) над числом протилежних переходів (типу $m + 1 \rightarrow m$). Інакше кажучи, внаслідок резонансного поглинання енергії змінного магнітного поля атоми переходитимуть з більш заселених нижніх енергетичних рівнів не менш заселені верхні рівні. Поглинання пропорційне числу поглинаючих атомів в одиниці об'єму речовини. Чутливі установки для вивчення ЕПР дають можливість виявити поглинання в зразках, що мають концентрацію поглинаючих атомів порядку

10^{11} см^{-3} . Особливо ефективний ЕПР тоді, коли речовина складається з атомів з одним зовнішнім електроном у s -стані, які мають сумарний магнітний момент, що дорівнює спіновому магнітному моменту s -електрона. Як правило, хімічно стійкі молекули мають парне число електронів, що утворюють заповнені оболонки, так що повний механічний і магнітний моменти молекули дорівнюють нулю. Однак, при хімічних реакціях таких молекул як проміжні продукти можуть утворюватись так звані вільні, хімічно нестійкі радикали, які мають один електрон з некомпенсованим спіном. Метод парамагнітного резонансу дає можливість виявити ці радикали і за перебігом хімічних реакцій зробити певні висновки про характер хімічних зв'язків вихідних речовин.

За спектрами ЕПР можна визначити валентність парамагнітного йона, симетрію його оточення, що в поєднанні з даними рентгенівського структурного аналізу дає можливість визначити положення парамагнітного йона в кристалічній решітці. Значення енергетичних рівнів парамагнітного йона дозволяє порівнювати результати ЕПР з даними оптичних спектрів і обчислювати магнітні сприйнятливості парамагнетиків.

Метод ЕПР дозволяє визначити природу та локалізацію дефектів кристалічної решітки, наприклад центрів забарвлення. У металах і напівпровідниках можливим є також ЕПР, пов'язаний зі змінами орієнтації спінів електронів провідності. Метод ЕПР широко застосовується в хімії та біології, де в процесі хімічних реакцій або під дією іонізуючого випромінювання можуть утворюватись молекули з незаповненим хімічним зв'язком – вільні радикали. Методом ЕПР вивчаються ферменти, вільні радикали в біологічних системах і металоорганічних сполуках.

Ядерний магнітний резонанс

Методи магнітного резонансу використовують також для дослідження магнітних моментів ядер. В цьому випадку застосовують термін ***ядерний парамагнітний резонанс*** або просто ***ядерний магнітний резонанс*** (ЯМР). Проте, на відміну від методу електронного парамагнітного резонансу, у випадку ядерного парамагнітного резонансу вибіркоче поглинання електромагнітного випромінювання речовиною пов'язане з переходами його ядер між різними енергетичними підрівнями. Справа в тому, що магнітний момент ядра в зовнішньому постійному і однорідному магнітному полі зазнає просторового квантування. Під час розгляду ефекту Зеемана ми говорили, що результатом дії магнітного поля на атом і пов'язаного з цим просторового квантування є розщеплення енергетичних рівнів електронів. Цілком аналогічне просторове квантування ядерних моментів у зовнішньому магнітному полі приводить до розщеплення енергетичних рівнів ядра на ряд підрівнів. Дія змінного радіочастотного магнітного поля (з частотами, що відповідають частотам переходів між відпо-

відними підрівнями) приводить до можливості вибіркового поглинання радіочастотного випромінювання, тобто ядерного магнітного резонансу.

Дослідження резонансних частот дає можливість визначити структуру енергетичних рівнів різних ядер. Частоти ЯМР при тому самому значенні напруженості H постійного магнітного поля за порядком величини в 10^4 раз менші за частоти ЕПР і лежать в області $10^4 \div 10^5$ Гц для полів, які звичайно застосовують ($H = 10^4$ А/м).

За допомогою ЯМР визначають також хімічний склад речовини. Ґрунтується це на тому, що частоти ЯМР дуже чутливі до найменших змін магнітного поля. Зокрема, навіть магнітне поле, яке створюється електронною оболонкою атома, зсуває частоту ЯМР. Залежно від хімічного зв'язку між атомами, що визначається властивостями і будовою їх електронних оболонок, цей хімічний зсув при ядерному резонансі буде різним, що дає змогу встановити тип хімічної сполуки.

Магнітна резонансна спектроскопія

Досліджувану речовину поміщають у сильне магнітне поле H і піддають їй дії перпендикулярного до вектора напруженості H слабого радіочастотного поля H_1 (10^6 - 10^7 Гц) зі змінною частотою ω . При $\omega = \omega_p$ відбувається резонансне поглинання і на кривій запису цього процесу одержимо пік поглинання.

Частота магнітного резонансу атомного ядра в молекулі залежить від структури електронної оболонки або характеру хімічного зв'язку. Тому положення резонансного піку залежить і від структури електронної оболонки. Так, резонансні частоти для атомних ядер одного й того ж виду, але які беруть участь у різних хімічних зв'язках, дещо відрізняються один від одного (хімічний зсув). Інтенсивність резонансних ліній, які відповідають атомним групам, що містять різне число ядер одного і того ж виду, теж різні. Тому спектр ЯМР дає важливу інформацію про будову молекул.

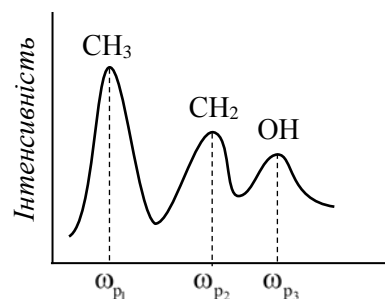


Рисунок 30.19

На рис.30.19 поданий спектр ЯМР протонів у чистому етиловому спирті $\text{CH}_3\text{--CH}_2\text{--OH}$. Шість атомів водню етилового спирту викликають появу трьох ліній (хімічний зсув). Хімічний зсув виникає як наслідок різної взаємодії електронів з полем різного виду зв'язків протонів у групах CH_3 , CH_2 і OH , які за своїм оточенням дещо відрізняються один від одного.

За хімічним зсувом, наприклад, розрізняють ізомери: заміна окремих атомів їх ізотопами викликає помітний зсув резонансної частоти. Завдяки надзвичайно високій чутливості ЯМР, спостережувані резонансні частоти

ω_{p_1} , ω_{p_2} , ω_{p_3} можна досить точно виміряти. Площа, обмежена резонансною кривою (інтенсивність поглинання), пропорційна числу атомів, що беруть участь в ідентичних зв'язках.

ЯМР як метод дослідження ядер, атомів і молекул отримав широке застосування в фізиці, хімії, біології, техніці.

Окремо треба сказати про ЯМР-томографію, яка широко застосовується при діагностиці пухлин. Досліджуваним сигналом при ЯМР-томографії служить сигнал протонного магнітного резонансу молекул води. Як зазначено вище, частота ЯМР пропорційна напруженості магнітного поля, а тому створюючи різні градієнти магнітного поля в тканині, отримуємо спектр ЯМР, в якому інтенсивність сигналу певної частоти буде характеризувати відносний вміст води у тій частині тканини, яка міститься в області певного значення магнітного поля. Досліджувану ділянку організму розглядають з різних боків у магнітному полі і за одержаними проекціями, використовуючи комп'ютер, отримують зображення. Кожна точка досліджуваної ділянки організму буде мати свою амплітуду сигналу ЯМР. Тканинам пухлин властива більша намагніченість, ніж нормальним тканинам. Таким способом отримують візуальну картину досліджуваного об'єкта.

Вологоміри, що ґрунтуються на явищі ЯМР

Принцип дії приладів для вимірювання вологості, які працюють на явищі ядерного магнітного резонансу, ґрунтується на поглинанні енергії високочастотного магнітного поля (зі змінною частотою ω) ядрами атомів водню, що входять у склад води, яка міститься у матеріалі (продукті). Інтенсивність резонансних ліній (при $\omega = \omega_p$), пропорційна числу протонів водню в одиниці об'єму матеріалу. Тому за величиною резонансного поглинання високочастотної енергії можна оцінювати вміст вологи у матеріалі. На рис. 30.20 подана схема вологоміра, який складається з перетворювача 1 (котушки, з осердям, виготовленим із досліджуваного матеріалу), що знаходиться між полюсами магніту 2 з полем H , високочастотного генератора 3 з полем H_1 ($H_1 \perp H$), підсилювача і детектора 4, генератора-детектора напруги модуляції 5, котушки модуляції поля H 6 та вимірювального осцилографа 7. При частоті високочастотного генератора $\omega = \omega_p$ настає резонансне поглинання, яке викликає падіння напруги на контурі, в схемі якого ввімкнута котушка з матеріалом. Ця зміна напруги перетворюється детектором у зміну вихідної напруги, підсилюється і подається на вертикальну розгортку осцилографа. Поле H модулюється і подається на горизонтальну розго-

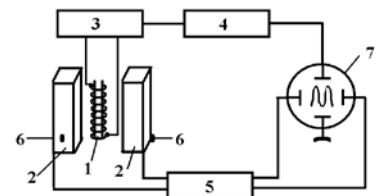


Рисунок 30.20

ртку осцилографа. На екрані одержимо сигнали – криві інтенсивності резонансного поглинання.

В харчовій промисловості, використовуючи метод ЯМР, можна контролювати вологість матеріалів і продуктів. Цей метод є перспективним, оскільки забезпечує високу чутливість, точність і швидкодію.

30.18. Активаційний аналіз і його застосування

Активаційний аналіз – це метод визначення складу речовини, який ґрунтується на опроміненні (активуванні) її зарядженими частинками, нейтронами або γ -квантами і вимірюванні наведеної активності.

Після опромінення відбувається розпад утворених радіоактивних нуклідів. За допомогою реєстраційного пристрою вимірюють інтенсивність і енергетичний спектр вторинного випромінювання, яке супроводжує радіоактивний розпад утворених радіоактивних нуклідів, а також їх період піврозпаду. Маючи період піврозпаду, вид радіоактивного перетворення і енергію, за таблицями можна визначити порядковий номер Z вихідного ядра і його масове число. Можна визначити число материнських ядер, а це дає змогу здійснити кількісний аналіз. В окремих випадках можна визначати наявність певних елементів з точністю 10^{-10} %, тобто аналізувати наявність “слідів” елементів, які майже невагомі (порядок пікограм). Одночасно із досліджуванним зразком опромінюють і стандартний зразок з відомим вмістом домішки. Визначивши активності обох зразків можна знайти вміст домішки у досліджуваному зразку: $m_x = m \cdot A_x / A$ (m і A – вміст домішки і активність стандартного зразка, A_x – активність досліджуваного зразка).

Для опромінення вибирають такі частинки, які б активували лише атоми певного елемента. Якщо ж при цьому активуються й інші елементи, то тоді застосовують їх розділення.

Активаційний аналіз отримав застосування в науці, техніці й сільському господарстві. Наведемо декілька прикладів, найбільш важливих аспектів цього застосування.

У найрізноманітніших галузях техніки напівпровідники знайшли чи не найбільше застосування. Чистота (відсутність домішок) напівпровідників має першорядне значення, оскільки незначні концентрації домішок істотно впливають на властивості і якість цих матеріалів. Активаційний аналіз є найбільш важливим методом контролю чистоти цих матеріалів.

У металургії, геології, геохімії, космохімії активаційний аналіз є основним методом якісного і кількісного аналізу досліджуваних матеріалів.

У сільському господарстві, в харчовій промисловості, біології, біохімії та інших галузях науки дуже важливе значення відіграють хімічні елементи, які містяться в об'єктах у незначних кількостях (сліди). Активаційний аналіз є найдоцільнішим при визначенні їх кількості.

У медицині та біології активаційний аналіз має вагомі переваги над іншими аналітичними методами, завдячуючи великій чутливості. Виявлення і вивчення речовин, що мають важливе значення в регулюванні життєвих процесів у біологічних системах і містяться в них у незначних кількостях, можливе при застосуванні активаційного аналізу. Окрім цього, біологічні проби матеріалів, які беруть від пацієнтів, є настільки малими, що інші методи, крім активаційного аналізу, є неефективними.

30.19. Обробка іонізуючим опроміненням харчових продуктів

Обробка іонізуючим опроміненням харчових продуктів має бактерицидну дію і при відповідному дозуванні забезпечує повну стерилізацію впродовж короткого часу.

Практичне використання набувають γ -промені, що мають велику проникну здатність. Джерелами γ -променів можуть бути радіоактивні ізотопи кобальту (^{60}Co), цезію (^{137}Cs) та інших елементів, а також відходи атомних реакторів. Однак, відходи атомних реакторів містять велику кількість ізотопів, які мають різні спектри випромінювання, а тому використання таких джерел ускладнене.

Опромінення невеликими енергіями спричиняє утворення вільних радикалів. При енергіях до 10000 eV відбувається іонізація. Іонізуюче опромінення, порівняно з іншими способами запобігання псуванню продукції має такі переваги: незначні загальні хімічні зміни продукції; невелике нагрівання продукції під час обробки (у межах кількох градусів); обробка продукції за короткий час і можливість безперервної поточної обробки; можливість використання різних видів герметичних упаковок.

Недоліками є можливість виникнення таких хімічних реакцій в продуктах, які можуть погіршити смак, запах, консистенцію, зумовити виникнення небажаних сполук та розвиток ферментативних процесів. Іонізаційне випромінювання внаслідок непрямої дії (через вплив, головним чином, продуктів радіолізу води) викликає у харчових продуктах, що мають вологу інактивування мікроорганізмів. Малі дози спричиняють обмежені зміни – зменшується інтенсивність поділу клітин, великі дози приводять до пошкодження і через деякий час загибелі клітин.

Помірні дози опромінення близько 50 мГр дають ефект, подібний до пастеризації (продовження терміну зберігання досягається тут переважно зменшенням швидкості розмноження вцілілих клітин і спор у продукті).

Дози стерилізування, що забезпечують зниження кількості мікроорганізмів до умовно заданої величини (технічна стерильність), сягають 100-200 мГр. Повне знепліднення потребує значно більших доз. Наприклад, для гарантії від розвитку у продукті ботулінусу доза опромінення повинна бути не меншою 400-500 мГр.

Іонізуюче опромінення придатне для знешкодження у м'ясі гелмінтів. Доза 40-50 мГр знищує цистицерки, трихінели у свинині гинуть при ще нижчих дозах опромінення.

Окремої уваги заслуговують питання пов'язані з дією іонізаційного випромінювання на складові частини м'ясопродуктів, щодо яких розрізняють пряму і непрямую дії опромінення. До наслідків прямої дії належать хімічні зміни харчових речовин або мікроорганізмів під дією енергії опромінення, а до непрямой – зміни у результаті дії на них вільних радикалів, утворених прямою дією на менш стійкі речовини. Частка змін спричинених у них непрямую дією становить близько 80%. Пряма дія є характерною для сухих продуктів і жирів.

До прямої дії опромінення особливо чутливі жири. Вільні радикали жирних кислот при наявності кисню утворюють перекиси цих кислот і можуть викликати ланцюгові реакції полімеризації і реакції типу автоокислення. В опромінених топлених жирах збільшується утворення перекисних сполук і вторинних продуктів окислення карбонільних сполук. Наостають типові ознаки псування окисленням, яке інтенсивно розвиваються у процесі зберігання опромінених жирів.

30.20. Радіоіндикаторний метод і радіоізотопна діагностика в медицині

Ізотопними індикаторами, або «міченими» атомами називаються речовини, які мають відмінний від природного ізотопний склад і які використовують як позначені при дослідженні різних процесів.

Вибір радіонукліда визначається його періодом піврозпаду, типом і енергією випромінювання. Радіоіндикаторний метод (метод мічених атомів) базується на тому, що радіоактивний і стабільний ізотопи даного хімічного елемента нічим не відрізняються і проходять за однакових умов усі стадії хімічних і фізичних процесів. При цьому радіоактивні ізотопи виявляють свою наявність за випромінюванням, яке випускається ними і може бути зафіксоване реєстраційним приладом. Поряд із цим методом для розв'язання певних завдань застосовують радіоактивні ізотопи, які не є хімічно тотожними до атомів речовини, у яку їх вводять.

Метод мічених атомів широко використовують у фізиці, хімії, біології, медицині, техніці та сільському господарстві. Перевагами його є висока чутливість (сучасні методи реєстрації дають змогу виявляти наявність навіть одного міченого атома), а це дає змогу працювати з такими малими кількостями ізотопних індикаторів, які практично не впливають на життєві процеси при введенні їх у живі організми. Тому можна знехтувати наявністю продуктів розпаду, які утворюються в процесі радіоактивного розпаду і, відповідно, біологічним ефектом опромінення радіоізотопами. Є можливість одержувати інформацію про динаміку процесів передусім у

живому організмі, а також при вивченні механізмів хімічних реакцій, біосинтезу, процесів плавлення металів та ін.

Радіоіндикаторним методом можна досліджувати діяльність серця (радіокардіографія). Для цього використовують альбумін сироватки, мічений радіоактивним йодом ^{131}I або ^{125}I , який вводять у вену. Детектор розташовують над серцем і реєструють залежність активності від часу. Одержана залежність має два максимуми. Перший максимум відповідає проходженню мічених атомів з кров'ю через праву половину серця, другий максимум – виходом крові в аорту. Відстань між максимумами характеризує час циркуляції крові малим колом кровообігу. Таким чином можна виявити порушення в серцевій діяльності і в легеновому кровообігу.

На відміну від інших методів, метод мічених атомів дає змогу вивчати складні біохімічні реакції та біохімічні процеси, не порушуючи природних умов. Він дозволяє контролювати основні процеси, що відбуваються в живому організмі й стежити за переміщенням певного елемента чи речовини на всьому їх шляху – від проникнення в організм до часткового чи повного виведення з нього. За допомогою ізотопних індикаторів можна вивчати механізми обміну речовин в організмі, вплив на нього мікроелементів та інших важливих процесів.

Радіоіндикаторний метод у тваринництві допоміг розв'язати цілу низку проблем. Домішуючи ізотопи до кормів тварин, було вивчено роль вітамінів в обміні речовин, їх вплив на продукцію тваринництва.

Радіоізотопи посіли належне місце в медичній діагностиці. Більшість діагностичних методів ґрунтується на тому, що деякі органи вибірково нагромаджують певні елементи, в тому числі радіоізотопи та їх сполуки. Тому важливо знайти саме ті ізотопи і мічені сполуки, які б селективно концентрувалися у хворих органах.

За допомогою мічених атомів можна визначати об'єм рідин у живому організмі. Наприклад, для визначення об'єму циркулюючої крові беруть пробу крові $V_0 = 5-10$ мл і до неї додають ізотоп ^{51}Cr або ^{32}P . За одну-дві години більша частина ізотопу входить у червоні кров'яні тілця. Кров з міченими кров'яними тільцями після цього вводять у кровообіг. Через 10 - 15 хв. відбувається їх рівномірне змішування з усім об'ємом V крові. Знову беруть пробу крові V_0 , вимірюють її питому активність A . Порівняння початкової і кінцевої активності дозволяє оцінити загальний об'єм крові в організмі. Такий метод є дуже важливим при точному визначенні втрати крові при довгочасних операціях, або коли пацієнта доставили в лікарню з великою втратою крові. Таким же способом визначають об'єм плазми крові, еритроцитів, позаклітинної рідини тощо.

ЗМІСТ

Передмова	3
Вступ.....	4
Розділ 1. Основні положення.....	6
1.1. Основні поняття і визначення у фізиці	6
1.2. Види фізичної взаємодії	7
1.3. Фізичний рух.....	8
1.4. Ідеалізація і абстракція у фізиці	8
1.5. Фізичні величини і одиниці їх вимірювання.....	9
Розділ 2. Основи класичної механіки.....	11
2.1. Класифікація підрозділів механіки	11
2.2. Кінематика	12
2.2.1. Способи опису руху точки	12
2.2.2. Швидкість.....	13
2.2.3. Прискорення.....	14
2.2.4. Кінематика криволінійного руху матеріальної точки	15
2.2.5. Кінематика обертального руху твердого тіла.....	16
<i>Запитання для повторення</i>	<i>18</i>
<i>Приклади розв'язування задач</i>	<i>19</i>
Розділ 3. Динаміка поступального і обертального рухів.....	20
3.1. Основні поняття і визначення	20
3.2. Закон всесвітнього тяжіння	20
3.3. Основні закони динаміки.....	22
3.3.1. Перший закон Ньютона	23
3.3.2. Другий закон Ньютона - основний закон динаміки поступального руху	23
3.3.4. Третій закон Ньютона	24
3.4. Закон збереження імпульсу	25
3.5. Динаміка обертального руху.....	26
3.5.1. Теорема Гюйгенса – Штайнера.....	28
3.5.2. Момент імпульсу. Закон зміни моменту імпульсу	28
3.5.3. Закон збереження моменту імпульсу	29
<i>Запитання для повторення</i>	<i>30</i>
<i>Приклади розв'язування задач</i>	<i>30</i>

3.6. Рух тіл в інерційних системах відліку	31
3.6.1. Сила інерції. Основні поняття і визначення.....	31
3.6.2. Сили інерції при обертальному русі.....	31
3.7. Рух тіл в умовах дії сил тертя	32
<i>Запитання для повторення</i>	<i>33</i>
<i>Приклади розв'язування задач</i>	<i>33</i>
Розділ 4. Робота і енергія.....	34
4.1. Робота. Основні поняття і визначення.....	34
4.2. Потужність	35
4.3. Енергія. Основні поняття і визначення.....	36
4.3.1. Кінетична енергія прямолінійного руху	37
4.3.2. Кінетична енергія обертального руху	37
4.4. Потенціальна енергія	38
4.4.1. Потенціальна енергія тіла у гравітаційному полі	38
4.4.2. Потенціальна енергія пружно деформованого тіла	39
4.4.3. Закон збереження і перетворення енергії	40
<i>Запитання для повторення</i>	<i>41</i>
<i>Приклади розв'язування задач</i>	<i>41</i>
Розділ 5. Механічні коливання	43
5.1. Поняття про коливальний Рух	43
5.2. Додавання гармонічних коливань	44
5.3. Кінематика коливального руху	46
5.4. Динаміка коливального руху	46
5.5. Прості коливальні системи.....	47
5.6. Вільні (загасаючі) коливання	48
5.7. Вимушені коливання.....	50
<i>Запитання для повторення</i>	<i>51</i>
<i>Приклади розв'язування задач</i>	<i>52</i>
Розділ 6. Хвильові процеси.....	53
6.1. Основні поняття і визначення.....	53
6.2. Швидкість розповсюдження хвиль	54
6.3. Рівняння плоскої монохроматичної хвилі	55
6.4. Енергія і інтенсивність хвиль.....	55
6.5. Інтерференція хвиль.....	57
6.6. Стоячі хвилі.....	58
<i>Запитання для повторення</i>	<i>59</i>

Розділ 7. Основи акустики	60
7.1. Основні поняття і визначення.....	60
7.2. Звук і його характеристики	60
7.3. Ультразвук і його застосування.....	62
<i>Запитання для повторення</i>	63
<i>Приклади розв'язування задач</i>	63
Розділ 8. Молекулярна фізика	64
8.1. Основні положення молекулярно-кінетичної теорії будови речовин	64
8.2. Основні закони ідеальних газів	68
8.3. Рівняння Менделєєва-Клапейрона.	70
8.4. Основне рівняння кінетичної теорії газів	72
8.5. Наслідки з основного рівняння кінетичної теорії газів.....	73
8.6. Розподіл молекул за швидкостями. Закон Максвела	75
8.7. Газ у полі земного тяжіння. Закон Больцмана	76
8.8. Середня довжина вільного пробігу молекул.....	77
8.9. Явища переносу. Дифузія.....	78
8.10. Внутрішнє тертя в газах.....	79
8.11. Теплопровідність.....	80
8.12. Рівняння перенесення	81
<i>Запитання для повторення</i>	81
Розділ 9. Фізичні основи термодинаміки	82
9.1. Предмет і метод термодинаміки	82
9.2. Основні поняття й визначення	83
9.3. Перший принцип термодинаміки	84
9.4. Застосування першого принципу термодинаміки	85
9.5. Внутрішня енергія ідеального газу. Розподіл енергії за ступенями вільності.....	87
9.6. Молекулярна теорія теплоємностей газів.....	89
9.7. Адіабатичний процес. Рівняння Пуассона	91
9.8. Оборотні і необоротні процеси	93
9.9. Колові процеси. Принцип дії теплової і холодильної машин	94
9.10. Цикл Карно	95
9.11. Коефіцієнт корисної дії теплової машини.....	96
9.12. Другий принцип термодинаміки	96
9.13. Поняття про ентропію.....	98

<i>Запитання для повторення</i>	101
<i>Приклади розв'язування задач</i>	101
Розділ 10. Механіка рідин і газів	104
10.1. Стаціонарний потік рідин і газів	104
10.2. Рівняння Бернуллі	105
10.3. Наслідки з рівняння Бернуллі	106
10.4. Сили внутрішнього тертя	107
10.5. Ламінарний і турбулентний потоки	109
10.6. Сила лобового опору.....	109
10.7. Падіння тіл у в'язкому середовищі	110
10.8. Підіймальна сила крила літака.....	111
Розділ 11. Реальні гази і фазовий перехід газ – рідина	112
11.1. Реальні гази. Рівняння Ван-дер-Ваальса.....	112
11.2. Внутрішня енергія реального газу.....	114
11.3. Ефект Джоуля – Томсона	115
11.4. Діаграми рівноваги пари і рідини. Критичний стан.....	115
11.5. Зрідження газів і добування низьких температур	117
11.6. Властивості речовин при низьких температурах.....	118
Розділ 12. Рідини	119
12.1. Властивості й структура рідини	119
12.2. Поверхневі властивості рідин. Поверхневий натяг	119
12.3. Меніск. Формула Лапласа	121
12.4. Капілярні явища	123
<i>Запитання для повторення</i>	125
Розділ 13. Тверді тіла	125
13.1. Кристалічні й аморфні тіла. Основні характеристики кристалів....	125
13.2. Плавлення і кристалізація. Випаровування твердих тіл. Потрійна точка	129
13.3. Теплоємність твердих тіл. Недоліки класичної теорії, поняття про квантову теорію теплоємності	131
Розділ 14. Механічні властивості твердих тіл	132
14.1. Основні поняття і визначення	132
14.2. Механічні напруження.....	134
14.3. Поздовжні і поперечні деформації	135
14.4. Деформація ізотропних твердих тіл	136
<i>Запитання для повторення</i>	137

Розділ 15. Електростатика	139
15.1. Електричні заряди і їх взаємодія	139
15.2. Напруженість електростатичного поля	141
15.3. Потік вектора напруженості електричного поля.....	142
15.4. Принцип суперпозиції електростатичних полів	142
15.5. Теорема Остроградського-Гауса	143
15.6. Робота по переміщенню заряду в електричному полі	144
15.7. Потенціал електростатичного поля	145
15.8. Різниця потенціалів	145
15.9. Зв'язок між напруженістю і потенціалом електричного поля.....	147
15.10. Приклади розрахунку електростатичних полів у вакуумі.....	148
15.10.1. Електростатичне поле електричного диполя у вакуумі.....	148
15.10.2. Поле рівномірно зарядженої нескінченної площини	148
15.10.3. Поле двох нескінченних паралельних різнойменно заряджених площин з рівними за абсолютним значенням поверхневими густинами зарядів	149
15.10.4. Поле рівномірно зарядженої сферичної поверхні.....	149
15.10.5. Поле об'ємно зарядженої кулі.....	150
15.10.6. Поле рівномірно зарядженого нескінченного циліндра (нитки).....	150
Розділ 16. Електростатичне поле в діелектричному середовищі.....	150
16.1. Поляризація діелектриків в зовнішньому електричному полі.....	150
16.2. Вектор поляризації	151
16.3. Діелектрична проникність середовища.....	152
16.4. Вектор індукції (зміщення) електричного поля	153
16.5. Умови на межі розділу двох діелектричних середовищ	153
16.6. Сегнетоелектрики і п'єзоелектрики.....	154
Розділ 17. Провідники в електростатичному полі	155
17.1. Електроємність відокремленого провідника.....	155
17.2. Конденсатори	156
17.3. Енергія електричного поля.....	157
17.3.1. Енергія системи нерухомих точкових зарядів.....	157
17.3.2. Енергія зарядженого відокремленого провідника	158
17.3.3. Енергія зарядженого конденсатора.....	158
17.3.4. Енергія електростатичного поля	158

Розділ 18. Постійний електричний струм	159
18.1. Постійний електричний струм, сила і густина струму.....	159
18.2. Джерела струму. Електрорушійна сила. Сторонні сили. Напруга	160
18.3. Закон Ома. Електричний опір	162
18.4. Температурна залежність опору провідників.....	163
18.5. Робота і потужність струму. Теплова дія струму.....	163
18.6. Закон Ома для неоднорідної ділянки кола.....	164
18.7. Правила Кірхгофа для розгалужених електричних кіл	165
18.8. Електричні струми в металах, рідинах і у газах.....	166
18.8.1. Основи теорії провідності металів.....	166
18.8.2. Емісійні та контактні явища в металах	168
18.8.3 Струми у рідинах. Електролітична дисоціація. Електроліз. Закони Фарадея для електролізу.....	171
18.8.4 Газові розряди.....	172
<i>Запитання для самопідготовки до розділів XV – XVIII</i>	173
<i>Приклади розв'язування типових задач до розділів XV – XVIII</i>	175
Розділ 19. Магнітне поле	178
19.1. Основні властивості магнітного поля	179
19.2. Вектор магнітної індукції.....	179
19.3. Закон Біо-Савара-Лапласа	181
19.3.1. Магнітне поле прямого струму.....	182
19.3.2. Магнітне поле в центрі колового струму.....	182
19.4. Закон Ампера	183
19.5. Магнітна постійна	184
19.6. Магнітне поле рухомого заряду. Сила Лоренца	185
19.7. Рух заряджених частинок в магнітному полі	185
19.8. Ефект Хола.....	186
19.9. Циркуляція вектора напруженості магнітного поля \vec{H}	187
19.9.1. Магнітне поле соленоїда	188
19.9.2. Магнітне поле тороїда	189
19.10. Потік вектора магнітної індукції.....	189
19.11. Теорема Гауса для магнітного поля у вакуумі	190
19.12. Робота по переміщенню провідника зі струмом в магнітному полі.....	190
Розділ 20. Електромагнітна індукція	191
20.1. Досліди Фарадея. Закон Фарадея для електромагнітної індукції ...	191

20.2. Вихрові струми (струми Фуко).....	193
20.3. Індуктивність контура. Самоіндукція	193
20.4. Взаємна індукція	195
20.5. Енергія магнітного поля	196
Розділ 21. Магнітні властивості речовини	197
21.1. Магнітні моменти електронів і атомів	197
21.2. Діа- і парамагнетика	199
21.3. Намагніченість. Магнітне поле в речовині.....	200
21.4. Закон повного струму для магнітного поля в речовині	202
21.5. Феромагнетика і їх властивості	202
Розділ 22. Змінний електричний струм.....	204
22.1. Добування змінного струму	204
22.2. Діюче значення величини і напруги змінного струму	205
22.3. Зсув фаз між струмом і напругою	205
22.4. Коло змінного струму з активним опором	206
22.5. Коло змінного струму з індуктивністю активним опором	206
22.6. Коло змінного струму з активним опором і ємністю	207
22.7. Повне коло змінного струму. Резонанс напруг.....	209
22.8. Резонанс струмів.....	211
22.9. Робота і потужність змінного струму	212
<i>Запитання для самопідготовки до розділів XIX – XXII</i>	<i>213</i>
<i>Приклади розв'язування типових задач до розділів XIX – XXII.....</i>	<i>215</i>
Розділ 23. Геометрична оптика і фотометрія.....	217
23.1. Основні закони геометричної оптики	217
23.2. Лінзи	218
23.3. Аберації оптичних систем	221
23.4. Фотометрія. Енергетичні величини у фотометрії.....	222
23.5. Світлові фотометричні величини	223
Розділ 24. Хвильова оптика.....	225
24.1. Принцип Гюйгенса.....	225
24.2. Когерентність світлових хвиль.....	226
24.3. Інтерференція світла	227
24.3.1. Методи спостереження інтерференції	228
24.3.2. Розрахунок інтерференційної картини від двох когерентних джерел.....	228
24.3.3. Інтерференційні смуги рівного нахилу.....	229

24.3.4. Інтерференційні смуги рівної товщини.....	230
24.3.5. Кільця Ньютона	231
24.3.6. Застосування інтерференції. Просвітлення оптики. Інтерферометри	231
24.4. Дифракція світла	232
24.4.1. Принцип Гюйгенса-Френеля	232
24.4.2. Зони Френеля.....	233
24.4.3. Дифракція у збіжному пучку (Дифракція Френеля).....	234
24.4.4. Дифракція у паралельному пучку (Дифракція Фраунгофера)	235
24.4.5. Дифракція Фраунгофера на дифракційних решітках	236
24.4.6. Роздільна здатність спектрального приладу.....	238
Розділ 25. Взаємодія світлового випромінювання з речовиною.....	239
25.1. Дисперсія світла	239
25.2. Електронна теорія дисперсії.....	240
25.3. Поглинання (абсорбція) світла	242
25.4. Види спектрів поглинання.....	242
Розділ 26. Поляризація світла	243
26.1. Природне і поляризоване світло	243
26.2. Закон Малюса	244
26.3. Поляризація світла при відбиванні і заломленні. Закон Брюстера	244
26.4. Подвійне променезаломлення	245
26.5. Поляризаційні призми і поляроїди.....	246
26.6. Штучна оптична анізотропія	246
26.7. Обертання площини поляризації. Поляриметрія.....	247
Розділ 27. Квантова природа випромінювання	248
27.1. Види оптичних випромінювань	248
27.2. Теплове випромінювання і його характеристики.....	249
27.3. Абсолютно чорне тіло.....	249
27.4. Закон Кірхгофа	250
27.5. Закон Стефана-Больцмана	250
27.6. Закон зміщення Віна.....	250
27.7. Класична теорія теплового випромінювання Релея-Джинса	251
27.8. Квантова гіпотеза Планка	251
27.9. Фотоефект	253

27.10. Маса, імпульс фотона. Єдність корпускулярних і хвильових властивостей світла.....	256
27.11. Тиск світла	256
27.12. Ефект Комптона	257
<i>Запитання для самопідготовки до розділів XXIII – XXVII</i>	<i>258</i>
<i>Приклади розв'язування типових задач до розділів XXIII – XXVII.....</i>	<i>260</i>
Розділ 28. Елементи атомної фізики	265
28.1. Моделі атома Томсона і Резерфорда.....	265
28.2. Лінійчатий спектр атома водню	266
28.3. Постулати Бора.....	267
28.4. Досліди Франка і Герца	269
28.5. Корпускулярно-хвильовий дуалізм властивостей речовини.....	269
28.6.Співвідношення невизначеності.....	270
28.7. Атом водню в квантовій механіці. Поняття про квантові числа	271
28.8. Розподіл електронів в атомі за енергетичними станами.....	273
28.9. Рентгенівські спектри	274
28.10. Молекулярні спектри.....	275
28.11. Комбінаційне розсіяння світла (ефект Рамана).....	276
28.12. Спонтанне і вимушене випромінювання.....	277
28.13. Лазери	278
Розділ 29. Елементи ядерної фізики	279
29.1. Будова атомних ядер і їх властивості.....	279
29.2. Дефект маси і енергія зв'язку ядра.....	280
29.3. Природна радіоактивність. Закон радіоактивного розпаду	281
29.4. Дозиметричні величини і одиниці вимірювання	283
29.5. Ядерні реакції і їх основні типи.....	284
<i>Запитання для самопідготовки до розділів XXVIII – XXIX.....</i>	<i>286</i>
<i>Приклади розв'язування типових задач до розділів XXVIII – XXIX</i>	<i>287</i>
Розділ 30. Фізичні методи і апаратура в біології, медицині та харчових технологіях	288
30.1. Електрокардіографія, електроенцефалографія та електроміографія.....	288
30.2. Застосування магнітних полів у технологічних процесах	289
30.3. Магнітні газоаналізатори.....	290
30.4. Магнітне поле і його вплив на живі організми	290
30.5. Мас-спектроскопія – метод аналізу речовини	291

30.6. Індукційні витратоміри в харчовому виробництві	294
30.7. Біологічна дія ультрафіолетового випромінювання.....	294
30.8. Оптичний спектральний аналіз.....	297
30.9. Колориметрія, спектрофотометрія і їх застосування	301
30.10. Явище люмінесценції. Люмінесцентний аналіз.....	302
30.11. Інтерферометричні методи дослідження матеріалів	303
30.12. Рефрактометричні методи дослідження матеріалів	305
30.13. Метод оптичної поляриметрії	306
30.14. Рентгенівські промені та їх застосування.....	308
30.15. Механізми біологічної дії лазерного випромінювання.....	313
30.16. Електронні мікроскопи і застосування їх для дослідження тканин.....	314
30.17. Загальні відомості про явища магнітного резонансу	316
30.18. Активаційний аналіз і його застосування.....	320
30.19. Обробка іонізуючим опроміненням харчових продуктів	321
30.20. Радіоіндикаторний метод і радіоізотопна діагностика в медицині.....	322

Коструба А.М. Федишин Я.І. Саварин В.І. Вихрист О.М.

ФІЗИКА,
ФІЗИЧНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ
РЕЧОВИНИ ТА БІОЛОГІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

Навчальний посібник

*Керівник видавничого проекту С.В. Піча
Дизайн обкладинки Краснощоків К.А.*

Підп. до друку 19.11.2021 р.
Формат 60X84 1/16. Папір офсетний.
Цифровий друк. Ум. друк. арк. 20,875.
Зам. № 2021 – 10

Видавець ФОП Піча С.В.
а/с 5026, м. Львів-53, 79053, Україна
e-mail: novsv2016@ukr.net

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої
продукції: серія ДК № 5069 від 22.03.2016 року, видане Державним комітетом
інформаційної політики, телебачення та радіомовлення України